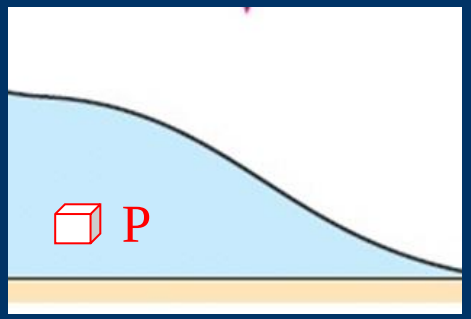
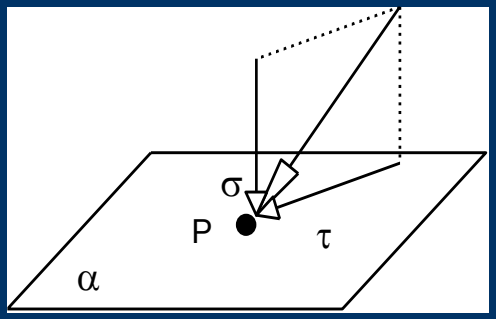
ESTADO DE TENSÕES NO SOLO
Aula 1

Seja P um ponto dentro da massa de solo e α um plano passando por P.

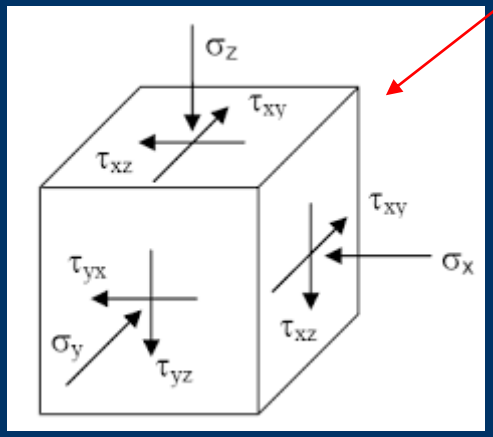


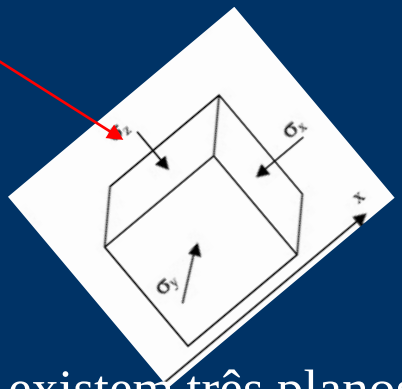


A componente normal é chamada de tensão normal, σ, e a componente tangencial é chamada de tensão de cisalhamento, τ.

Se outro for o plano considerado passando por P, outros serão os valores das componentes σ e τ.

