

Equação de transporte de poluentes miscíveis

PEF-3304 Poluição do Solo

EPUSP

Engenharia Ambiental

Fluxo de massa

$$J = \frac{M_{\text{soluto}}}{At}$$

J: fluxo de massa de soluto
M_{soluto}: massa de soluto
A: área da seção transversal
t: tempo

$$M_{\text{soluto}} = JAt$$

Concentração

$$c = \frac{M_{\text{soluto}}}{V_w}$$

c: concentração
 M_{soluto} : massa de soluto
 V_w : volume de água

$$c = \frac{M_{\text{soluto}}}{nV}$$

n: porosidade
V: volume

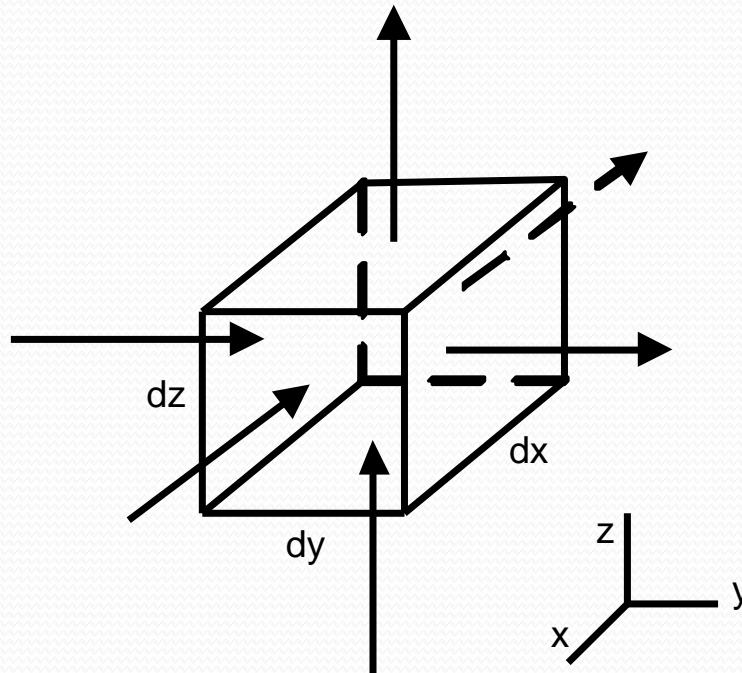
$$M_{\text{soluto}} = cnV$$

$$n = \frac{V_v}{V} \quad s = \frac{V_w}{V_v}$$

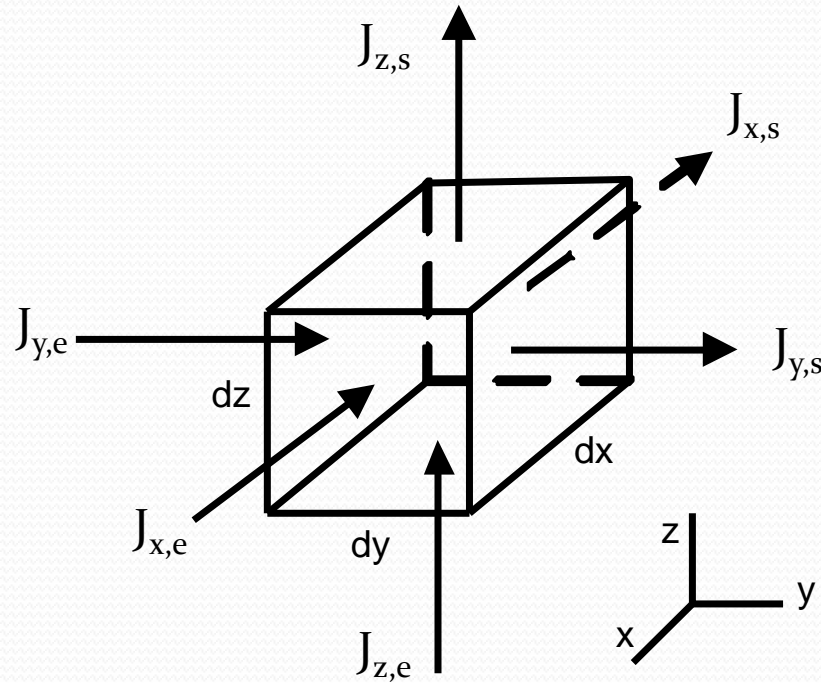
$$s = 1 \Rightarrow V_w = V_v$$

Solo saturado

Equação da continuidade
Equação da conservação da massa

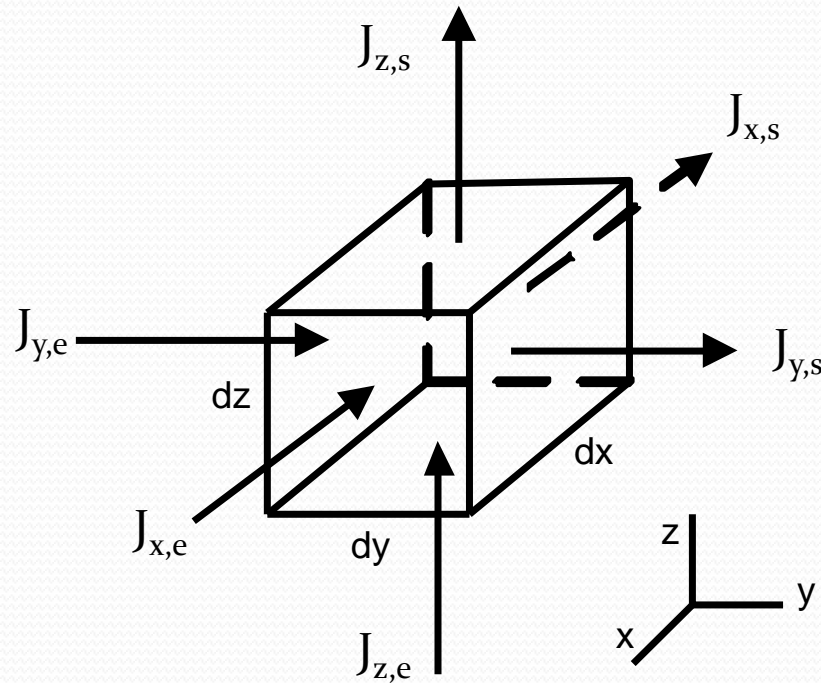


Equação da continuidade
Equação da conservação da massa



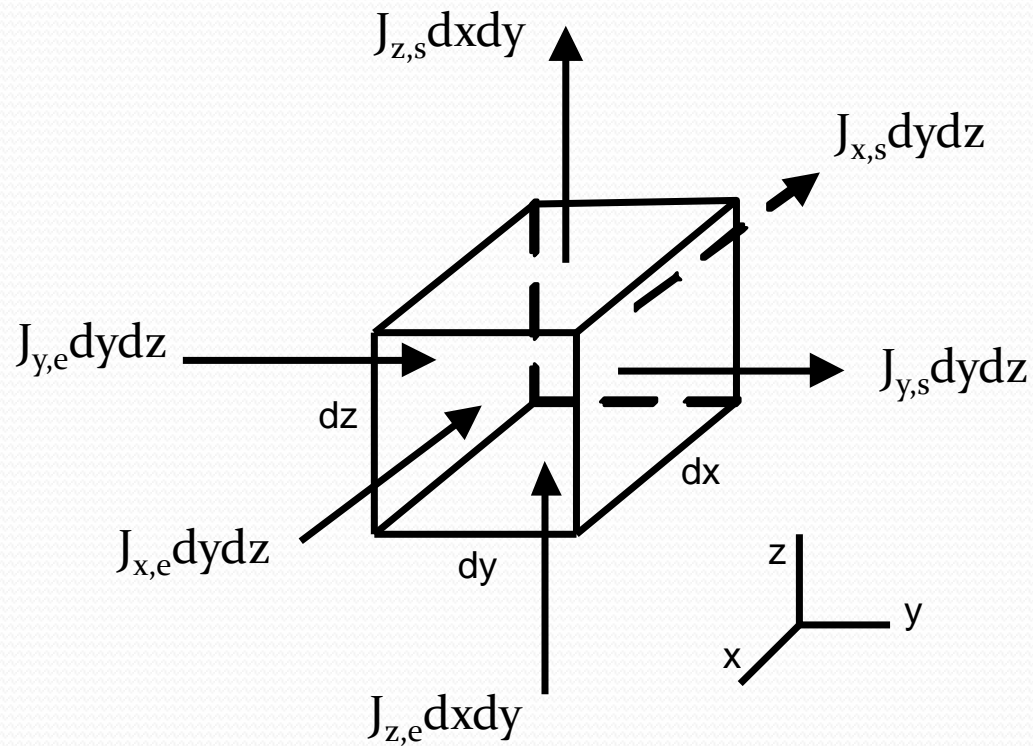
Equação da continuidade

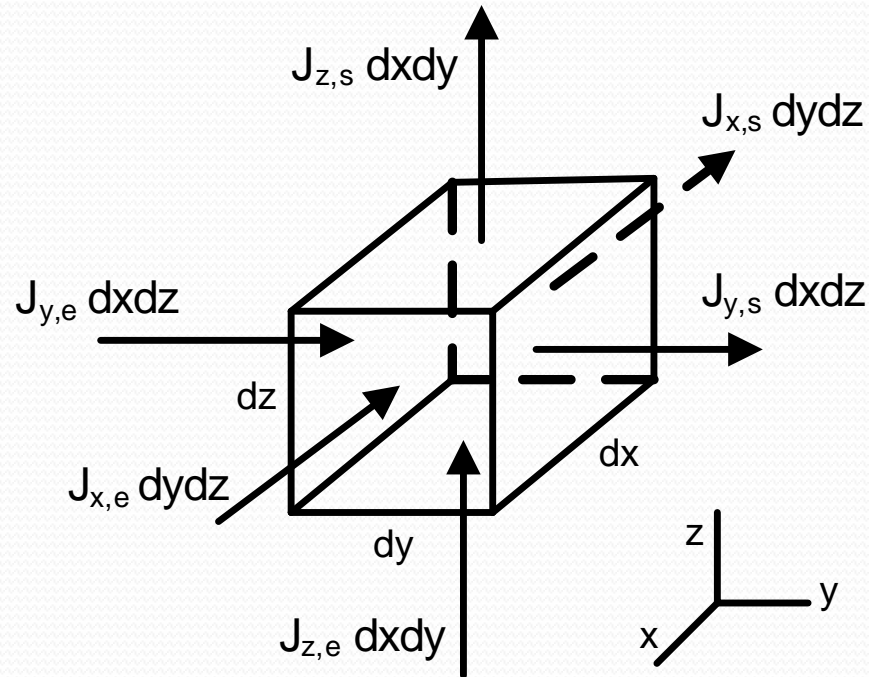
Equação da conservação da massa



