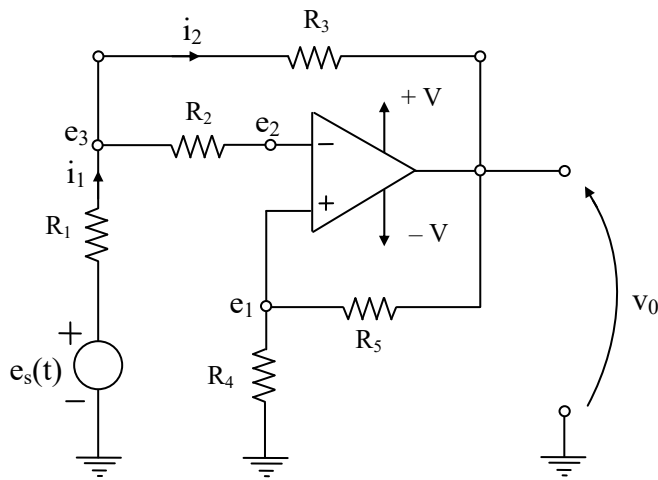


PSI3211 – CIRCUITOS ELÉTRICOS I

Solução dos Exercícios Complementares correspondentes à Matéria da 2ª Prova

1 –



$V = 10$ volts

Figura 1

a) Em relação à Figura 1, tem-se:

$$e_1 = \frac{v_0 R_4}{R_5 + R_4} = e_2 = e_3 \quad (\text{pois a corrente em } R_2 = 0)$$

Neste circuito, $i_1 = i_2$ então

$$i_2 = \frac{e_3 - v_{01}}{R_3} = i_1 = \frac{e_s - e_3}{R_1}, \quad \text{substituindo } e_3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{v_{01} R_4}{R_5 + R_4} - v_{01}}{R_3} = \frac{e_s - \frac{v_{01} R_4}{R_5 + R_4}}{R_1}$$

$$v_{01} R_1 \left(\frac{R_4}{R_5 + R_4} - 1 \right) = R_3 e_s - v_{01} \frac{R_3 R_4}{R_5 + R_4}$$

$$v_{01} \left(\frac{R_1 R_4 - R_1 R_5 - R_1 R_4 + R_3 R_4}{R_5 + R_4} \right) = R_3 e_s$$

$$\frac{v_{01}}{e_s} = \frac{R_3 (R_4 + R_5)}{R_3 R_4 - R_1 R_5} \Rightarrow B = \frac{1(3)}{1 \cdot 2 - 0,5 \cdot 1} = 2$$

b) Nas condições dadas:

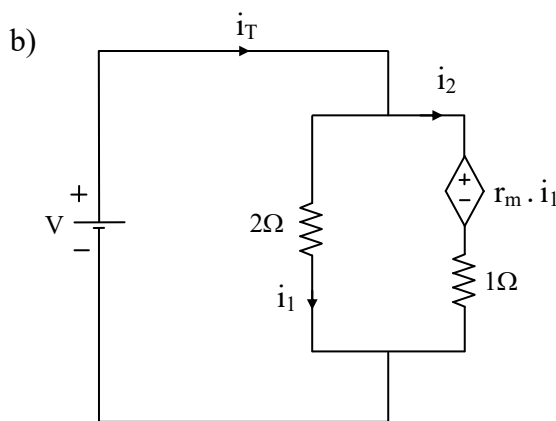
$$v_0 = 3 e_s \Rightarrow e_s = \frac{v_0}{3}$$

A condição de **não** saturação é $-10 \leq v_0 \leq 10$

$$\Rightarrow \frac{-10}{3} \leq v_0 \leq \frac{10}{3}$$

$$-3,33 \leq v_0 \leq 3,33$$

$$2 - a) \quad i = \frac{R_{eq}}{R_{eq} + 3} \cdot 5 = 2 \Rightarrow 3 R_{eq} = 6 \Rightarrow R_{eq} = 2 \Omega$$



$$\rightarrow i_1 = \frac{V}{2}$$

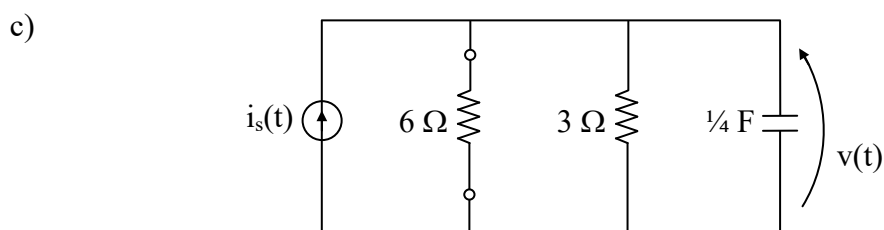
$$\rightarrow V = r_m \cdot \frac{V}{2} + 1 \cdot i_2$$

$$\rightarrow i_2 = \left(1 - \frac{r_m}{2}\right) V$$

$$i_T = i_1 + i_2 = \left(\frac{3}{2} - \frac{r_m}{2}\right) V$$

$$R_{eq} = 6 = \frac{V}{i_T} = \frac{1}{\frac{3}{2} - \frac{r_m}{2}} \Rightarrow -3 r_m + 9 = 1$$

$$r_m = \frac{8}{3} \Omega$$



$$\hat{I}_g = 3 \angle 0^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} 6\Omega // 3\Omega &= \frac{6 \cdot 3}{9} = 2\Omega \\ Z_C &= \frac{1}{j2 \cdot \frac{1}{4}} = -j2\Omega \end{aligned} \right\} Z_T = \frac{-j2 \cdot 2}{2 - j2} = \frac{2 \angle -90^\circ}{\sqrt{2} \angle -45^\circ} = \sqrt{2} \angle -45^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{V} = Z_T \cdot \hat{I}_g = 3\sqrt{2} \angle -45^\circ \text{ V} \Rightarrow v(t) = 3\sqrt{2} \cos(2t - 45^\circ) \text{ (V, s)}$$

$$3 - a) \quad \mathbf{e}_1 \rightarrow G(\mathbf{e}_s - \mathbf{e}_2) + \mathbf{i}_\ell = 0$$

$$\mathbf{e}_2 \rightarrow G(\mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_s) + G\mathbf{e}_2 - \alpha \mathbf{i}_\ell = 0$$

$$\mathbf{e}_3 \rightarrow \alpha \mathbf{i}_\ell + G\beta \cancel{v_c} - \mathbf{i}_\beta = 0$$

