



PRO 3811

Engenharia Econômica e Matemática Financeira

Prof. Dr. Fernando Berssaneti





Terminologia (1)



➤ **Gasto:**

- sacrifício que a empresa faz para obter um bem ou serviço, representados por entregas ou promessa de ativos;

➤ **Investimento:**

- gasto com bens ou serviços ativados em função de sua vida útil ou de benefícios atribuídos a períodos futuros (Ex.: máquinas/equipamentos, infraestrutura, etc);



Terminologia (2)



➤ **Custo:**

- gastos relativos ao negócio. Produção de bens e/ou serviços; são todos relativos às atividades de produção ou projeto que entregam valor direto ao produto ou serviço (Ex.: energia elétrica, matéria-prima, pessoal, equipamento, etc);

➤ **Despesa:**

- gastos que ocorrem em áreas fora do ambiente de produção; atividades não ligadas à geração de valor direto ao produto ou serviço (Ex.: despesas de vendas, despesas administrativas, etc).



Terminologia (3)



➤ **Desembolso:**

- pagamento resultante da aquisição de um bem ou serviço. Pode ocorrer antes, durante ou depois da compra, portanto defasado ou não do gasto;

➤ **Perda:**

- bem ou serviço consumido de forma anormal e involuntária e não se confunde com despesa ou custo pela anormalidade (Ex.: perdas com incêndio ou obsolescência de estoque).



Terminologia (4)



➤ **Receita:**

- entrada de elementos para o ativo sob forma de dinheiro ou direitos a receber, normalmente correspondente à venda de bens ou serviços;

➤ **Ganho:**

- resultado líquido favorável de transações ou eventos não relacionados às operações normais da empresa.



Terminologia (5)



➤ **Lucro/prejuízo:**

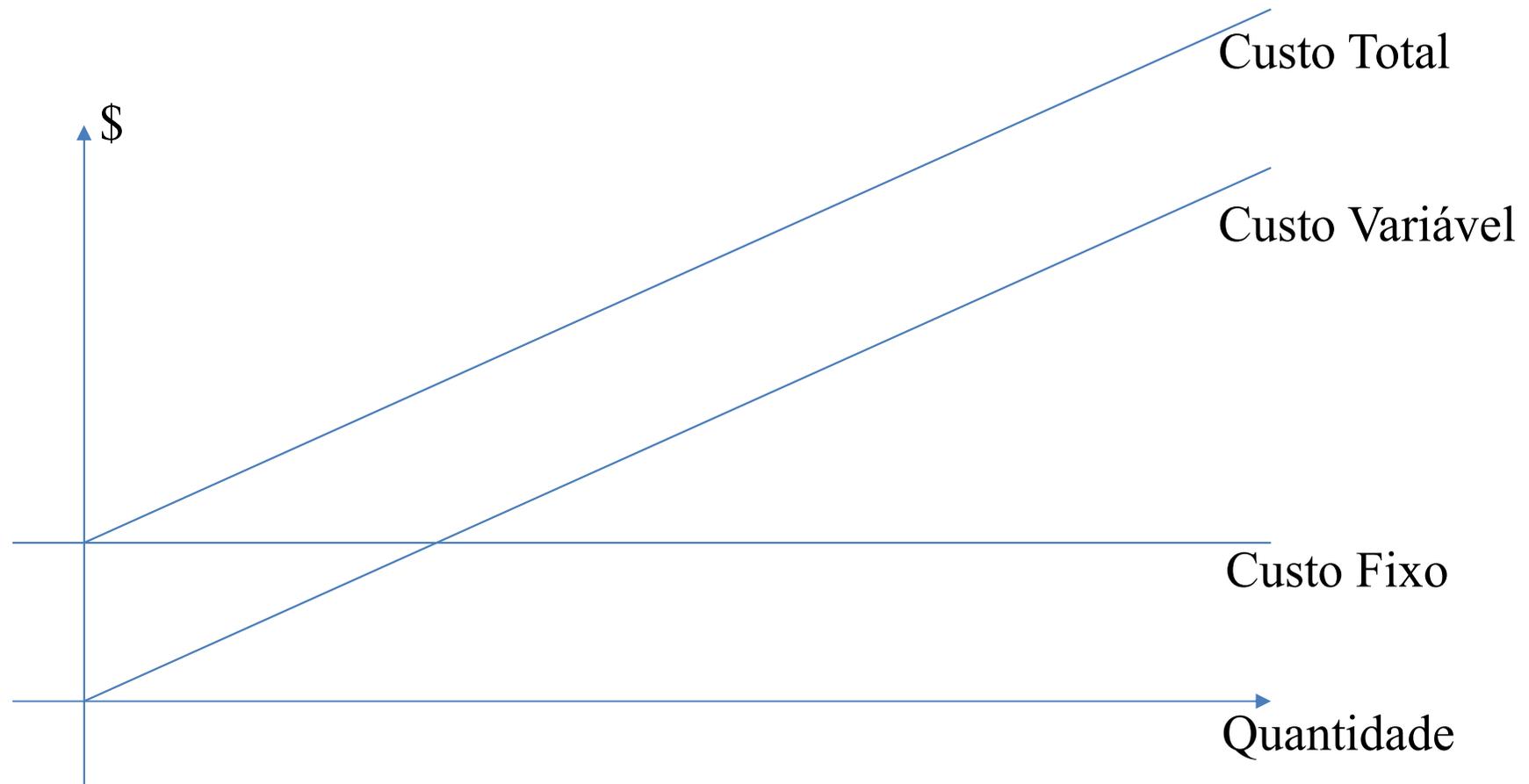
- diferença positiva/negativa entre a receita, custos e despesas; ganhos e perdas;

➤ **Custeio:**

- método para apropriação dos custos dos produtos e/ou serviços.