$$J = M_{\text{soluto}} / (At) \Rightarrow M_{\text{soluto}} = Jat \Rightarrow M_{\text{soluto}} / t = JA$$

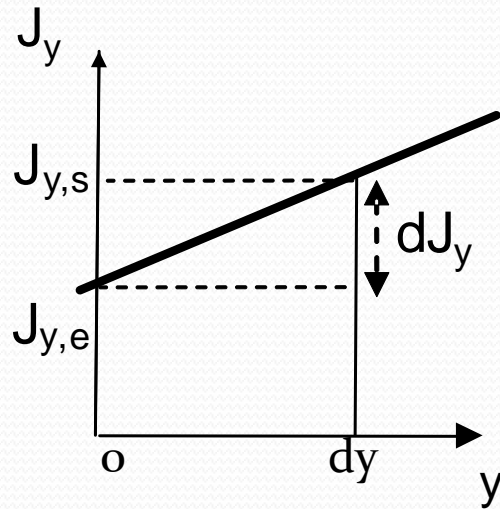
Equação da continuidade
Equação da conservação da massa



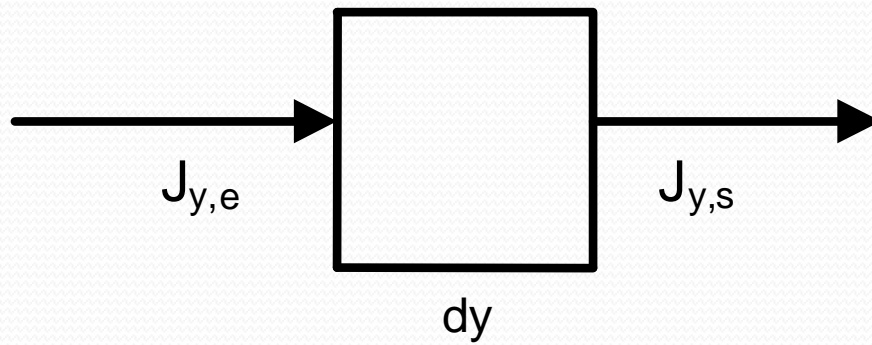


$J_{x,e} dydz =$ massa de soluto que entra no elemento segundo a direção x por unidade de tempo.

$$J_{x,e}dydz + J_{y,e}dxdz + J_{z,e}dxdy - J_{x,s}dydz - J_{y,s}dxdz - J_{z,s}dxdy = \frac{dM_{soluto,w}}{dt}$$