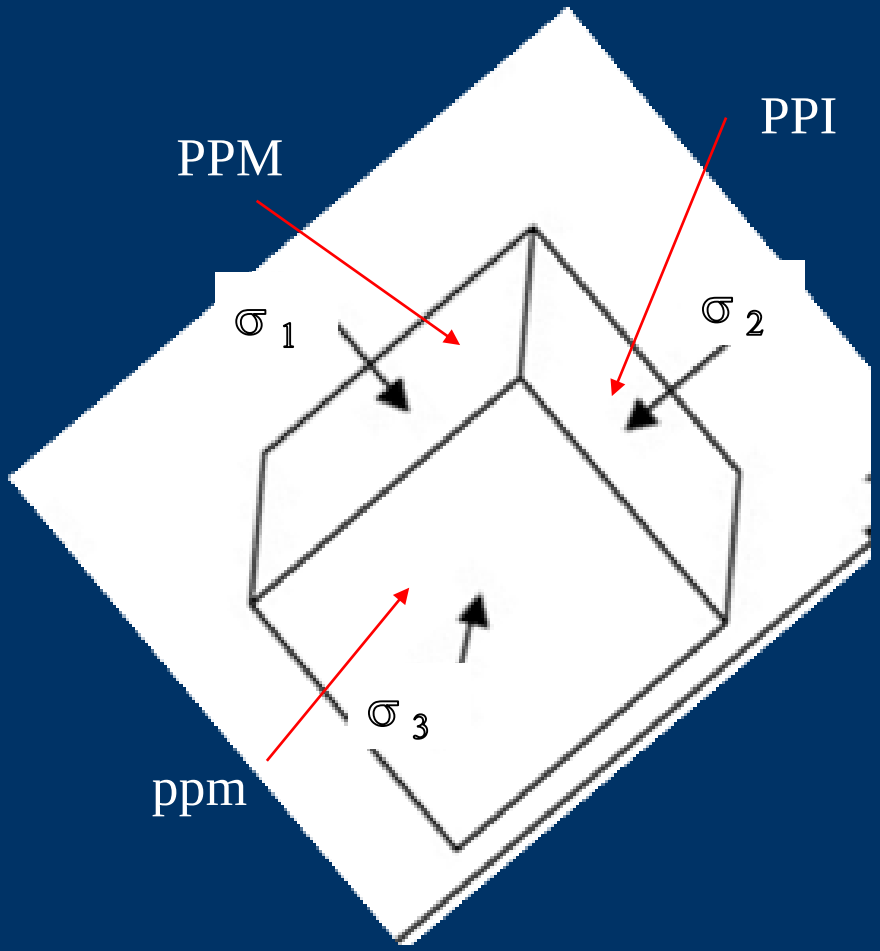
Ponto P





Sempre existem três planos passando por P, ortogonais entre si, em que a tensão atuante é normal ao próprio plano (τ=0)→ planos principais de tensão.

Tensões neles atuantes → tensões principais. A maior delas é a tensão principal maior, σ_1, a menor é a tensão principal menor, σ_3, e a outra é chamada de tensão principal intermediária, σ_2. Tem-se portanto $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.



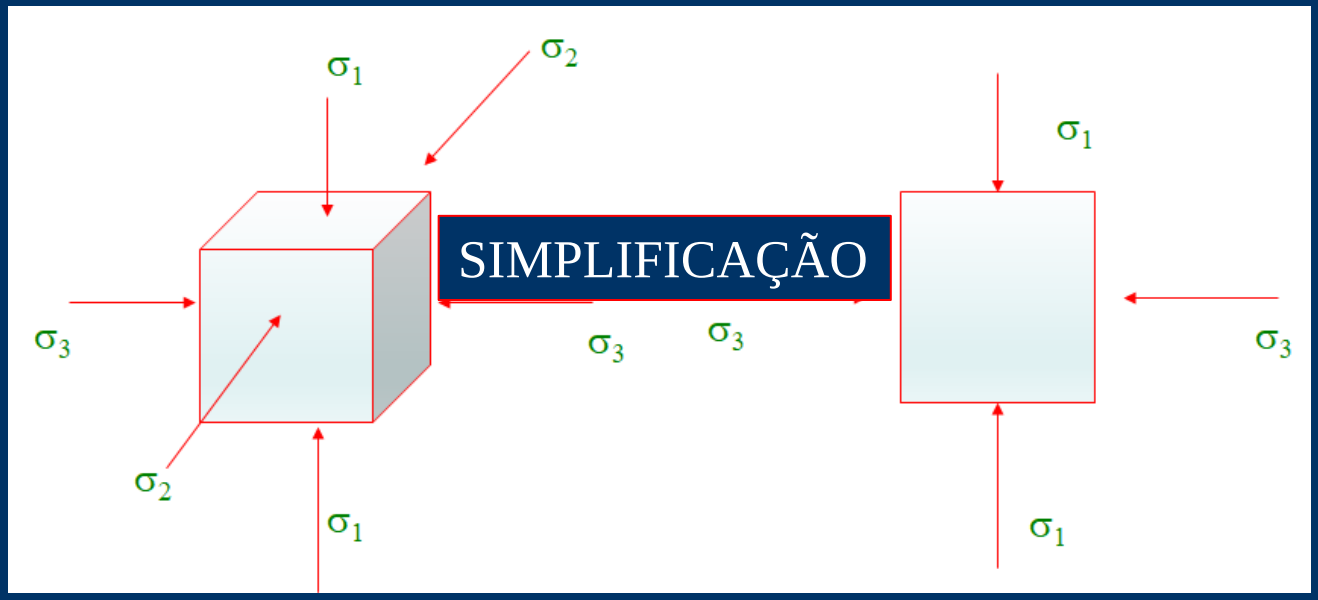
Em casos especiais: $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ (estado hidrostático de tensões)
$\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ (estado geostático de tensões).