Terminologia (6)





AVALIAÇÃO ECONÔMICA DE PROJETOS



1. Todas as decisões são tomadas a partir de alternativas

- A análise do orçamento de capital começa com a determinação de todas as alternativas viáveis.



2. Denominador comum

- É necessário um denominador comum afim de tornar as consequências comensuráveis (e tornar comparáveis as alternativas viáveis).
- Descrever as consequências prospectivas de cada alternativa
- Traduzir as consequências no denominador comum em geral, em unidades de moeda.



3. Apenas as diferenças entre alternativas são relevantes para a tomada de decisão.

- As consequências prospectivas que são comuns a todas as alternativas em questão, não precisam ser consideradas na análise. Em virtude disto, todos os custos empatados (afundados) são irrelevantes para a escolha econômica entre alternativas.
- Custos empatado é despesa (ou receita) que ocorreu antes da decisão.



4. O valor do dinheiro no tempo e os problemas relativos ao racionamento de capital.

Sejam as alternativas A e B abaixo:

A : (-100,0) ; (200,5)

B : (-100,0) ; (250,5)

Qual delas você escolhe?

Suponha, agora o seguinte:

A : (-100,0) ; (200,5)

B : (-100,0) ; (500,10)

Qual delas você escolhe?



5. Deve ser dado peso aos graus relativos de incerteza associada com as várias previsões

- Em orçamento de capital trabalha-se, basicamente, com estimativas, sendo provável que estas difiram dos resultados reais. Devemos tratar da incerteza de forma adequada e não, simplesmente, ignorá-la.



Equivalência - Exemplo

Seja um empréstimo de R\$ 1.000,00 que deve ser pago ao final de 5 anos, juntamente com os juros acumulados. Suponhamos que a taxa de juros associada ao empréstimo seja de 10% ao ano e o juro deva ser capitalizado anualmente.

Ano	Dívida no início do ano (R\$)	Juros anuais (Débito) (R\$)	Dívida no final do ano (R\$)
1	1.000,00	100,00	1.100,00
2	1.100,00	110,00	1.210,00
3	1.210,00	121,00	1.331,00
4	1.331,00	133,10	1.464,10
5	1.464,10	146,41	1.610,51

Portanto, o pagamento no final do 5º ano, deverá ser de R\$ 1.610,51. Assim R\$ 1.000,00 hoje é equivalente R\$ 1.610,51 daqui a 5 anos, a uma taxa de juros de 10% a.a.

Portanto $(1000,0) \text{ eq } (1610,51;5)$ se $i = 10\% \text{ a.a.}$



Pagamento do empréstimo em prestações anuais



Ano	Dívida no início do ano (R\$)	Juros anuais (R\$)	Dívida no final do ano (R\$)	Pagamento no final do ano (R\$)
1	1.000,00	100,00	1.100,00	263,80
2	836,20	86,32	919,82	263,80
3	656,02	65,60	721,62	263,80
4	457,82	45,78	503,60	263,80
5	239,80	23,98	263,78	263,80

Os pagamentos acima (uma série uniforme) fazem com que o indivíduo liquide sua dívida no final do 5º ano. Os R\$ 1.000,00 hoje são equivalentes a uma série uniforme de R\$ 263,80 no final de cada ano, durante 5 anos, a uma taxa de juros de 10% a.a.

Portanto $(1000,00;0)$ eq $(1610,51;5)$ eq $\{(263,8;1), 263,8;2), \dots (263,8;5)\}$

se a taxa de juros $i = 10\%$ a.a.



Juros e Taxa de Juros





Empresa



- Remuneração dos fatores de produção e do produto/serviço
- Juros – remuneração do capital



Exemplos para discussão

- Se você empresta dinheiro a alguém, você espera receber, no futuro, alguma compensação?
- Se o seu pai emprestar a você uma certa quantia de dinheiro, você acha que deveria, no futuro, pagar algo a ele? Quanto?



Outras definições para juros



- Aluguel pago pela obtenção de dinheiro emprestado.
- Retorno obtido pelo investimento produtivo do capital.



Taxa de Juros



- Razão entre os juros no final de um período de tempo (de juros) e o valor devido no início do período.
- Exemplo: 10% ao ano (10% a.a.), 2% ao mês (2% a.m.), 30% ao semestre (30% a.s), etc.



Juros Compostos



- O valor de juros de um período é incorporado ao valor (devido) no início do período; esse novo valor será usado para o cálculo de juros no período seguinte. (ver exemplo nas tabelas de equivalência).