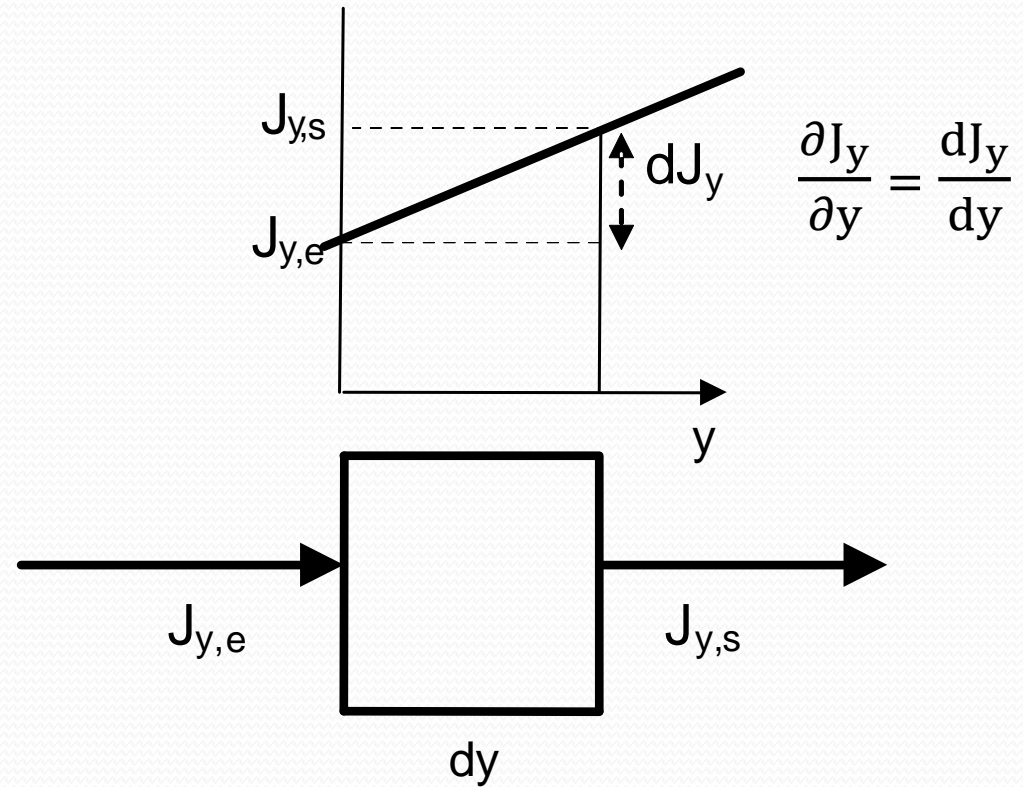


$$J_{y,s} = J_{y,e} + dJ_y$$



$$J_{y,s} = J_{y,e} + dJ_y$$

$$J_{y,s} = J_{y,e} + \frac{\partial J_y}{\partial y} dy$$



$$J_{x,e} dydz + J_{y,e} dxdz + J_{z,e} dxdy - J_{x,s} dydz - J_{y,s} dxdz - J_{z,s} dxdy = \frac{\partial M_{soluto,w}}{\partial t}$$

$$J_{x,e} dydz + J_{y,e} dxdz + J_{z,e} dxdy - \left(J_{x,e} + \frac{\partial J_x}{\partial x} dx \right) dydz - \left(J_{y,e} + \frac{\partial J_y}{\partial y} dy \right) dxdz$$

$$- \left(J_{z,e} + \frac{\partial J_z}{\partial z} dz \right) dxdy = \frac{\partial M_{soluto,w}}{\partial t}$$

$$- \frac{\partial J_x}{\partial x} dxdydz - \frac{\partial J_y}{\partial y} dxdydz - \frac{\partial J_z}{\partial z} dxdydz = \frac{\partial M_{soluto,w}}{\partial t}$$

$$- \left(\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z} \right) dxdydz = \frac{\partial M_{soluto,w}}{\partial t}$$

**Variação linear do
fluxo em função da
distância**

$$-\left(\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z}\right) dx dy dz = \frac{\partial M_{solutio,w}}{\partial t}$$

$$\frac{\partial M_{\text{solut},w}}{\partial t} = \frac{\partial (cnV)}{\partial t}$$

Volume não muda com o tempo

$$\frac{\partial M_{\text{solut},w}}{\partial t} = nV \frac{\partial c}{\partial t}$$