SIMPLIFICAÇÃO DO PROBLEMA

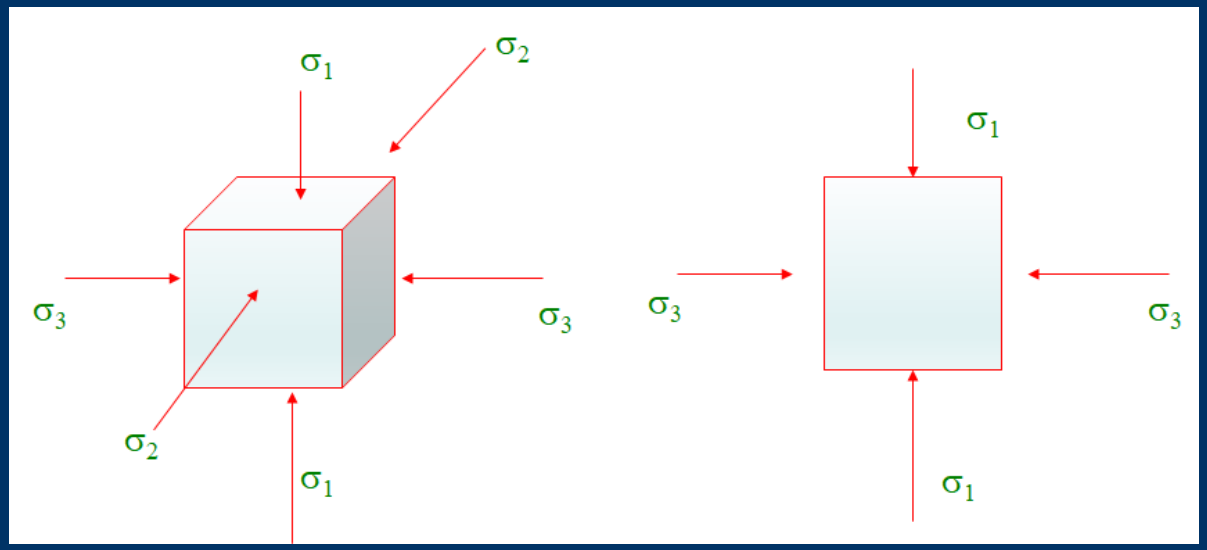
As tensões de cisalhamento são fruto das diferenças entre as tensões principais.

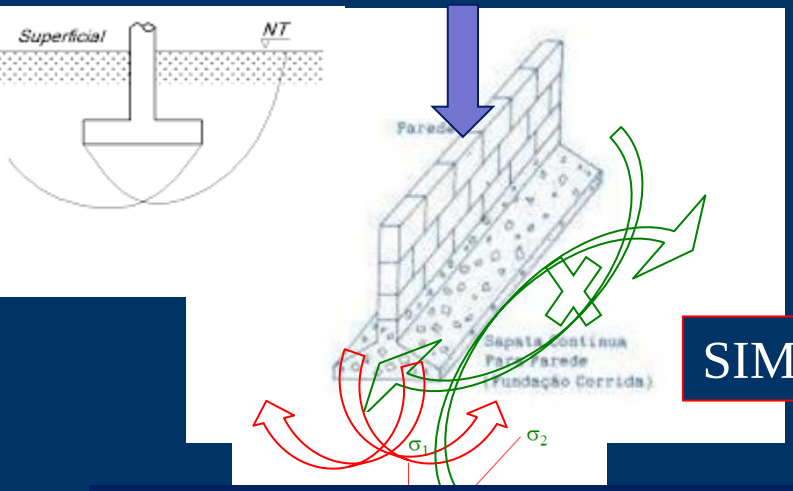
$$\tau \begin{cases} f(\sigma_1-\sigma_2) \\ f(\sigma_1-\sigma_3) \\ f(\sigma_2-\sigma_3) \end{cases}$$

Assim, nos problemas de resistência ao cisalhamento, interessam principalmente σ_1 e σ_3 (maior diferença ocorre entre σ_1 e σ_3)