$\swarrow$
 $(\mathbf{e}_s - \mathbf{e}_2)$

$$\begin{bmatrix} -G & 1 \\ 2G & -\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{i}_\ell \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G\mathbf{e}_s \\ G\mathbf{e}_s \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{i}_\ell = \frac{\begin{vmatrix} -G & -G\mathbf{e}_s \\ 2G & G\mathbf{e}_s \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -G & 1 \\ 2G & -\alpha \end{vmatrix}}$$

$$\therefore \mathbf{i}_\ell = \frac{-G^2\mathbf{e}_s + 2G^2\mathbf{e}_s}{\alpha G - 2G} = \frac{G\mathbf{e}_s}{\alpha - 2}$$

$$b) \quad v_c = \frac{\mathbf{e}_s}{2} \Rightarrow \beta v_c = \frac{\beta \mathbf{e}_s}{2} \Rightarrow \mathbf{i}_\beta = \frac{G\beta \mathbf{e}_s}{2} \quad (\text{pois } \alpha = 0)$$

c) Pela equação $\mathbf{e}_3$: $4 \cdot 0,5 + 1 \cdot 3(1 - 1) - 1,5 = 0,5 \neq 0$
 Portanto a resposta está errada.

Testes

1 – A chave do circuito da Figura 4 é fechada em $t = 0$. Neste instante, a tensão no capacitor vale $v_C(0) = 10 \text{ V}$. Depois que a chave é fechada, o tempo para que a tensão de saída $v_s(t)$ se anule vale:

- a) Não é possível calcular pois a tensão de saída nunca se anulará após o fechamento da chave.
- b) 2 ms
- c) 10 ms**
- d) 10 μs
- e) n.d.a.

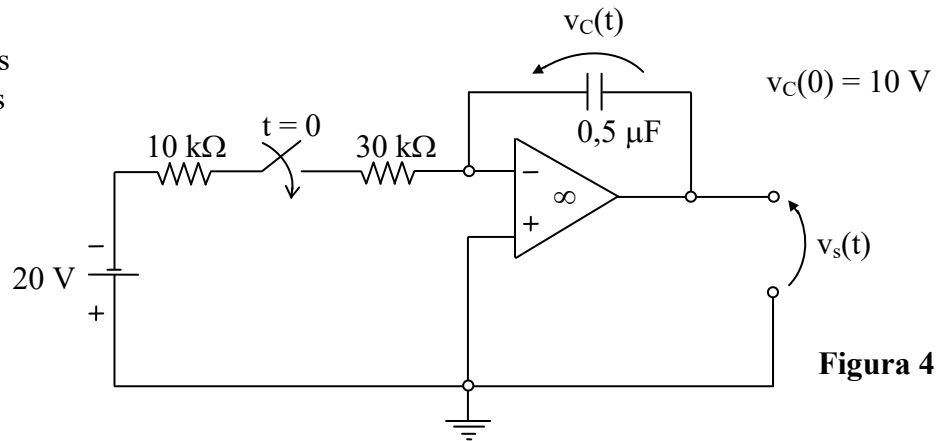
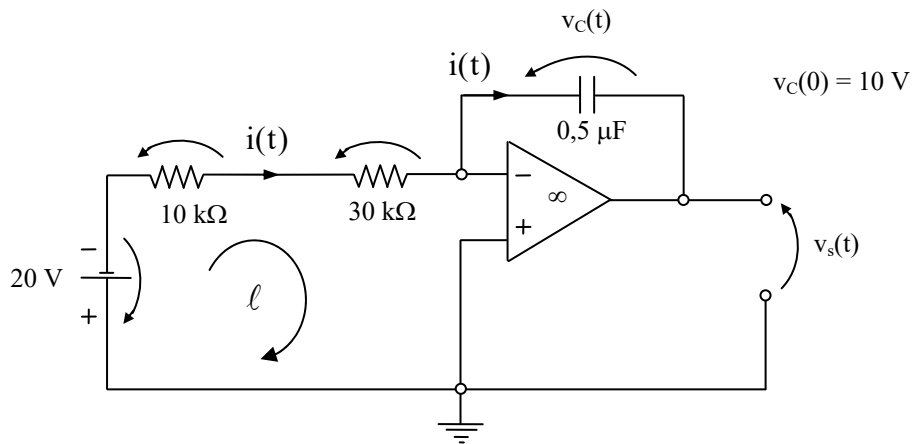


Figura 4

Resolução:

Para obtermos a tensão de saída $v_s(t)$, devemos calcular $v_C(t)$ e para isso a corrente $i(t)$.



Vamos usar o sistema de unidades de audiofrequências (AF). Aplicando a 2ª Lei de Kirchhoff no laço ℓ , obtemos:

$$20 + 10 i(t) + 30 i(t) = 0 \Rightarrow i(t) = \frac{-20}{40} = -0,5 \text{ mA}.$$

A tensão $v_C(t)$ é dada por

$$v_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau + v_C(0) = \frac{-0,5}{0,5} \int_0^t 1 d\tau + 10 = -t + 10 \text{ (V, ms)}.$$

A tensão de saída é

$$v_s(t) = -v_C(t) = t - 10 \text{ (V, ms)}.$$

Consequentemente, depois que a chave é fechada, a tensão de saída demora 10 ms para se anular.

2 – Utilizando-se a técnica de análise nodal, obteve-se a seguinte equação matricial para o circuito da Figura 5 :

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & 1 \\ G_{21} & G_{22} & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ i_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ 2 \\ 20 \end{bmatrix}.$$

Os valores de G_{11} , G_{12} , G_{21} e G_{22} valem respectivamente:

- a) 12 ; -10 ; -10 ; 15
- b) 0,5 ; -0,1 ; -0,1 ; 0,2
- c) 10 ; -12 ; -12 ; 10
- d) 0,6 ; -0,1 ; -0,1 ; 0,3**
- e) n.d.a.