Juros Simples



- O juros não são incorporados ao capital.
- Ex. \$ 1.000,00 emprestado a 10% a.a. gera \$ 100,00 no primeiro período, \$ 100,00 no segundo período, ...
- Após t períodos o capital será:
$$1000 (1 + 0,1t)$$



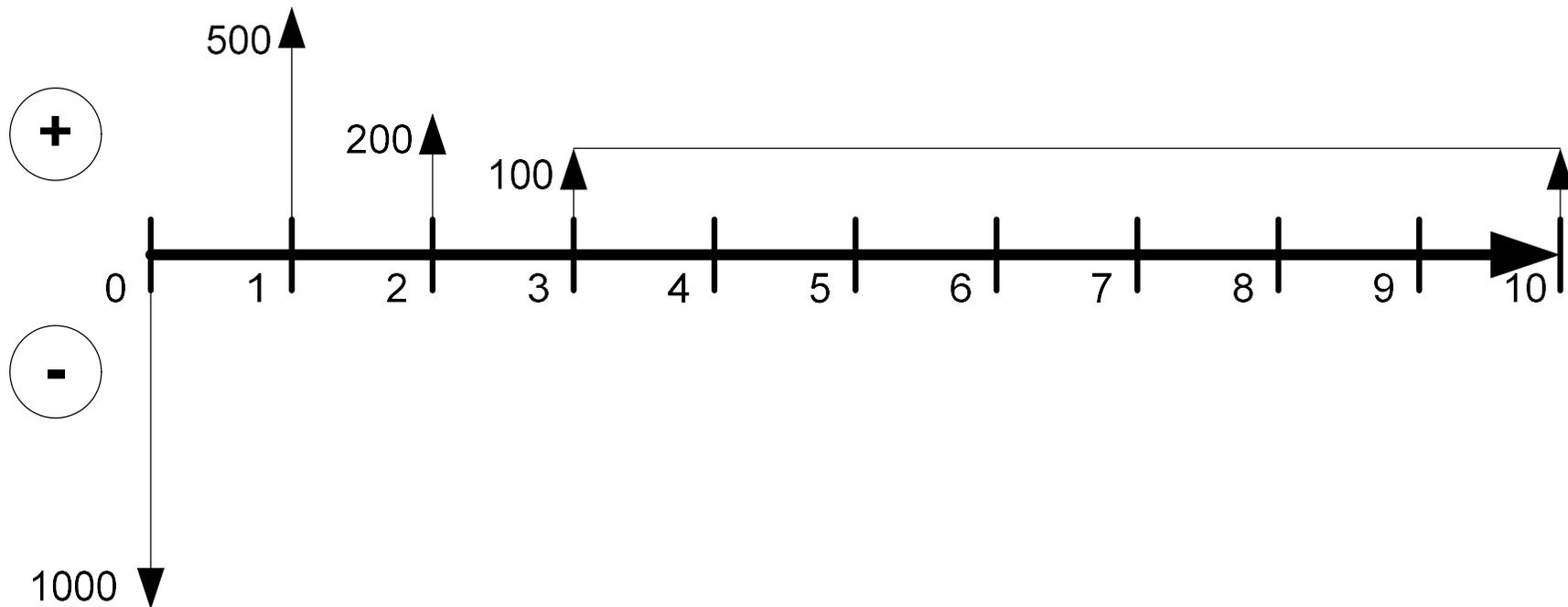
Diagramas de Fluxo de Caixa

- Na Matemática Financeira o que importa são os chamados **CAPITAIS DATADOS**
- Os capitais datados podem ser representados por tabelas, listas e pelos Diagramas de Fluxo de Caixa.



Diagramas de Fluxo de Caixa

➤ Exemplos:

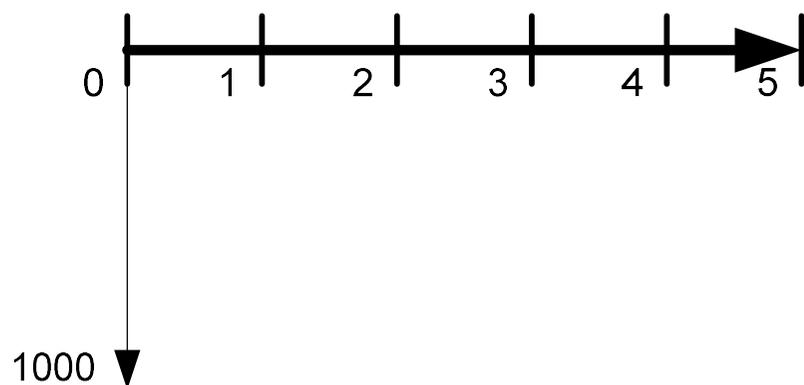




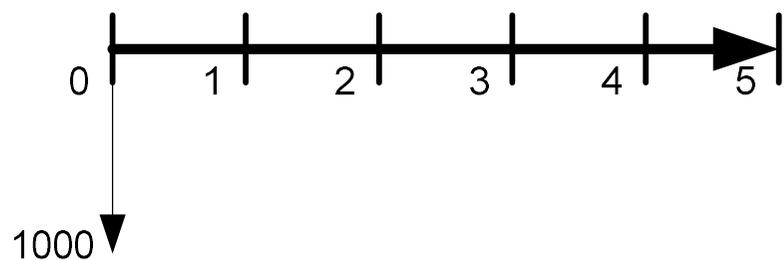
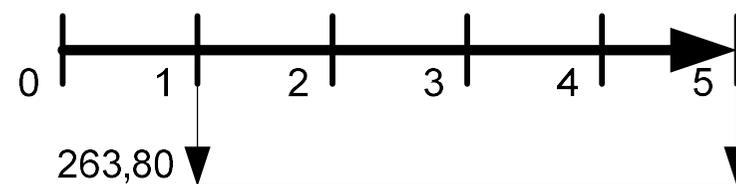
Diagramas de Fluxo de Caixa



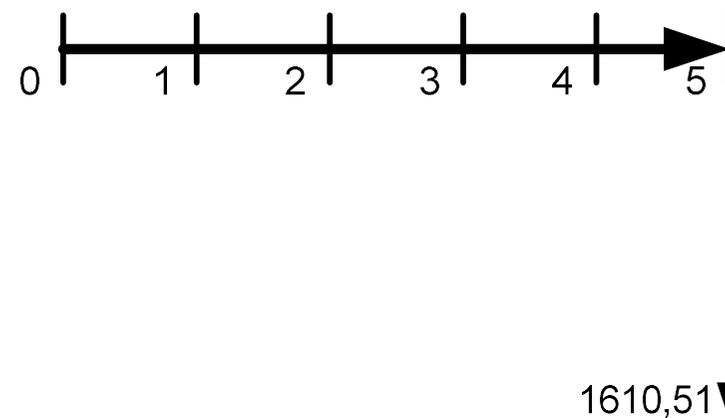
➤ Exemplos:



Eq



Eq





Expressões de Equivalência para Juros Compostos



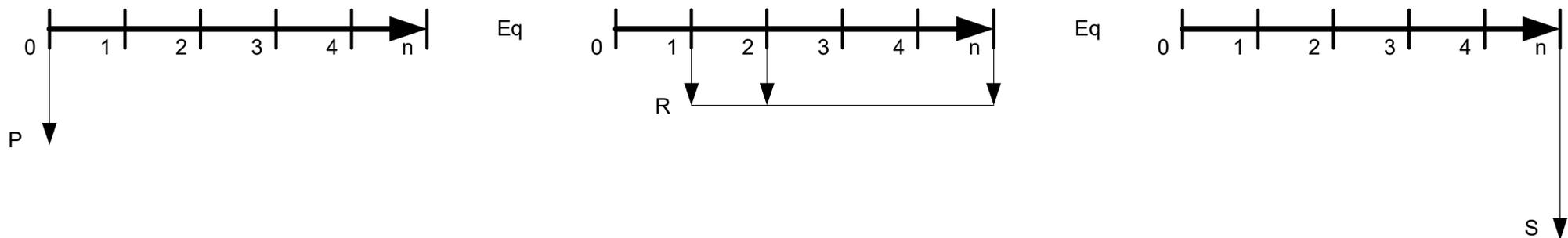
P ou PV – Valor presente (valor atual)

S ou FV – Valor futuro

R ou PMT – Parcela de série uniforme

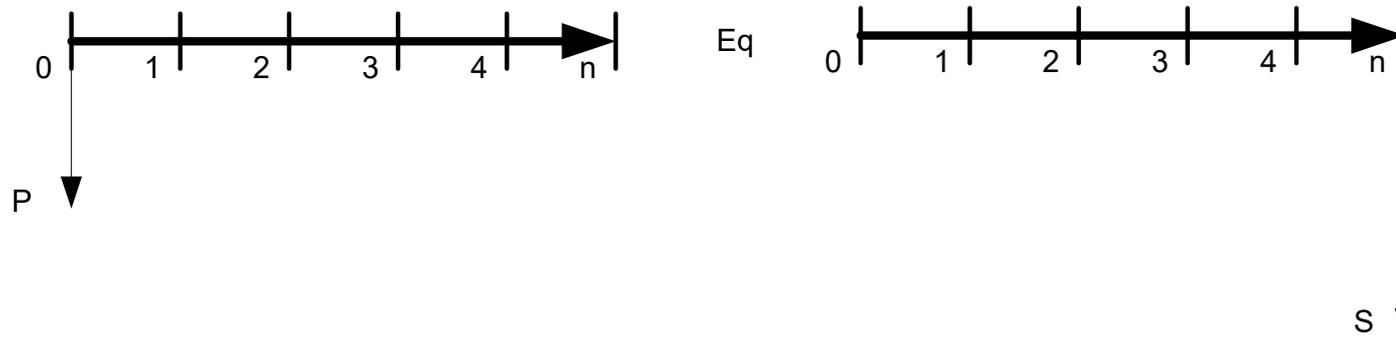
i – taxa de juros por período

n – número de períodos de juros





Equivalência entre pagamentos simples



$$S = P(1+i)^n = P(P \rightarrow S)_i^n$$

$(1+i)^n = (P \rightarrow S)_i^n \Rightarrow$ Fator de valor futuro para pagamento simples (único)

