

**Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – EPUSP**

**PPGEC**

**PEF 6007 2023 3**

**ESTRUTURAS DE MADEIRA**

**Reyolando M. L. R. F. Brasil**

**Engenheiro Civil**

**Mestre, Doutor e Livre Docente**

**Dep. de Eng. e Estruturas e Geotécnica – PEF**

**Prof. Titular de Estruturas**

**Universidade Federal do ABC – UFABC**

**São Paulo**

**2023**

## **Bibliografia Básica**

1. ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, NBR 6120:2019 – Cargas para o cálculo de estruturas de edificações – Procedimento, Rio de Janeiro.
2. ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, NBR 6123:1988 – Forças Devidas ao Vento em Edificações, Rio de Janeiro.
3. ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, NBR 8681:2003 – Ações e segurança nas estruturas, Rio de Janeiro.
4. ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, NBR 7190-1:2022 – Projeto de Estruturas de Madeira Parte 1 – Critérios de Dimensionamento, Rio de Janeiro
5. MOLITERNO, A., BRASIL, R.M.L.R.F. *Caderno de Projetos de Telhados em Estruturas de Madeira, 4ª Ed*, Ed. Edgard Blücher Ltda., São Paulo, 2010.
6. PFEIL, W., PFEIL, M.S. *Estruturas de Madeira, 6ª Edição*, LTC- Livros Técnicos e Científicos Editora AS, Rio de Janeiro, 2012.

## **Parte 3**

### **Verificação da estabilidade em peças de seção maciça ou composta**

## 1. Conceito de estabilidade e esbeltez em estruturas

Considere-se um sistema (estrutural ou não) em uma configuração de equilíbrio. Se excitado por uma perturbação (pequena) ele vibrar e retornar em um certo tempo (curto) à configuração inicial, se diz que essa configuração do sistema é estável. Se, no entanto, após a perturbação ele busque uma nova configuração de equilíbrio, que pode não existir, a primeira é dita instável.

É o caso, por exemplo, de uma coluna reta comprimida. Até um certo valor da carga de compressão, perturbações pequenas podem fazer a coluna vibrar e voltar à configuração reta, sendo ela estável. Atingida esse valor de carga, dita crítica, qualquer perturbação faz a coluna deixar de ser reta, configuração agora instável, e assumir uma configuração curva, se o material de que é feita suportar essa flexo-compressão.

Com a modernização das técnicas de análise e a disponibilidade de materiais mais resistentes e métodos construtivos mais apurados, é a realidade atual da Engenharia de Estruturas que as peças se tornem cada vez mais esbeltas e, portanto, mais sujeitas a possíveis problemas de instabilidade.

Os problemas mais evidentes em Engenharia Estrutural são os das peças esbeltas comprimidas e fletidas. A grosso modo, esbeltez é a relação entre o comprimento da peça e as propriedades geométricas de rigidez à flexo-compressão de sua seção transversal, conforme as expressões:

$$\lambda_x = \frac{L_{0x}}{\sqrt{I_x/A}} \quad \text{e} \quad \lambda_y = \frac{L_{0y}}{\sqrt{I_y/A}} \quad (1)$$

onde  $L_{0x}$  e  $L_{0y}$  são os “comprimentos de flambagem”, em cada direção, dados pelos comprimentos entre apoios reais da peça  $L_x$  e  $L_y$ , em cada direção, multiplicados por um coeficiente  $K_E$  relacionado com suas condições de fixação nas extremidades nessa direção, conforme Tabela 7 da NBR 7190:2022, a seguir.

Tabela 7 – Valores dos coeficientes  $K_E$

Modos de flambagem						
Valores de projeto para $K_E$	0,65	0,80	1,20	1,00	2,10	2,40
Código das condições de extremidade		Rotação e translação lateral impedidas, translação vertical livre			Rotação e translação vertical livres, translação lateral impedida	
		Rotação livre e translações impedidas			Rotação impedida e translações livres	
		Rotação e translações livres				