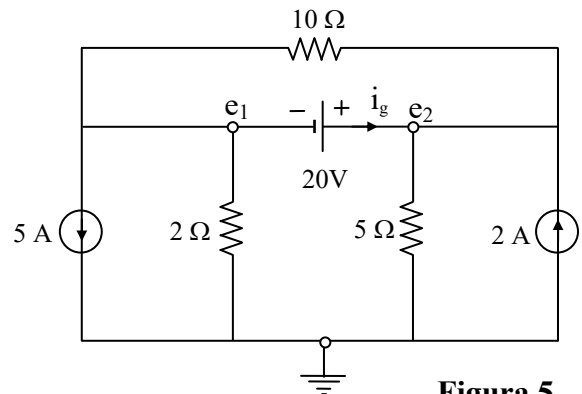


Figura 5

Resolução:

Por inspeção do circuito da Figura 5, temos que G_{11} corresponde à soma das condutâncias ligadas ao nó 1, ou seja

$$G_{11} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10} = 0,6 \text{ S}.$$

De maneira análoga, G_{22} é igual à soma das condutâncias ligadas ao nó 2, isto é,

$$G_{22} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = 0,3 \text{ S}.$$

Por fim, os valores de G_{12} e G_{21} são iguais ao valor da condutância que liga o nó 1 ao nó 2 com o sinal trocado, ou seja,

$$G_{12} = G_{21} = -\frac{1}{10} = -0,1 \text{ S}.$$

- 3 – Considere o circuito da Figura 6, em que $i_s(t) = 5 \cos(2t + 30^\circ)$ (A, s). Ao se fazer a análise nodal desse circuito em regime permanente senoidal, obteve-se a seguinte equação matricial :

$$\begin{bmatrix} 0,1 - j0,25 & j0,25 \\ -0,2 + j0,25 & 0,2 + j1,75 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{E}_1 \\ \hat{E}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5/30^\circ \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Adotando-se o sistema internacional de unidades, assinale a alternativa que contém os valores corretos de R_1 , R_2 , L e C :

- a) 10 Ω ; 5Ω ; 0,125 H ; 0,25 F
- b) 0,1 Ω ; 0,2 Ω ; 0,25 H ; 1,5 F
- c) 0,1 Ω ; 0,2 Ω ; 4 H ; 2 F
- d) 10 Ω ; 5Ω ; 2 H ; 1 F**
- e) n.d.a.

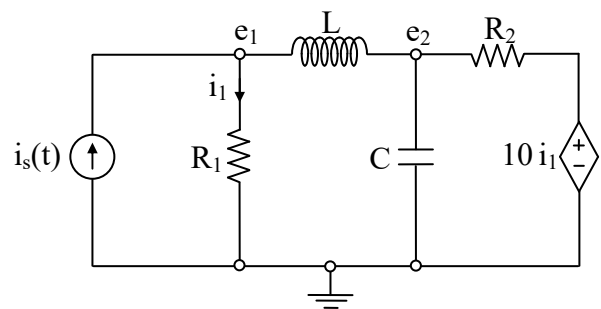


Figura 6

Resolução:

Aplicando a 1ª Lei de Kirchhoff fasorial no nó 1, temos:

$$G_1 \hat{E}_1 + \frac{1}{j \omega L} (\hat{E}_1 - \hat{E}_2) = \hat{I}_s,$$

ou agrupando os termos:

$$\left(G_1 + \frac{1}{j \omega L} \right) \hat{E}_1 - \frac{1}{j \omega L} \hat{E}_2 = \hat{I}_s.$$

Da equação matricial,

$$\left(G_1 + \frac{1}{j \omega L} \right) = 0,1 - j 0,25 \Rightarrow$$

$$G_1 = 0,1 \text{ S e } R_1 = 10 \Omega$$

e

$$\frac{1}{j \omega L} = -j 0,25 \Rightarrow \omega L = 4 \text{ e } L = 2 \text{ H.}$$

Aplicando agora a 1ª Lei de Kirchhoff fasorial no nó 2, temos:

$$-\frac{1}{j \omega L} (\hat{E}_1 - \hat{E}_2) + j \omega C \hat{E}_2 + G_2 (\hat{E}_2 - 10 \underset{\substack{\downarrow \\ G_1 \hat{E}_1}}{i_1}) = 0.$$

Agrupando os termos, chega-se a

$$\left(-\frac{1}{j \omega L} - 10 G_1 G_2 \right) \hat{E}_1 + \left(G_2 + j \omega C + \frac{1}{j \omega L} \right) \hat{E}_2 = 0.$$

Da equação matricial e dos valores de G_1 e L , obtém-se:

$$10 G_1 G_2 = 0,2 \Rightarrow G_2 = 0,2 \text{ S e } R_2 = 5 \Omega$$

$$G_2 + j \omega C - j 0,25 = 0,2 + j 1,75 \Rightarrow \omega C = 2 \text{ e } C = 1 \text{ F.}$$

4 – No circuito da Figura 7 o valor da tensão v é :

- a) 7 V
- b) $\frac{73}{8}$ V**
- c) $\frac{15}{13}$ V
- d) 3 V
- e) n.d.a.

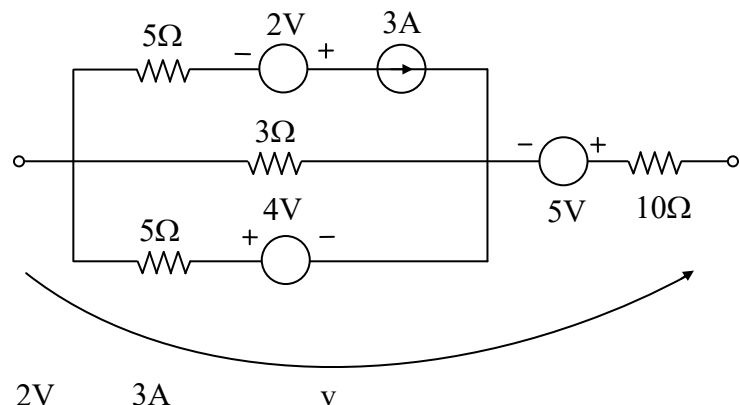
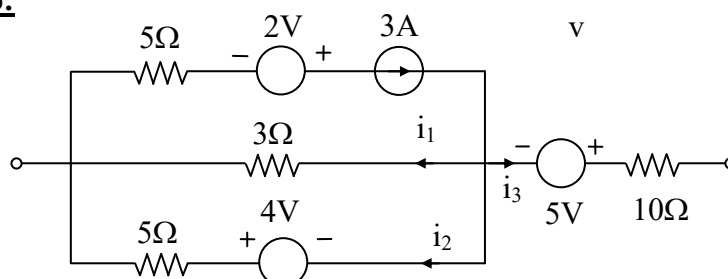


Figura 7



$$\begin{aligned}
 i_3 &= 0 \quad (\text{o circuito está aberto}) \\
 \left. \begin{aligned} i_1 + i_2 &= 3 \\ 3i_1 &= 5i_2 - 4 \end{aligned} \right\} &\Rightarrow i_2 = \frac{13}{8} \text{ A} \quad i_1 = \frac{11}{8} \text{ A} \\
 v &= 3 \cdot \frac{11}{8} + 5 = \frac{73}{8} \text{ V}
 \end{aligned}$$

Nota: Também pode ser resolvido com deslocamento de fontes.