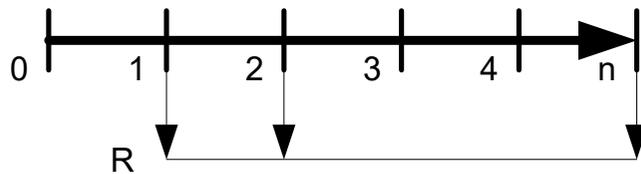
$$P = S(1+i)^{-n} = S(S \rightarrow P)_i^n$$

$$(1+i)^{-n} = \frac{1}{(1+i)^n} = (S \rightarrow P)_i^n$$

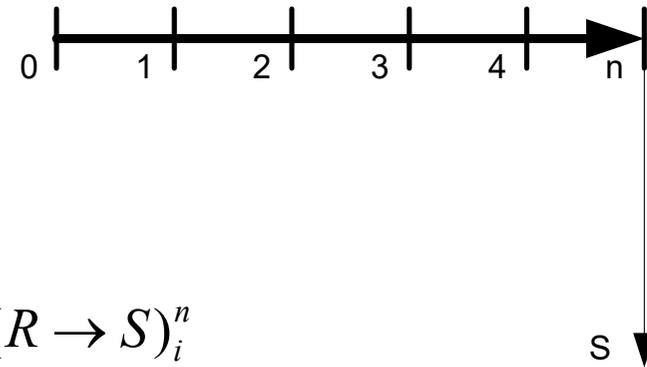
= Fator de valor presente (valor atual) para pagamento simples



Equivalência envolvendo Séries Uniformes



Eq



$$S = R \frac{(1+i)^n - 1}{i} = R(R \rightarrow S)_i^n$$

$\frac{(1+i)^n - 1}{i} = (R \rightarrow S)_i^n =$ fator de valor futuro para a série uniforme de pagamentos

$$R = \frac{Si}{(1+i)^n - 1} = S(S \rightarrow R)_i^n$$

$\frac{i}{(1+i)^n - 1} = (S \rightarrow R)_i^n =$ fator do fundo de renovação (amortização) para a série uniforme



A partir das expressões anteriores, obtemos



$$P = R \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = R(R \rightarrow P)_i^n$$

Sendo $(R \rightarrow P)_i^n$ o fator de valor presente (atual) para a série uniforme

$$R = \frac{Pi(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = P(P \rightarrow R)_i^n$$

Sendo fator $P(P \rightarrow R)_i^n$ de recuperação de capital para a série uniforme



Avaliação de Projetos



Avaliação de Projetos – quais alternativas



- Problema de Seleção de Alternativas de Investimento

- Desdobramento de Problema
 - ✓ Quais das alternativas são financeiramente viáveis?
 - ✓ Qual é a melhor alternativa?



Avaliação de Projetos

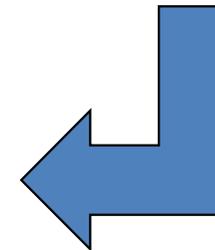


➤ Exemplo:

- ✓ Melhoria da Produtividade no Setor X
- ✓ Desenvolvimento de um novo mercado
- ✓ Localização de mais uma Unidade Produtiva

A	B	C
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

➤ Alternativas Mutuamente Excludentes





Quais das alternativas são financeiramente viáveis?



- Considerando a restrição de capital para investimentos e a demanda de capital de cada alternativa, separar as viáveis das inviáveis financeiramente.
- Supondo que A, B e C demandem, respectivamente, \$1000, \$2000 e \$ 3000 de investimento inicial, teremos:



Quais das alternativas são financeiramente viáveis?



A	B	C	Demanda por Capital (\$)	Alternativas Viáveis	
				K=\$ 3000	K = \$ 5000
0	0	0	0	✓	✓
0	0	1	3000	✓	✓
0	1	0	2000	✓	✓
0	1	1	5000	inviável	✓
1	0	0	1000	✓	✓
1	0	1	4000	inviável	✓
1	1	0	3000	✓	✓
1	1	1	6000	inviável	inviável
				K = oferta de capital	



Qual é a melhor alternativa?



- **Escolher, dentre as alternativas financeiras viáveis (e mutuamente excludentes) aquela de melhor retorno econômico (ótima).**

- **Utilização dos Métodos Equivalentes para Seleção de Alternativas.**

- **Valor Presente (Valor Atual) – VP**
 - ✓ Para uma certa taxa de desconto (**taxa mínima de atratividade**), calcular o VP de cada alternativa e selecionar aquela com melhor VP.
 - ✓ A Análise pode ser feita em qualquer ponto do tempo, portanto o método pode ser chamado de **Valor Equivalente** (p. ex. Valor Futuro)



Exemplo – equipamento de movimentação



Informações	Alternativas	
	X	Y
Investimento (\$)	1500	2000
Vida Útil (anos)	10	10
Benefício Anual Líquido (\$)	270	350
Valor Residual Líquido(\$)	280	400

Suponhamos X e Y mutuamente excludentes e taxa mínima de 10% a.a.

$$VP_x = -1500 + 270 (R \rightarrow P)_{i=10\%}^{n=10} + 280 (S \rightarrow P)_{i=10\%}^{n=10} = \$ 266,99$$

$$VP_y = -2000 + 350 (R \rightarrow P)_{i=10\%}^{n=10} + 400 (S \rightarrow P)_{i=10\%}^{n=10} = \$ 304,16$$

Portanto Y é preferível à X e será selecionada.