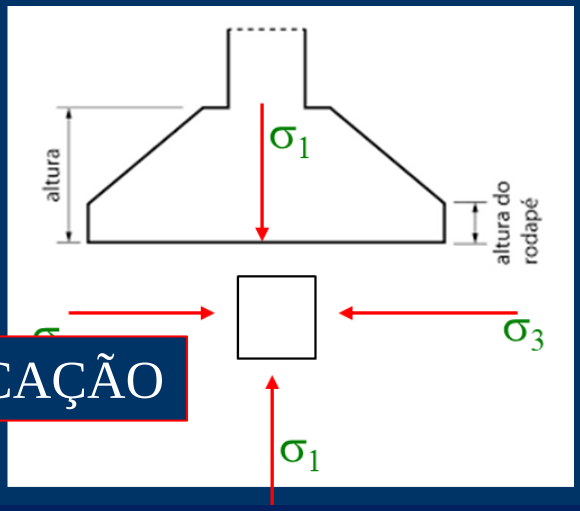


Estuda-se o estado de tensões no plano principal intermediário (em que ocorrem σ_1 e σ_3).



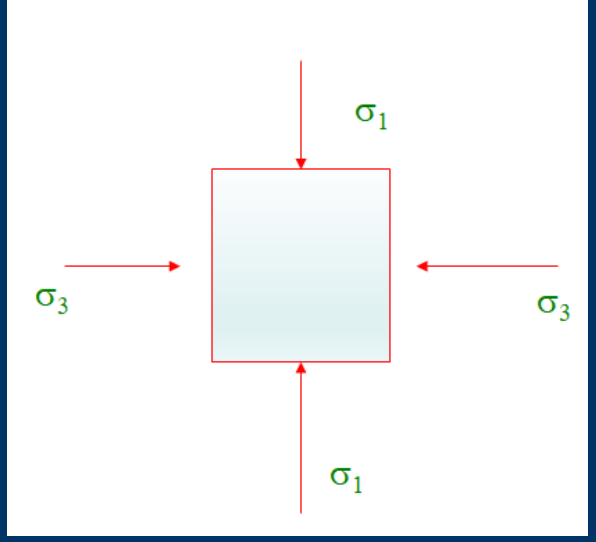


SIMPLIFICAÇÃO

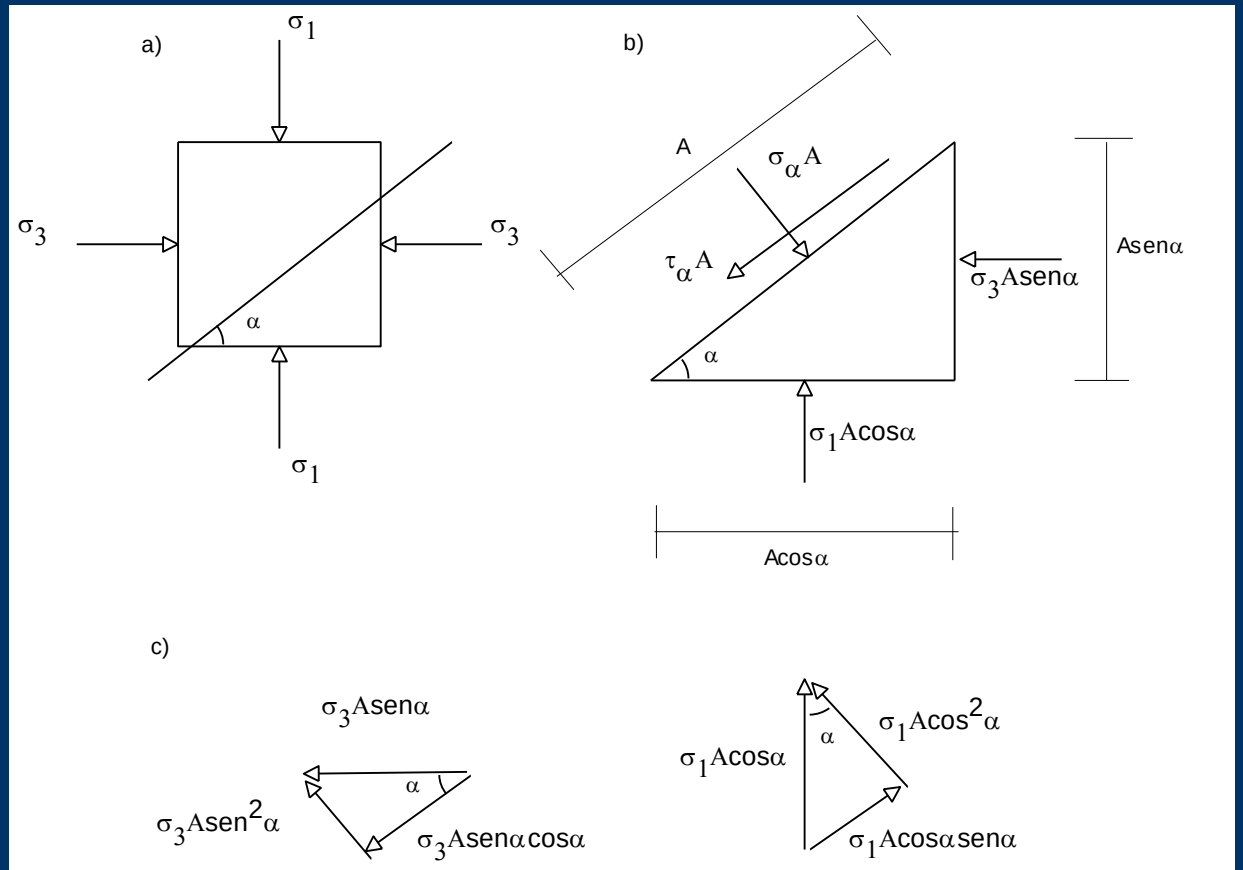


Ex.: seção transversal de uma fundação corrida, de uma vala escavada, de um aterro rodoviário ou da seção transversal de uma barragem de terra.

Dessa forma, passa-se de um problema tridimensional para um problema bidimensional, de solução muito mais simples.



Conhecendo-se os planos e as tensões principais num ponto, pode-se determinar as tensões em qualquer plano passando por este ponto.



$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\cos 2\alpha$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\operatorname{sen} 2\alpha$$

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\cos 2\alpha$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\text{sen}2\alpha$$

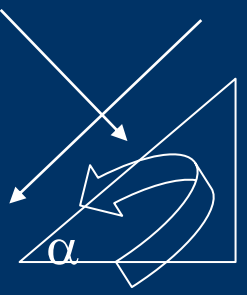
convenção de sinais:

$\sigma > 0$, quando a tensão normal for de compressão;

$\tau > 0$, quando o sentido da tensão de cisalhamento tender a girar o elemento de solo no sentido anti-horário; e

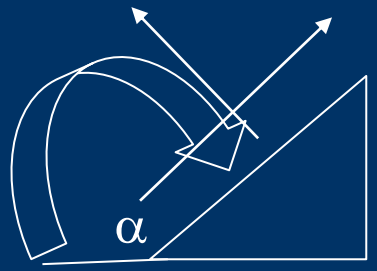
$\alpha > 0$, quando o ângulo for marcado a partir do plano principal maior no sentido anti-horário.