O estudo da estabilidade de estruturas se iniciou com o grande matemático suíço-russo Leonhard Euler (1707-1783), bem cedo na história da análise estrutural, sendo muito desenvolvido depois pelos grandes matemáticos franceses e alemães do século XIX. A instabilidade era então associada com a palavra flambagem. O texto que de forma final concretizou essa forma de pensar é o Theory of Elastic Stability do grande engenheiro ucraniano-americano S. P. Timoshenko (1878-1972). Na atualidade, a estabilidade estrutural tem tido sua filosofia mudada pela percepção de que no mundo real é impossível existirem peças perfeitas, em geometria e material. E é também impossível a aplicação de carregamentos em pontos e direções também exatos. A presença das inevitáveis imperfeições faz do conceito de flambagem uma ideia puramente matemática, que tem sido evitada das normas de projeto estrutural.

## 2. Estabilidade de pilares de madeira

Define-se esbeltez relativa nas direções  $x$  e  $y$  como:

$$\lambda_{rel,x} = \frac{\lambda_x}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} \quad \text{e} \quad \lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c0,k}}{E_{0,05}}} \quad (2)$$

definidas as esbeltezes nas direções  $x$  e  $y$ ,  $\lambda_x$  e  $\lambda_y$ , e lembrando que  $f_{c0,k}$  é a resistência á compressão na direção das fibras característica e  $E_{0,05}$  o módulo de elasticidade característico nessa mesma direção.

Para  $\lambda_{rel,x}$  e  $\lambda_{rel,y}$  menores que 0,3, não é necessária a verificação da estabilidade, sendo usada a expressão já dada para a flexocompressão de peças pouco esbeltas. Se qualquer dessas esbeltezes superar esse valor, a verificação é dada pela mais restritiva das inequações a seguir:

$$\frac{\sigma_{Nc0,d}}{k_{cx}f_{c0,d}} + \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{m,d}} + k_M \frac{\sigma_{My,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \quad \text{ou} \quad \frac{\sigma_{Nc0,d}}{k_{cy}f_{c0,d}} + k_M \frac{\sigma_{Mx,d}}{f_{m,d}} + \frac{\sigma_{My,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \quad (3)$$

onde

$$k_{cx} = \frac{1}{k_x + \sqrt{k_x^2 - \lambda_{rel,x}^2}} \quad \text{e} \quad k_{cy} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} \quad (4)$$

com

$$k_x = 0,5[1 + \beta_c(\lambda_{rel,x} - 0,3) + \lambda_{rel,x}^2] \quad (5)$$

$$k_y = 0,5[1 + \beta_c(\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2] \quad (6)$$

com  $\beta_c = 0,2$  para madeira maciça serrada e  $\beta_c = 0,1$  para LMC.

### 3. Estabilidade lateral de vigas fletidas

As vigas sujeitas à flexão simples reta, em que as fibras de um lado da linha neutra são comprimidas, devem ter sua estabilidade lateral verificada. Nos casos de vigas de seção transversal retangular de largura  $b$  e altura  $h$  medida no plano de atuação do carregamento, essa verificação pode ser dispensada, desde que atendam aos requisitos a seguir:

- a) as rotações nas seções extremas (apoios da viga) estão impedidas; e
- b) o comprimento  $L_1$ , definido como a distância entre pontos adjacentes da borda comprimida com deslocamentos laterais impedidos (apoios da viga e pontos com travamento lateral, se existentes), atende à seguinte condição:

$$\frac{L_1}{b} \leq \frac{E_{0,ef}}{\beta_M f_{m,d}} \quad (7)$$

observada a Tabela 8 da NBR 7190:2022, a seguir.

Tabela 8 – Coeficiente de correção  $\beta_M$  para  $\gamma_f = 1,4$  e  $\beta_E = 4$

h/b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\beta_M$	6	8,8	12,3	15,9	19,5	23,1	26,7	30,3	34	37,6	41,2	44,8	48,5	52,1	55,8	59,4	63	66,7	70,3	74

### 4. Pilares de seção composta

A estabilidade das peças compostas por elementos justapostos solidarizados continuamente pode ser verificada como se elas fossem maciças, limitando a esbeltez a 140.

As peças compostas solidarizadas descontinuamente por espaçadores interpostos ou por chapas laterais de fixação, conforme a Figura 14, formadas de barras de seção retangular, como indicado nos arranjos da Figura 15, podem ser verificadas como seção maciça, nas condições a seguir indicadas.