Custo Anual Uniforme Equivalente – CAUE



- Para uma certa taxa mínima de atratividade, calcular o CAUE de cada alternativa e selecionar aquela com melhor CAUE.
- CAUE calculado considerando um horizonte de tempo adequado.
- Nome melhor: Benefício Uniforme Equivalente.
- Mesmo exemplo:

$$BUE_x = 270 + 280(S \rightarrow R)_{i=10\%}^{n=10} - 1500(P \rightarrow R)_{i=10\%}^{n=10} = \$43,45 / \text{Ano}$$

$$BUE_y = 350 + 400(S \rightarrow R)_{i=10\%}^{n=10} - 2000(P \rightarrow R)_{i=10\%}^{n=10} = \$49,61 / \text{Ano}$$

Portanto Y é preferível à X e será selecionada.

Lembrete: Os Métodos são Equivalentes, portanto levam a soluções idênticas.



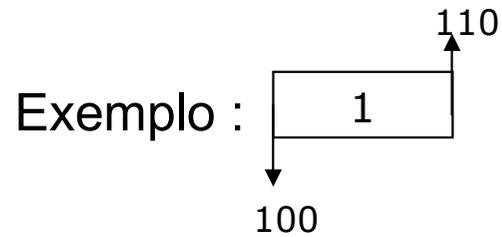
Taxa Interna de Retorno - TIR



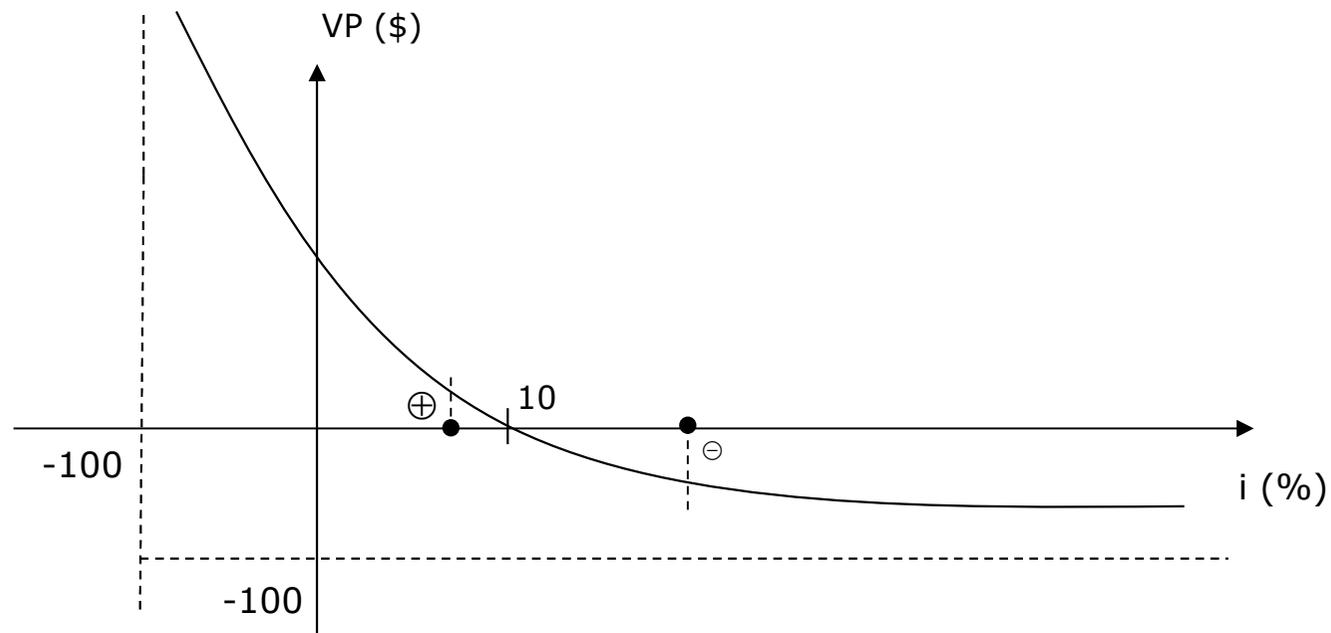
- “Uma alternativa de investimento (I) dá retorno de 30% a.a. enquanto que outra (II) dá retorno de 20% a.a. Qual delas você prefere – I ou II?”