sentidos positivos

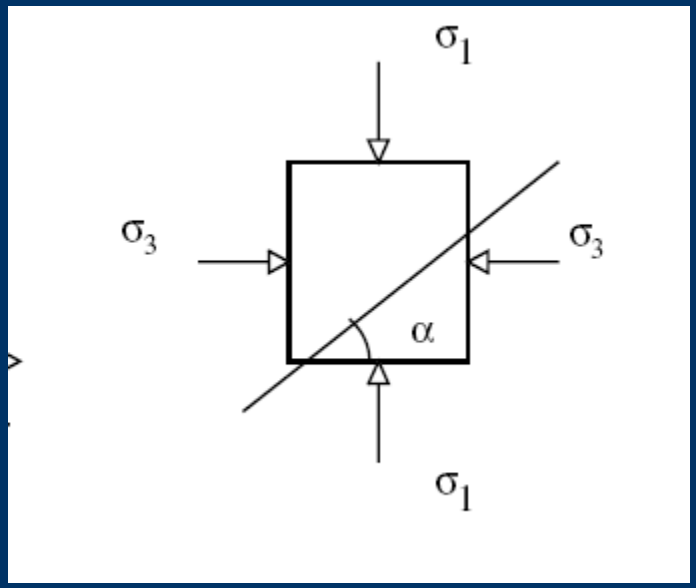


PPM

sentidos negativos

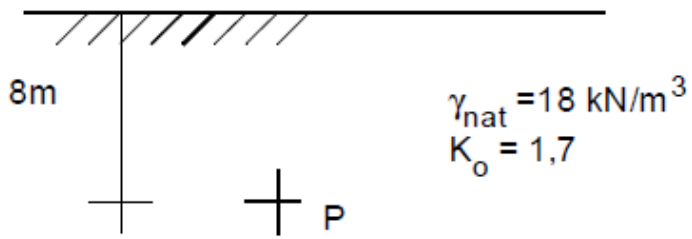


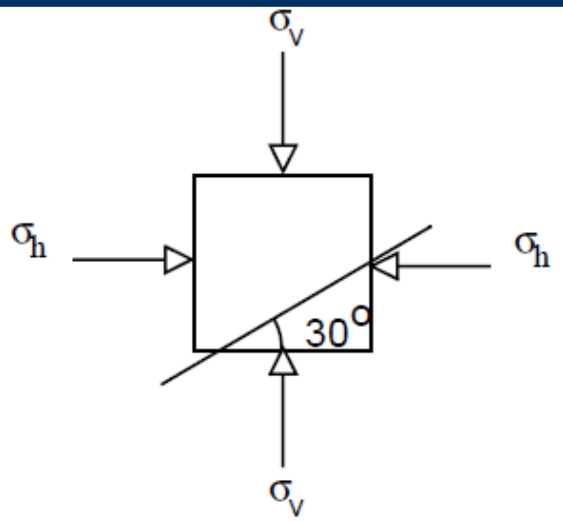
PPM



EXEMPLO

Para a camada de argila abaixo, calcular as tensões atuantes no ponto P num plano formando um ângulo de 30° com a horizontal conforme indicado na figura.





Elemento de solo no ponto P

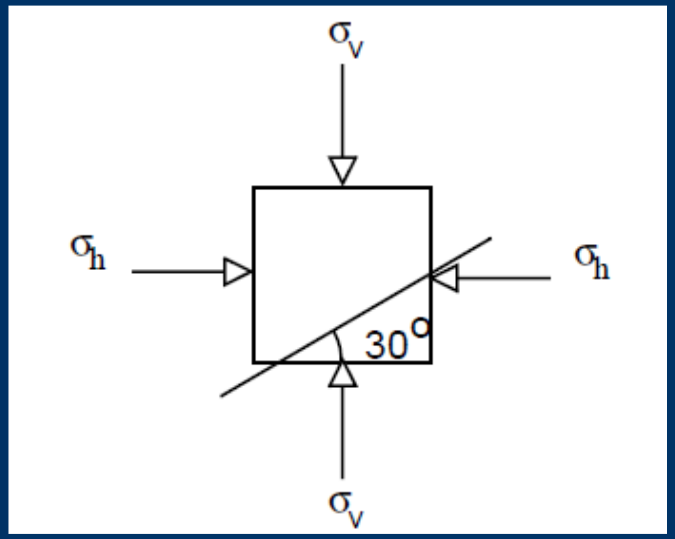
$$\sigma_3 = 18x8 = 144kPa$$
$$\sigma_1 = 1,7x144 = 244,8kPa$$

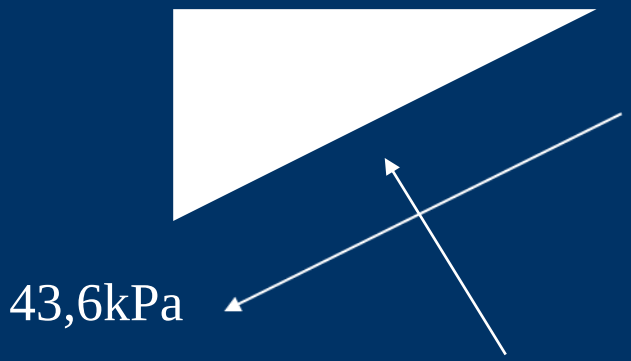
$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1+\sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}\cos 2\alpha = \frac{244,8+144}{2} + \frac{244,8-144}{2}\cos(2x(-60^0)) = 169,2 \text{ kPa}$$

