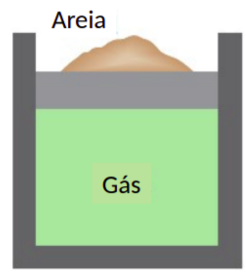
Termo-Estatística

Prof. Thales Souza Freire

9 de agosto de 2023

Q 1. Na figura ao lado, o pistão pode deslizar verticalmente sem atrito. O sistema encontra-se em equilíbrio mecânico na situação indicada, com uma massa m de areia depositada sobre a superfície do pistão.



(a) Faça diagrama de corpo livre para o pistão e expresse a pressão que o gás exerce sobre o pistão em função das demais forças que agem sobre o pistão.

(b) Considere que uma pequena quantidade de areia seja adicionada lentamente, de forma que a superfície do pistão sofra um pequeno deslocamento, praticamente sem alterar a pressão do gás. Calcule o trabalho realizado sobre o gás, expressando o resultado em termos da variação de volume.

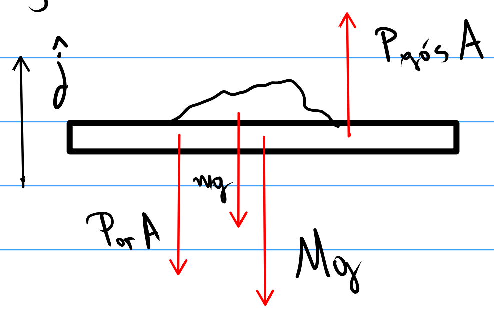
(c) Mostre que, nas condições anteriores, ao se retirar areia o resultado do trabalho é o mesmo do encontrado em (b).

(d) Mostre que o trabalho realizado ***pelo*** gás é dado por: $\mathrm{d}W = +P\mathrm{d}V$

(e) Compare as duas convenções da primeira lei da termodinâmica com os dois resultados de trabalho obtidos.

Resolução:

1. a)



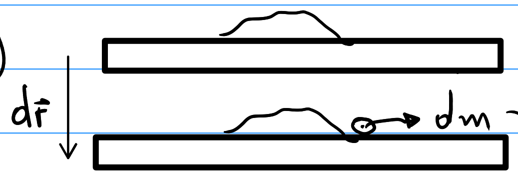
$$\vec{F}_{gás} = P_{gás} A \hat{j} \qquad \vec{F}_{pistão} = -Mg\hat{j}$$
$$\vec{F}_{ar} = -P_{ar} A \hat{j}$$
$$\vec{F}_{areia} = -mg\hat{j}$$

No equilíbrio estático:

$$\sum F = 0 \Rightarrow \quad P_{gás} A - P_{ar} A - mg - Mg = 0$$

$$P_{gás} = P_{ar} + \frac{(m+M)g}{A}$$

b)



$dm \rightarrow$ massa adicionada

Como o deslocamento é infinitesimal, vamos assumir que a força sobre o gás permanece constante. Como

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Com o sistema está em equilíbrio, $\vec{F} = -\vec{F}_{gás} = -P_{gás} A \hat{j}$, portanto:

$$dW = -P_{gás} A \hat{j} \cdot dy(-\hat{j}) = P_{gás} \underbrace{A\,dy}_{-dV \,\rightarrow\, \text{compressão}} = -P_{gás} dV$$

c) No caso de retirar a areia temos:

$$d\vec{r} = dy\hat{j} \quad \text{e} \quad \underbrace{A\,dy = dV}_{\rightarrow \text{expansão}} \quad \Rightarrow \quad dW = -P_{gás} A\hat{j} \cdot dy\hat{j} = -P_{gás} dV$$

d) No referencial do gás, o trabalho será realizado pela Força do gás sobre o pistão:

$$dW_{gás} = \vec{F}_{gás} \cdot d\vec{r} = \begin{cases} P_{gás} A \hat{j} \cdot dy(-\hat{j}) = -P_g A dy & (\text{compressão}) \\ P_{gás} A \hat{j} \cdot dy \hat{j} = P_g A dy & (\text{expansão}) \end{cases}$$

Da mesma forma que no item c, $A dy = \pm dV$, + para expansão e − para compressão. Logo:

$$dW_{gás} = P_{gás} dV$$

e) Na convensão onde o trabalho é realizado sobre o gás, temos

$$dU = dQ + dW = dQ - P dV$$

Na segunda convensão, com o trabalho realizado pelo gás:

$$dU = dQ - dW = dQ - P dV$$

Em ambos os casos, tem-se sempre $-PdV$. Isso ocorre pois a pressão P é a do gás nos dois casos, ou seja, em função da Força do gás.