Taxa Interna de Retorno – TIR é a raiz da equação: $VP = 0$



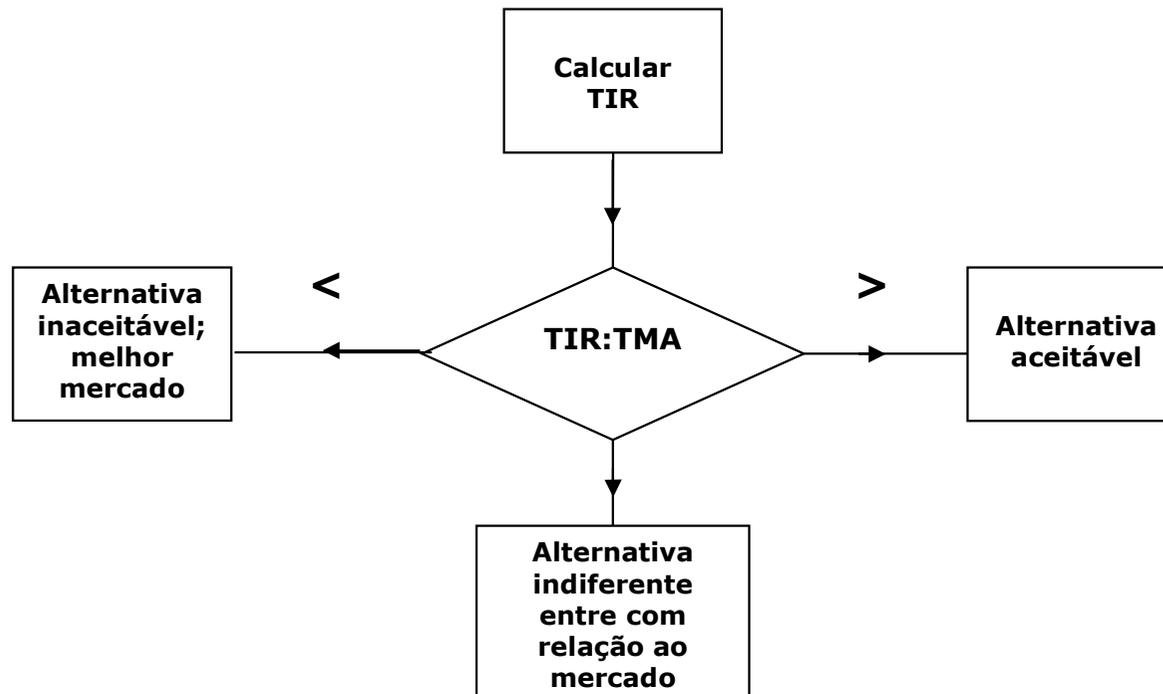
$$VP = 0 = -100 + \frac{110}{1+i} \Rightarrow 100(1+i) = 110 \Rightarrow i = 10\% \text{ a.p.}$$





Taxa Interna de Retorno

- Para saber se a alternativa é aceitável precisamos comparar TIR com a TMA (taxa mínima de atratividade). No caso, se $TMA < 10\%$ a.p. então o investimento é aceitável; se $TMA > 10\%$ a.p. então o investimento não é aceitável.





Taxa Interna de Retorno – mesmo exemplo anterior



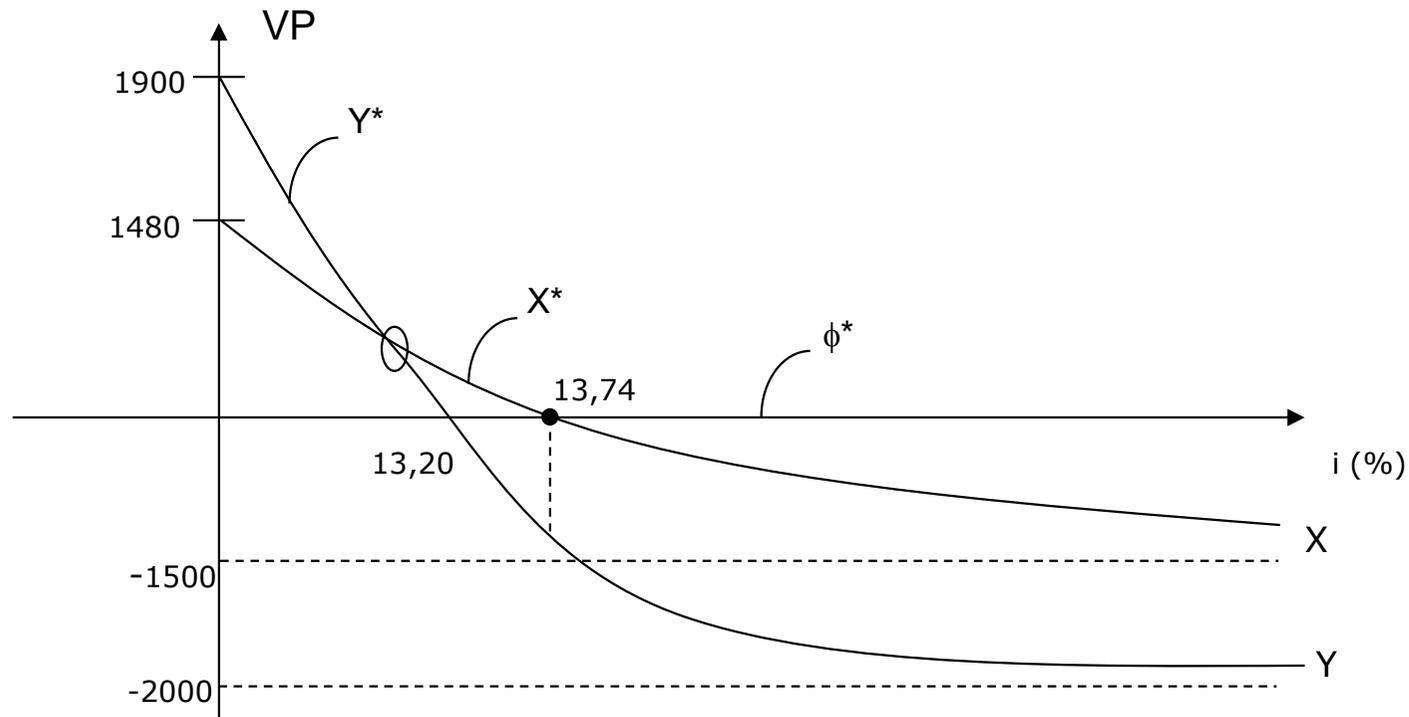
$$VP_x = 0 \rightarrow -1500 + 270(R \rightarrow P)_i^{n=10} + 280(S \rightarrow P)_i^{n=10} = 0$$