5 – O valor da resistência R_e , “vista” entre os pontos A e B do circuito da Figura 8 é :

- a) $2R$
- b) R
- c) $\frac{7R}{3}$
- d) $\frac{4R}{11}$
- e) n.d.a.

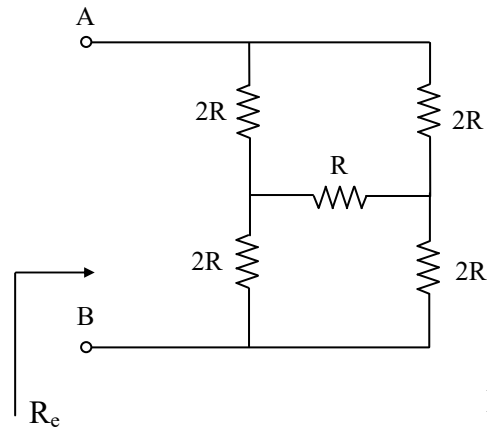
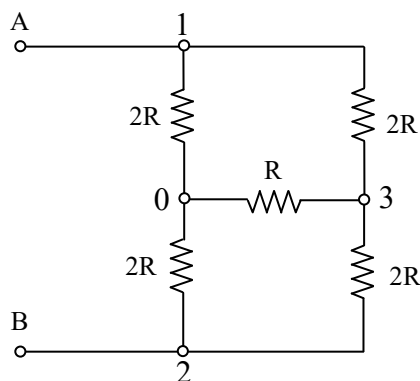
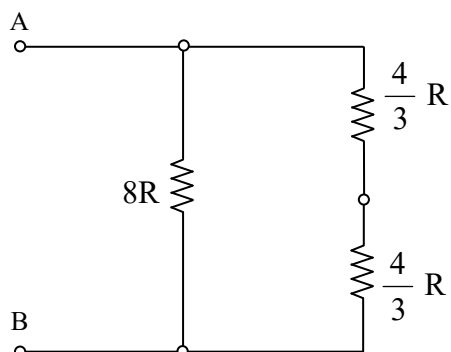
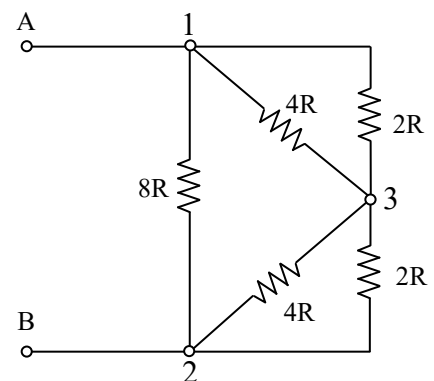


Figura 8

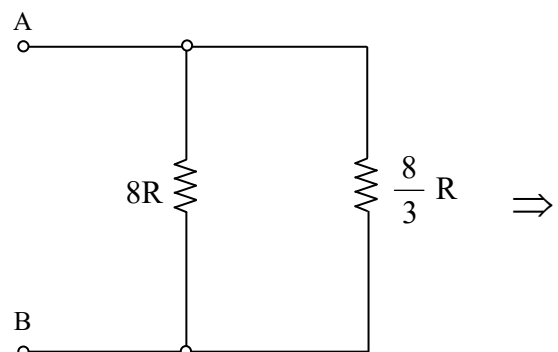
Resolução:



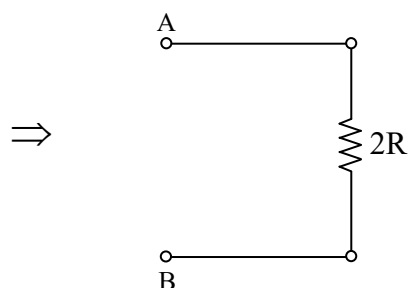
$Y \rightarrow \Delta$
 $\Rightarrow$



$\Rightarrow$



$\Rightarrow$



6 – Considere o circuito da Figura 9 com amp-ops ideais. A tensão E_2 , para a qual $i_a = 0$ vale:

- a) 0 V
- b) 24 V
- c) 0,67 V
- d) 1,5 V**
- e) n.d.a.