Porosidade não muda com o tempo

$$-\left(\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z}\right) dx dy dz = \frac{\partial M_{soluto,w}}{\partial t}$$

$$-\left(\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z}\right) dx dy dz = nV \frac{\partial c}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial J_z}{\partial z} dx dy dz = nV \frac{\partial c}{\partial t}$$

$$n \frac{\partial c}{\partial t} = -\frac{\partial J_z}{\partial z}$$

Fluxo unidimensional

- fluxo por advecção

$$J_{\text{advecção}} = cv = cnu$$

**Fluxo de água
permanente e uniforme**

- fluxo por difusão

$$J_{\text{difusão}} = -nD_d \frac{\partial c}{\partial z}$$

- fluxo por dispersão hidrodinâmica

$$J_{\text{dispersão}} = -nD_{dh} \frac{\partial c}{\partial z}$$

$$D_{dh} = D_d + D_{dm} = D_d + \alpha u = D_d + \alpha \frac{v}{n}$$

$$n \frac{\partial c}{\partial t} = - \frac{\partial J_z}{\partial z}$$

$$n \frac{\partial c}{\partial t} = - \frac{\partial J_{advecção}}{\partial z} - \frac{\partial J_{difusão}}{\partial z} - \frac{\partial J_{dispersão\ mecânica}}{\partial z}$$

$$n \frac{\partial c}{\partial t} = - \frac{\partial J_{advecção}}{\partial z} - \frac{\partial J_{dispersão\ hidrodinâmica}}{\partial z}$$

$$n \frac{\partial c}{\partial t} = - \frac{\partial(ucn)}{\partial z} - \frac{\partial(-nD_d \frac{\partial c}{\partial z})}{\partial z} - \frac{\partial(-nD_{dm} \frac{\partial c}{\partial z})}{\partial z}$$

$$n \frac{\partial c}{\partial t} = -n \frac{\partial(uc)}{\partial z} + nD_d \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + nD_{dm} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$$

**Porosidade,
Dd e Dm
não variam
com z ⇒
solo
homogêneo**

$$n \frac{\partial c}{\partial t} = -n \frac{\partial(uc)}{\partial z} + nD_d \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + nD_{dm} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$$

$$n \frac{\partial c}{\partial t} = -nu \frac{\partial c}{\partial z} + nD_d \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + nD_{dm} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$$

**Velocidade não
varia com z \Rightarrow
fluxo uniforme**

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D_{dh} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - u \frac{\partial c}{\partial z}$$

Equação da advecção-dispersão

Soluto não reativo

Adsorção

Alteração de massa de soluto na água do solo

$$S = \frac{m_{\text{solute adsorvido}}}{m_{\text{solo seco}}}$$

$$\frac{\partial(nVc)}{\partial t} = - \frac{\partial(Sm_s)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial(nVc)}{\partial t} = - \frac{\partial(S\rho_d V)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial(nVc)}{\partial t} = - \frac{\partial(K_d c \rho_d V)}{\partial t}$$

$$n \frac{\partial c}{\partial t} = -K_d \rho_d \frac{\partial c}{\partial t}$$

Alteração de massa de soluto na superfície dos grãos

Transferência de soluto para a fase sólida por adsorção

$$\rho_d = m_s / V$$

Adsorção linear

n , K_d e ρ_d não variam com o tempo

$$n \frac{\partial c}{\partial t} = -un \frac{\partial c}{\partial z} + nD_d \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + nD_{dm} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$$

$$n \frac{\partial c}{\partial t} = -un \frac{\partial c}{\partial z} + nD_d \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + nD_{dm} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - K_d \rho_d \frac{\partial c}{\partial t}$$

$$(n + K_d \rho_d) \frac{\partial c}{\partial t} = -un \frac{\partial c}{\partial z} + nD_d \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + nD_{dm} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$$

$$\left(1 + \frac{K_d \rho_d}{n}\right) \frac{\partial c}{\partial t} = -u \frac{\partial c}{\partial z} + D_d \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + D_m \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$$

$$\left(1 + \frac{K_d \rho_d}{n}\right) \frac{\partial c}{\partial t} = -u \frac{\partial c}{\partial z} + D_{dh} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$$

$$\left(1 + \frac{K_d \rho_d}{n}\right) \frac{dc}{dt} = -u \frac{\partial c}{\partial z} + D_d \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + D_m \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$$

$$\left(1 + \frac{K_d \rho_d}{n}\right) \frac{dc}{dt} = -u \frac{\partial c}{\partial z} + D_{dh} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$$

$$R_d \frac{\partial c}{\partial t} = -u \frac{\partial c}{\partial z} + D_{dh} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$$

$$R_d = 1 + \frac{K_d \rho_d}{n}$$

$$\left(1 + \frac{K_d \rho_d}{n}\right) \frac{dc}{dt} = -u \frac{\partial c}{\partial z} + D_{dh} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$$

$$R_d \frac{dc}{dt} = -u \frac{\partial c}{\partial z} + D_{dh} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$$

Equação do transporte unidimensional de soluto em solo homogêneo e isotrópico, com fluxo de água saturado, permanente e uniforme, com adsorção linear