$$\Rightarrow i_x^* = TIR_x = 13,74\% \text{ a.a.}$$

$$VP_y = 0 \rightarrow i_y^* = TIR_y = 13,20\% \text{ a.a.}$$

} > 10% a.a. \Rightarrow Então X e Y são aceitáveis

Para escolher entre X e Y:



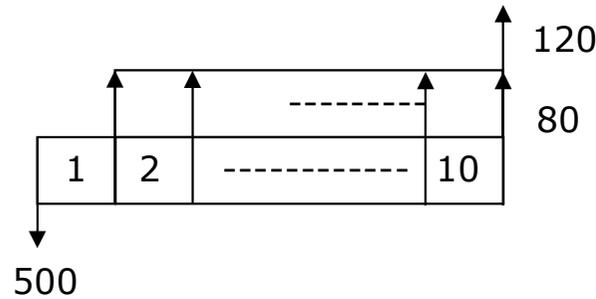


Taxa Interna de Retorno – incremento



$$VP_x = VP_y \Rightarrow VP_{y-x} = 0$$

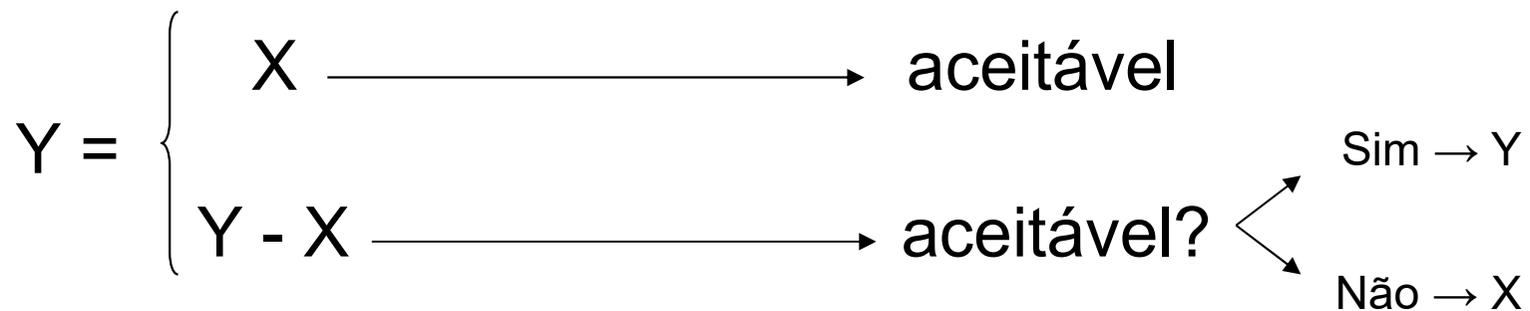
Y - X :



$$VP_{y-x} = 0 = -500 + 80(R \rightarrow P)_i^{n=10} + 120(S \rightarrow P)_i^{n=10} = 0$$

$$TIR_{y-x} = i_{y-x}^* = 11,58\% \text{ a.a.} > 10\% \text{ a.a.} \Rightarrow$$

\Rightarrow incremento de investimento é aceitável e Y é melhor que X





“Payback Period”



- É o espaço de tempo necessário para que a soma dos recebimentos líquidos nominais futuros iguale o valor do investimento inicial (T).
- No nosso exemplo:
 $T_x = 6 \text{ anos}$
 $T_y = 6 \text{ anos}$
- O método ignora o que ocorre com os projetos analisados após T, o que o torna, em princípio, não equivalente aos demais métodos vistos. Além disso, **não considera o valor do dinheiro no tempo**, o que poderia ser contornado.
- Deve ser usado como critério auxiliar na tomada de decisão.



Fernando Tobal Berssaneti

Copyright © 2023

Todos direitos reservados. Reprodução ou divulgação total ou parcial deste documento é expressamente proibido sem o consentimento formal, por escrito, do Profissional.