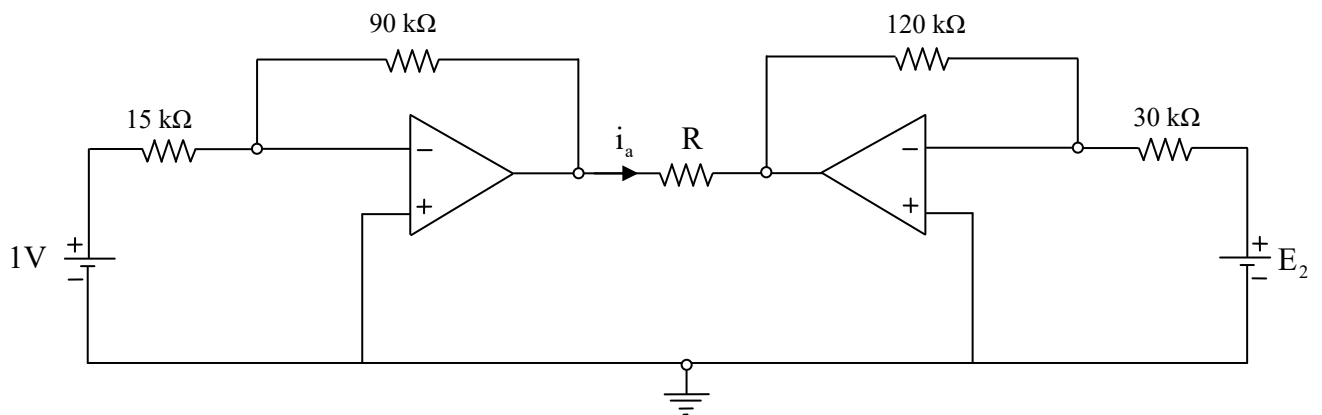
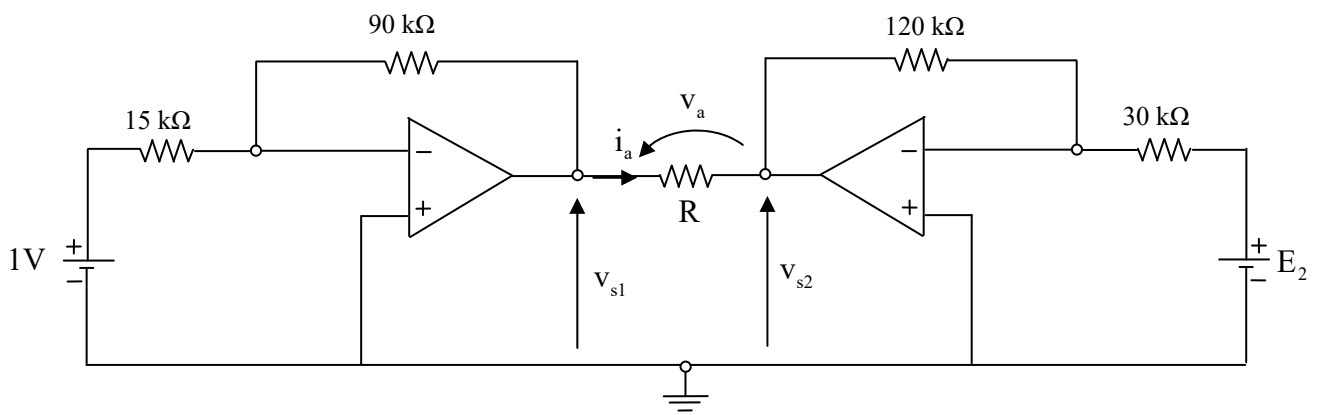


Figura 9

Resolução:



Para que $i_a = 0$, a tensão v_a também tem que se anular. Isso acontecerá se $v_{s1} = v_{s2}$.

Mas a tensão de saída v_{s1} é dada por

$$v_{s1} = -\frac{90}{15}1 = -6V,$$

e a tensão v_{s2} vale

$$v_{s2} = -\frac{120}{30}E_2 = -4E_2.$$

Assim, para que $i_a = 0$, temos:

$$-4E_2 = -6 \Rightarrow E_2 = \frac{6}{4} = 1,5V.$$

7 – A corrente i indicada no circuito da Figura 10 vale:

- a) 1 A
- b) 2,5 A**
- c) 5 A
- d) 10 A
- e) n.d.a.

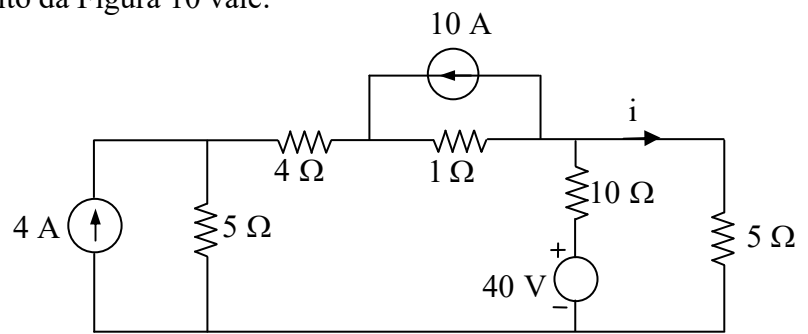
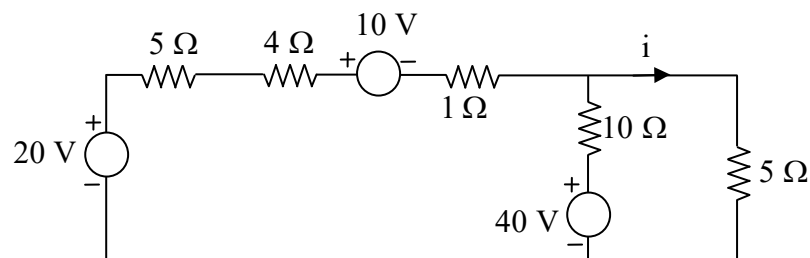


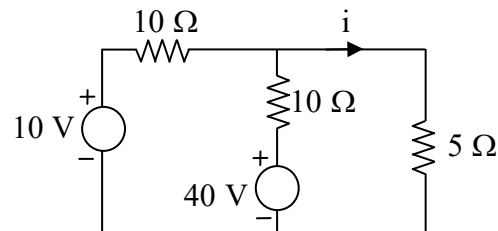
Figura 10

Resolução:

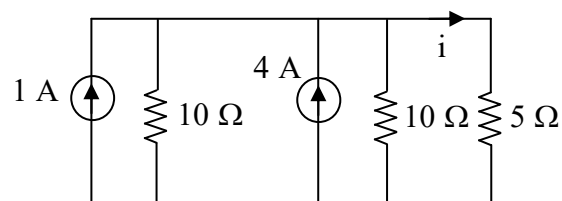
Fazendo transformação de fontes, obtemos:



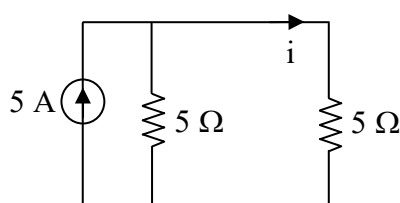
Fazendo associação de bipolos, chega-se a



Transformando as fontes de tensão em fontes de corrente, obtemos



Fazendo associação novamente, chega-se ao divisor de corrente. Assim



$$i = 5 \frac{5}{5+5} = \frac{25}{10} = 2,5 \text{ A}$$

8 – Para que resistência de entrada R_e “vista” pelos terminais A e B do circuito da Figura 11 seja igual a 1Ω , o valor do ganho de tensão μ deve ser igual a:

- a) 0,5
- b) 1**
- c) $1/6$
- d) 2
- e) n.d.a.