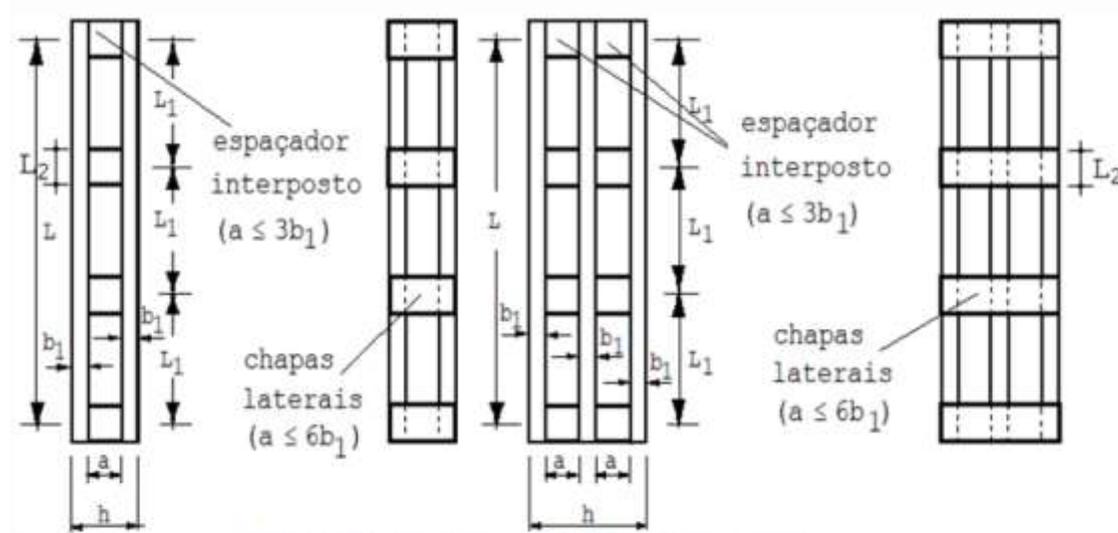


Figura 14 – Peças solidarizadas descontinuamente

Os espaçadores devem estar igualmente afastados entre si ao longo do comprimento  $L$  da peça. A sua fixação aos elementos componentes deve ser feita por ligações com pregos ou parafusos, conforme será visto no texto sobre ligações.

Permite-se que estas ligações sejam feitas com apenas dois parafusos ajustados dispostos ao longo da direção do eixo longitudinal da peça, afastados entre si de no mínimo  $4d$  e das bordas do espaçador de pelo menos  $7d$ , desde que o diâmetro de pré-furação seja feito igual ao diâmetro  $d$  do parafuso.

A altura  $L_2$  da seção transversal dos espaçadores deve atender às indicações da Figura 14.