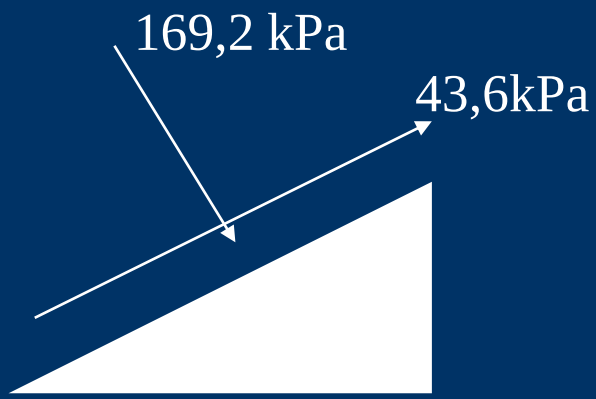
$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}\text{sen}2\alpha = \frac{244,8-144}{2}\text{sen}(2x(-60^0)) = -43,6 \text{ kPa}$$

σ_α = 169,2 kPa

τ_α = -43,6 kPa





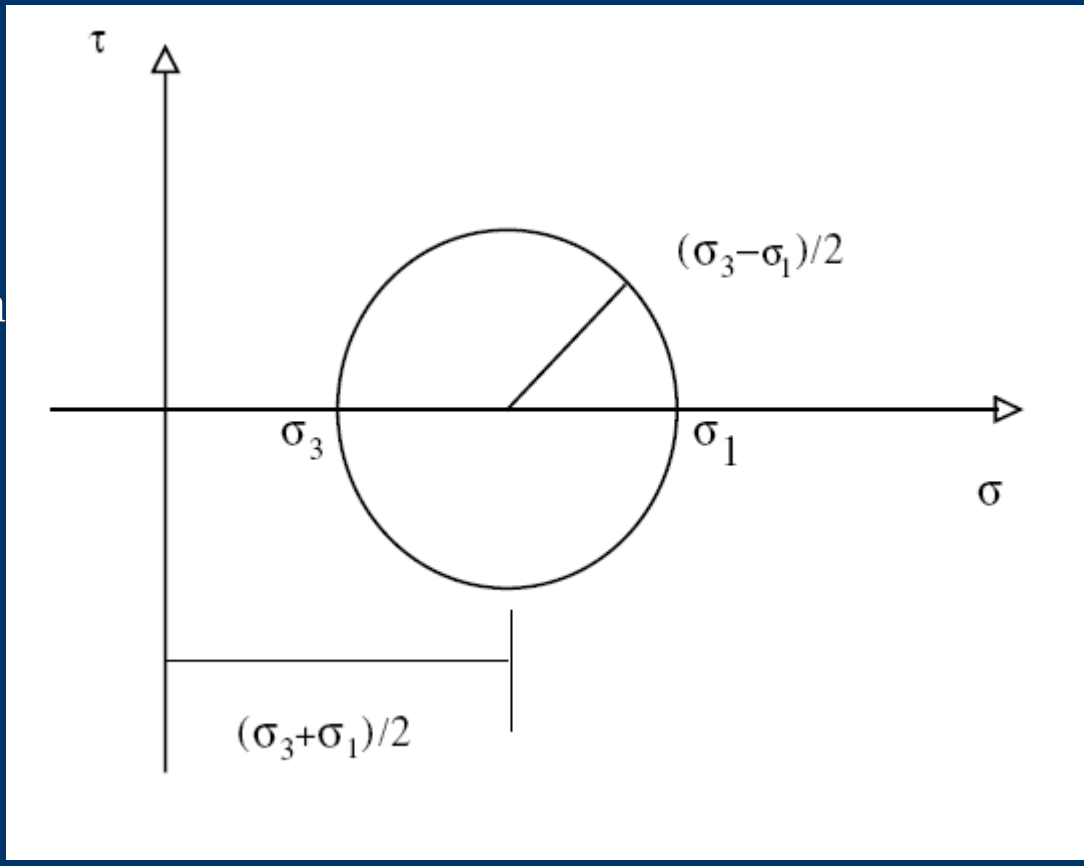


Círculo de Mohr

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\cos 2\alpha$$

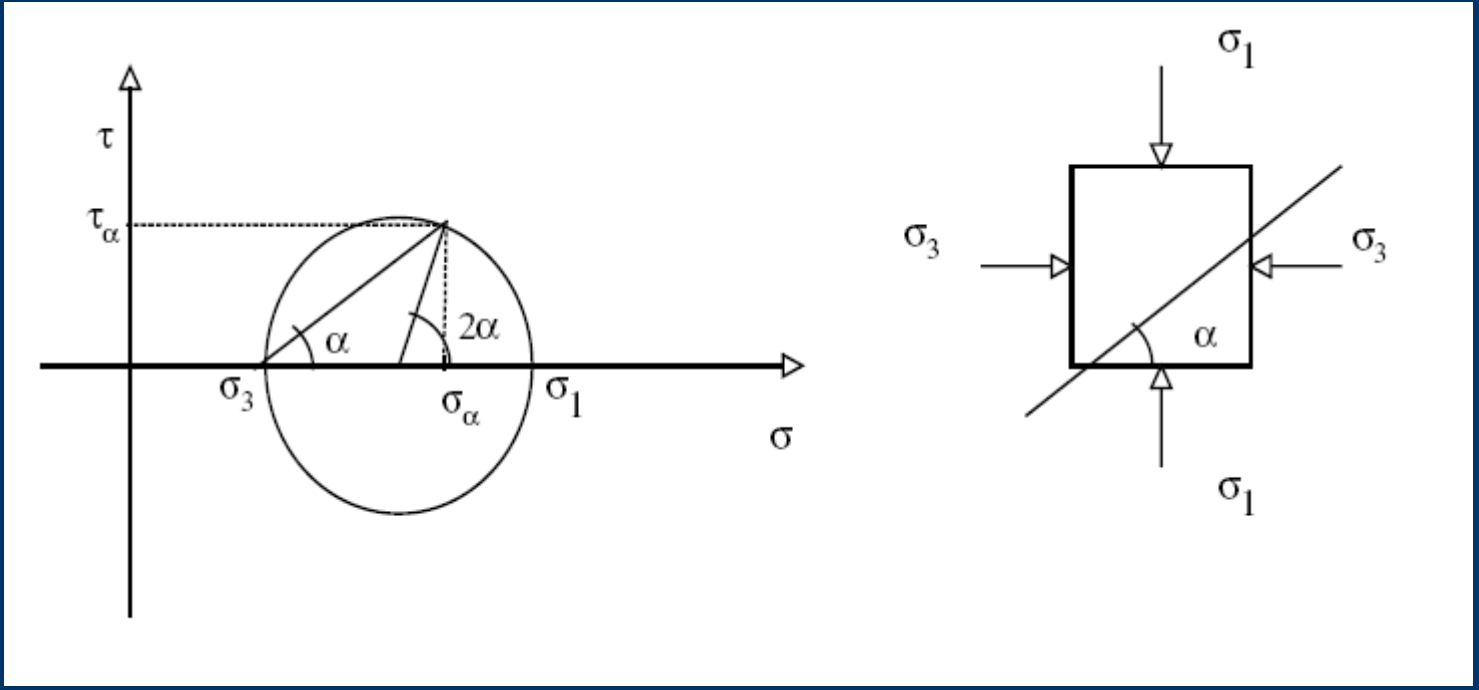
$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\text{sen}2\alpha$$