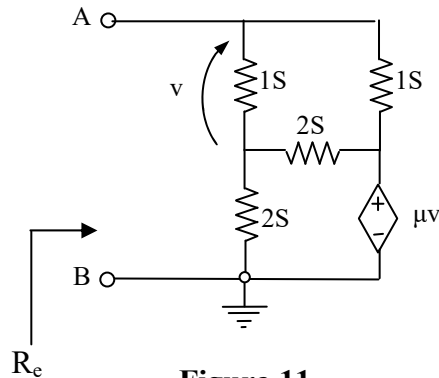
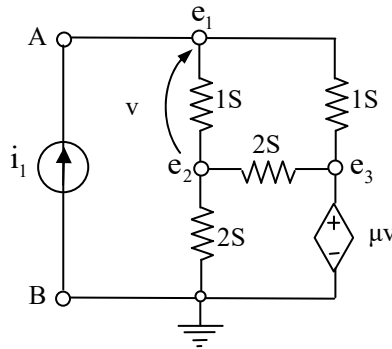


Figura 11

Resolução:

Para obter a resistência de entrada, podemos colocar um gerador de corrente entre os terminais A e B, ou seja,



A resistência de entrada vale $R_e = \frac{e_1}{i_1}$. Note que $e_3 = \mu(e_1 - e_2)$.

Obtemos as seguintes equações da análise nodal:

$$(2 - \mu)e_1 + (\mu - 1)e_2 = i_1$$

$$-(2\mu + 1)e_1 + (5 + 2\mu)e_2 = 0$$

Observando a primeira equação, para que $R_e = 1\Omega$, temos que $\mu = 1$.

Para o teste 9, considere o circuito da Figura 12 com os valores dos parâmetros num sistema de unidades consistentes.

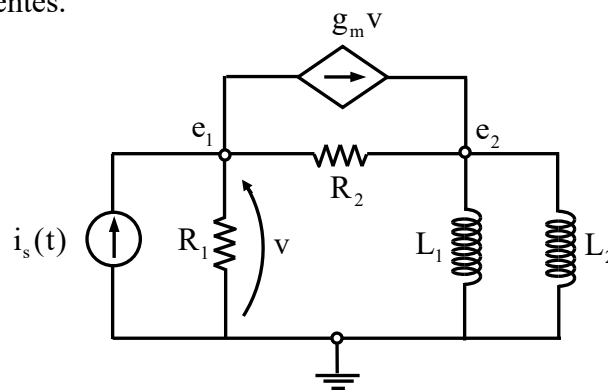


Figura 12

- 9 – Para uma determinada escolha dos valores dos componentes e assumindo $i_s(t) = 10 \cos(10t + 45^\circ)$ (A, s), obteve-se a seguinte equação matricial de análise nodal em regime permanente senoidal (RPS)

$$\begin{bmatrix} 5,15 & -0,05 \\ -5,05 & 0,05 - j 0,25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{E}_1 \\ \hat{E}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,07 + j7,07 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Adotando o sistema internacional de unidades e sabendo que $L_1 = 0,5$ H, assinale a alternativa que contém os valores corretos de g_m e L_2 :

- a) 0,15 S e 1,5 H
- b) 0,05 S e 0,5 H
- c) 5 S e 2 H**
- d) 5 S e 0,5 H
- e) n.d.a.

Resolução:

Aplicando a 1ª LK nos nós 1 e 2, obtém-se

$$\begin{aligned} (G_1 + G_2 + g_m)\hat{E}_1 - G_2\hat{E}_2 &= \hat{I}_s \\ -(G_2 + g_m)\hat{E}_1 + \left[G_2 - j\frac{1}{\omega} \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right) \right] G_2\hat{E}_2 &= 0 \end{aligned}$$

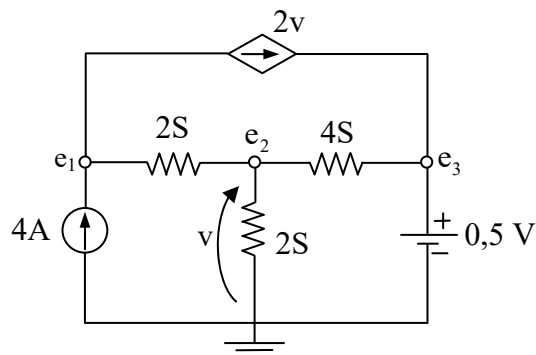
Da equação matricial dada, chega-se a $G_2 = 0,05$ S e $g_m = 5,05 - G_2 = 5$ S.

Além disso,

$$\frac{1}{\omega} \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right) = \frac{1}{10} \left(\frac{1}{0,5} + \frac{1}{L_2} \right) = 0,25 \Rightarrow 2,5 = 2 + \frac{1}{L_2} \Rightarrow L_2 = 2 \text{ H}.$$

- 10 – A potência dissipada no resistor de condutância 4S da Figura 13 vale em watts:

- a) 0,25**
- b) 0,5
- c) 0,75
- d) 1,0
- e) n.d.a.



Resolução:

Usando análise nodal, obtemos a seguinte equação matricial

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Figura 13

Cabe observar que não é necessário escrever a 1ª LK para o nó 3 pois temos um gerador de tensão com um dos terminais no terra. Resolvendo por Cramer, obtém-se

$e_2 = \frac{3}{4} \text{ V}$ e a potência dissipada no resistor com condutância $G = 4\text{S}$ vale:

$$p = Gv^2 = 4(e_2 - e_3)^2 = 4\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)^2 = 0,25 \text{ W}.$$

11 – Para o circuito da Figura 14, o valor do resistor R_L que irá absorver máxima potência do circuito e o valor dessa potência valem, respectivamente :

- a) 3Ω e $1/3 \text{ W}$
- b) $5/9 \Omega$ e $9/5 \text{ W}$
- c) $39/16 \Omega$ e $16/39 \text{ W}$
- d) 2Ω e $1/2 \text{ W}$**
- e) n.d.a.