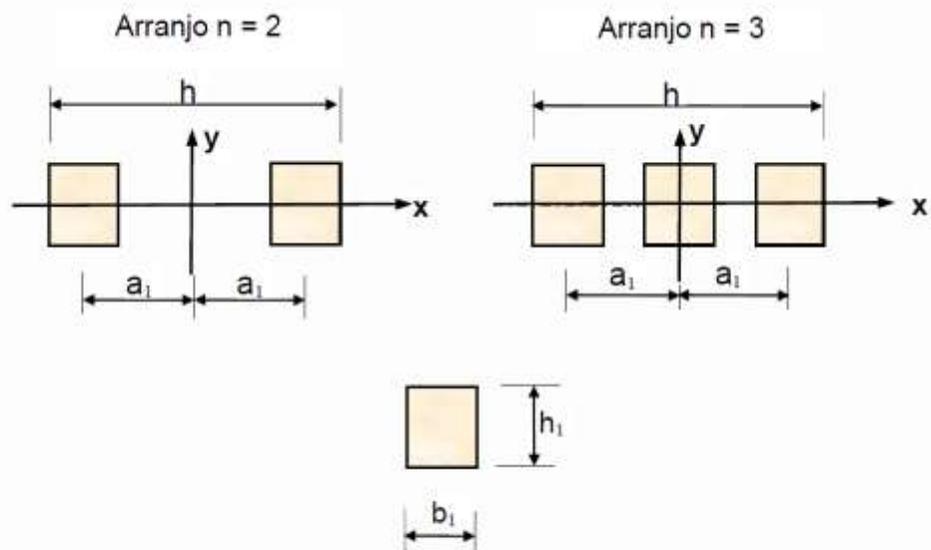


Figura 15 – Seções compostas por dois ou três elementos iguais

Para a verificação da flambagem segundo o eixo  $x$ , correspondente a deslocamentos na direção do eixo  $y$ , estabelecidos de acordo com a Figura 15, a capacidade de carga da seção total pode ser considerada igual à soma de carga de cada elemento individual que compõe a seção.

Para a verificação da flambagem em torno do eixo  $y$ , deslocamentos na direção de  $x$ , deve ser considerada uma esbeltez eficaz determinada de acordo com as equações a seguir:

a) seção de um elemento componente:

$$A_1 = b_1 h_1$$

b) seção composta por dois elementos:

$$A_{tot} = 2 A_1$$

$$I_{tot} = \frac{h_1[(2b_1+a)^3 - a^3]}{12}$$

c) seção composta por três elementos:

$$A_{tot} = 3 A_1$$

$$I_{tot} = \frac{h_1[(3b_1+2a)^3 - (b_1-2a)^3 + b_1^3]}{12}$$

d) determinação do índice de esbeltez efetivo referente à flambagem no eixo y:

$$\lambda_{ef,y} = \sqrt{\lambda^2 + n \frac{\eta}{2} \lambda_1^2}$$

onde  $\lambda = L\sqrt{A_{tot}/I_{tot}}$  e  $\lambda_1 = \sqrt{2} L_1/b_1$

$n$  é a quantidade de elementos constituintes da seção composta;

$\eta$  é o fator definido na Tabela 12 da NBR 7190:2022, a seguir.

Tabela 12 – Fator  $\eta$

Classe de carregamento	Espaçadores interpostos			Chapas laterais	
	colados	pregados	parafusados	coladas	pregadas
Permanente ou longa duração	1	4	3,5	3	6
Média duração ou curta duração	1	3	2,5	2	4,5

## 5. Programa em Matlab para verificação de pilares de madeira

```
% pilar_NBR7190_2022.m
%verificação de pilar seção retangular única ou composta, NBR 7190:2022
%15/09/2022
%Prof. Reyolando Brasil
%
clc
clear
%
%Entrada de dados
%
%Material
%
%adotada madeira serrada folhosa D60
%
Ec0m=1950;%módulo de elasticidade médio direção fibras, KN/cm²
fc0k=6;%resistência compressão característica direção fibras, KN/cm²
beta_c=0.2;% madeira serrada; para MLC usar 0.1
kmod1=0.7;%carga longa duração
kmod2=0.9;%unidade ambiente entre 65 e 75%
gama_w=1.4;%coef. de minoração da resitência
%
%Geometria
%
%adotada seção retangular b x h para cada peça
%
b=6;%largura, cm
h=18;%altura, cm
Lx=250;%comprimento da peça direção x, cm
Ly=250;%comprimento da peça direção y, cm
KM=0.7;%seção retangular
```

```

KEx=1;%bi-articulada na direção x
KEy=1;%bi-articulada na direção y
L0x=KEx*Lx;%comprimento de flambagem em x, cm
L0y=KEy*Ly;%comprimento de flambagem em y, cm
%
%solicitações
%
Ncd=35;%força normal de cálculo, KN
Mxd=1300;%momento fletor de cálculo em x, KNcm
Myd=0;%momento fletor de cálculo em y, KNcm
%
%cálculos preliminares
%
%Material
%
fc0d=kmod1*kmod2*fc0k/gama_w;%resistência a compressão de cálculo, KN/c²
fmd=fc0d;%resistência a flexão de cálculo, KN/c²
Ec0d=0.7*Ec0m;%módulo de elasticidade de cálculo, KN/cm²
%
%
caso='C';%seção única maciça
%
switch(caso)
  case 'A'
    %seção única maciça
    n=1;
    A=b*h;%área, cm²
    Ix=b*h³/12;%momento de inércia em x, cm⁴
    Iy=h*b³/12;%momento de inércia em y, cm⁴
    Wx=2*Ix/h;%modulo flexão em x, cm³
    Wy=2*Iy/b;%modulo flexão em y, cm³
    lamb_x=L0x/sqrt(Ix/A);%lambda x, adimensional
    lamb_y=L0y/sqrt(Iy/A);%lambda y, adimensional
    %

```

```

case 'B'
    %seção composta com dois elementos e espaçador iguais
    n=2;%numero de elementos
    a=b;%distancia do CG ao eixo dos elementos, cm
    L1=Ly/3;%distância entre espaçadores, cm
    A=2*b*h;%área, cm2
    Ix=2*b*h3/12;%momento de inércia em x, cm4
    Wx=2*Ix/h;%modulo flexão em x, cm3
    lamb_x=L0x/sqrt(Ix/A);%lambda x, adimensional
    Iy=h*((2*b+a)3-a3)/12;%momento de inércia em y, cm4
    Wy=2*Iy/3/b;%modulo flexão em y, cm3
    lambda=Ly*sqrt(A/Iy);
    lamb1=sqrt(12)*L1/b;
    eta=4;%carga longa duração
    lamb_y=sqrt(lambda2+(n*eta)/2*lamb12);
    %
case 'C'
    %seção composta com três elementos e espaçador iguais
    n=3;%numero de elementos
    a=2*b;%distancia do CG ao eixo dos elementos, cm
    L1=Ly/3;%distância entre espaçadores, cm
    A=3*b*h;%área, cm2
    Ix=3*b*h3/12;%momento de inércia em x, cm4
    Wx=2*Ix/h;%modulo flexão em x, cm3
    lamb_x=L0x/sqrt(Ix/A);%lambda x, adimensional
    Iy=h*((3*b+2*a)3-(b+2*a)3+b3)/12;%momento de inércia em y, cm4
    Wy=2*Iy/5/b;%modulo flexão em y, cm3
    lambda=Ly*sqrt(A/Iy);
    lamb1=sqrt(12)*L1/b;
    eta=4;%carga longa duração
    lamb_y=sqrt(lambda2+(n*eta)/2*lamb12);
    %
otherwise
    disp('Caso não definido');

```

```

end
%
%tensões de cálculo
SNcd=Ncd/A;%tensão normal devida à carga normal de cálculo, KN/cm²
SMxd=Mxd/Wx;%tensão normal devida a Mx de cálculo, KN/cm²
SMyd=Myd/Wy;%tensão normal devida a My de cálculo, KN/cm²
%
%esbeltez relativa
%
lrx=lamb_x/pi*sqrt(fc0k/Ec0d);%lambda x relativo, adimensional
lry=lamb_y/pi*sqrt(fc0k/Ec0d);%lambda y relativo, adimensional
%
%verificação
%
if (lrx>0.3) || (lry>0.3)
    %verificação de estabilidade
    disp('verificação de estabilidade')
    kx=0.5*(1+beta_c*(lrx-0.3)+lrx^2);
    ky=0.5*(1+beta_c*(lry-0.3)+lry^2);
    kcx=1/(kx+sqrt(kx^2-lrx^2));
    kcy=1/(ky+sqrt(ky^2-lry^2));
    ver1=SNcd/kcx/fc0d+SMxd/fmd+KM*SMyd/fmd;
    disp('ver1')
    disp(ver1)
    ver2=SNcd/kcy/fc0d+KM*SMxd/fmd+SMyd/fmd;
    disp('ver2')
    disp(ver2)
    if (ver1<=1) && (ver2<=1)
        disp('OK!')
    else
        disp('Não OK!')
    end
else
    %verificação de flexo-compressão

```

```
disp('verificação de flexo-compressão')
ver3=(SNcd/fc0d)^2+SMxd/fmd+KM*SMyd/fmd;
disp('ver3')
disp(ver3)
ver4=(SNcd/fc0d)^2+KM*SMxd/fmd+SMyd/fmd;
disp('ver4')
disp(ver4)
if (ver3<=1) && (ver4<=1)
    disp('OK!')
else
    disp('Não OK!')
end
end
```