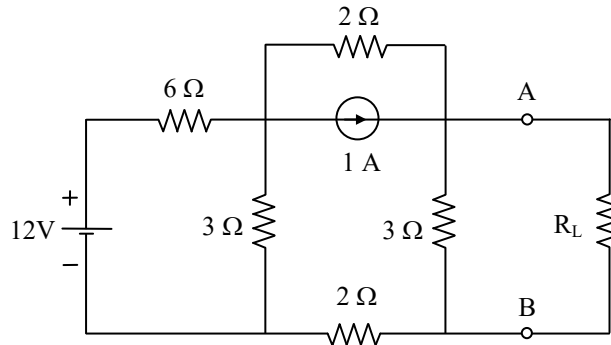


Figura 14

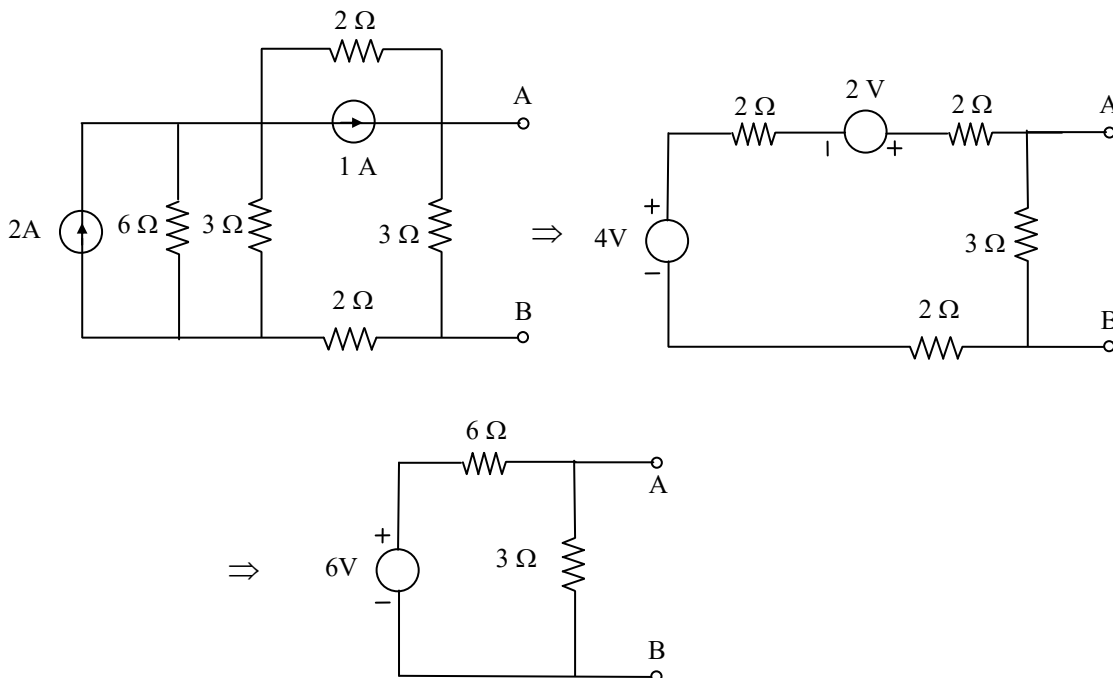
Resolução:

Desativando os geradores independentes, a resistência “vista” pelos terminais A e B vale:

$$R_0 = (6 // 3 + 2 + 2) // 3 = 2 \Omega.$$

Assim, para haver máxima transferência de potência, $R_L = R_0 = 2 \Omega$.

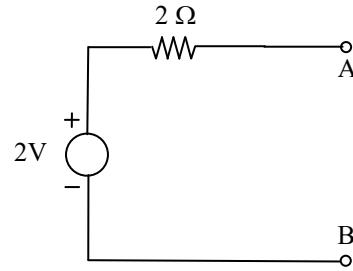
Para obter a corrente de curto ou a tensão em aberto entre os terminais A e B, vamos fazer transformação de fontes:



A partir desse circuito, podemos calcular a tensão em aberto entre os terminais A e B.

Essa tensão vale: $e_0 = \frac{6 \times 3}{9} = 2 \text{ V}.$

O equivalente de Thévenin é dado por



A potência dissipada em $R_L = R_0 = 2 \Omega$ vale:

$$p_L = \frac{\left(\frac{e_0}{2}\right)^2}{R_0} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ W}.$$

- 12 – Um circuito elétrico resistivo é alimentado por dois geradores independentes, como mostrado na Figura 15. Foram feitas medidas de e_0 , nas condições mostradas na tabela abaixo:

e_s	i_s	e_0
1 V	2 A	-3 V
2 V	0,5 A	1 V

O valor de e_0 para $e_s = 0$ e $i_s = 1 \text{ A}$ é:

- a) -2 V
- b) -1 V
- c) 0
- d) Faltam dados para responder à questão.
- e) n.d.a.

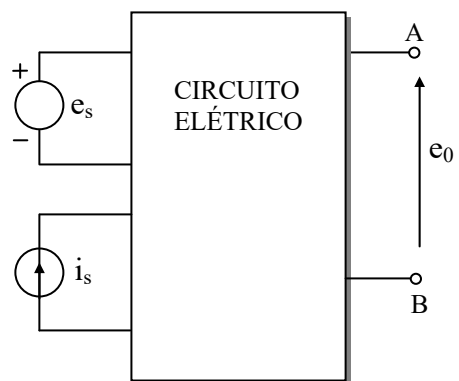


Figura 15

Resolução:

Como o circuito elétrico resistivo é um sistema linear, vale o Teorema da Superposição. Assim, temos que a saída e_0 é uma combinação linear das contribuições de cada gerador independente:

$$ae_s + bi_s = e_0.$$

Da tabela fornecida, temos que

$$a + 2b = -3 \quad (1)$$

$$2a + 0,5b = 1 \quad (2)$$

Fazendo a manipulação de equações $(2) - 2 \times (1)$, temos

$$0a - 3,5b = 7 \Rightarrow b = -2.$$

Logo, $e_0 = -2i_s = -2 \text{ V}.$

13 – A relação e_o/e_i no circuito da Figura 16 é igual a :

- a) $-\frac{R_2}{R_1 + R_3}$
- b) $-\frac{(R_2 + R_3)}{R_1}$
- c) $-\frac{R_2}{R_1}$
- d) $-\frac{(R_2 + R_3)}{R_1 + R_3}$
- e) n.d.a.

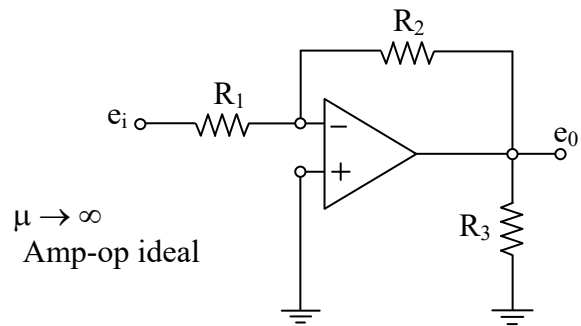


Figura 16

Resolução:

Como o amp-op é ideal, o terminal negativo corresponde a um terra virtual e a corrente que passa por R_1 e R_2 vale

$$i = \frac{e_i}{R_1} = -\frac{e_o}{R_2}.$$

Dessa relação obtém-se

$$\frac{e_o}{e_i} = -\frac{R_2}{R_1}.$$

14 – Ao se excitar o circuito da Figura 17 com $e_s(t) = 2H(t)$ (V,s), observa-se que em $t = 2s$, a tensão de saída $v_2(t)$ vale $v_2(2) = -6V$. Portanto, a tensão no capacitor $v_c(t)$ em $t = 0_-$ vale:

- a) -2
- b) -1
- c) 0
- d) 1
- e) 2

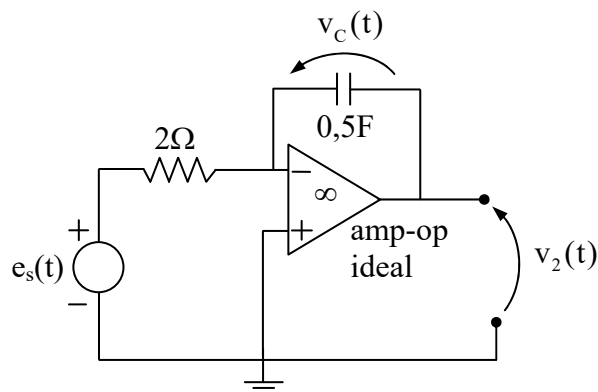


Figura 17

Resolução:

Trata-se do circuito integrador, cuja saída vale

$$v_2(t) = -\frac{1}{RC} \int_{0_-}^t e_s(\lambda) d\lambda - v_c(0_-) \Rightarrow$$

$$v_2(2) = -\int_{0_-}^2 2H(\lambda) d\lambda - v_c(0_-) = -4 - v_c(0_-)$$

$$-4 - v_c(0_-) = -6 \Rightarrow v_c(0_-) = 2V$$

15 – Considere os subcircuitos das Figuras 18a e 18b. Para que os subcircuitos sejam equivalentes, R_A , R_B e R_C valem respectivamente em Ω

- a) 2, 6, 4
- b) 6, 15, 10**
- c) 15, 6, 10
- d) 10, 10, 15
- e) n.d.a.

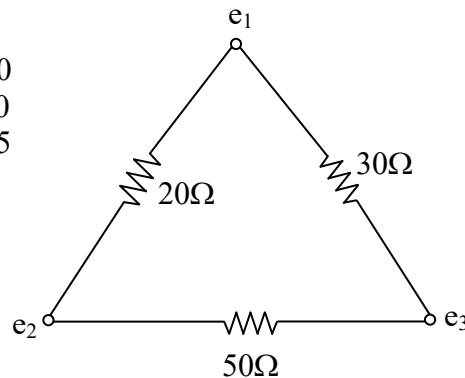


Figura 18a

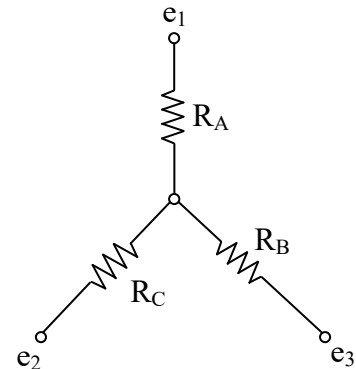


Figura 18b

Resolução:

Usando as relações da transformação estrela-triângulo, obtemos

$$R_{\Delta} = R_1 + R_2 + R_3 = 20 + 30 + 50 = 100 \, \Omega$$

$$R_A = \frac{R_1 R_2}{R_{\Delta}} = \frac{20 \times 30}{100} = 6 \, \Omega$$

$$R_B = \frac{R_2 R_3}{R_{\Delta}} = \frac{30 \times 50}{100} = 15 \, \Omega$$

$$R_C = \frac{R_1 R_3}{R_{\Delta}} = \frac{20 \times 50}{100} = 10 \, \Omega$$

16 – Considere o circuito da Figura 19, com $e_0(0) = 0$. Se $e_s(t) = 20 [H(t) - H(t - 5)]$ (V,s) quanto vale $e_0(7)$?

- a) - 14 V
- b) - 10 V**
- c) 10 V
- d) 14 V
- e) n.d.a.

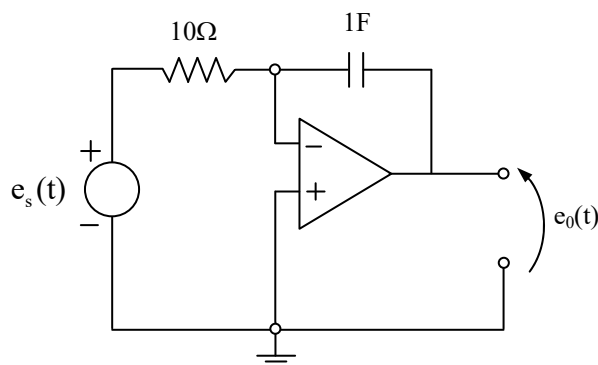


Figura 19

Resolução:

Dada a configuração da Figura 19, sabemos que a corrente que circula pela fonte de tensão é $i = \frac{e_s(t)}{10}$. Além disso, a queda de tensão no capacitor na convenção do

gerador devida à corrente i é $v_c(t) = -\frac{1}{10} \int_0^t i(\tau) d\tau + v_c(0) = -\int_0^t i(\tau) d\tau = -\frac{1}{10} \int_0^t e_s(\tau) d\tau$.

Mas $v_c(t) = e_0(t)$. Logo,

$$e_0(7) = -\frac{1}{10} \int_0^7 e_s(\tau) d\tau = -\frac{1}{10} 20 \cdot 5 = -10 \, \text{V}.$$