As tensões atuantes em todos os planos passando por um ponto podem ser obtidas graficamente num sistema de coordenadas em que as abcissas são as tensões normais e as ordenadas são as tensões cisalhantes. Neste sistema, as equações acima definem um círculo (círculo de Mohr)

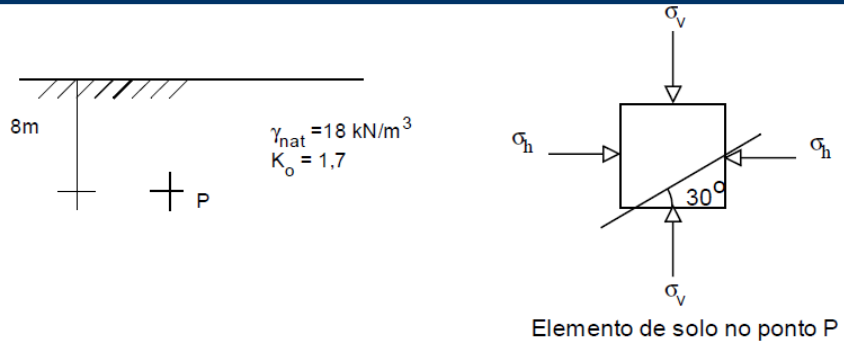


Círculo de Mohr

Determinação das tensões num plano formando um ângulo α com o PPM



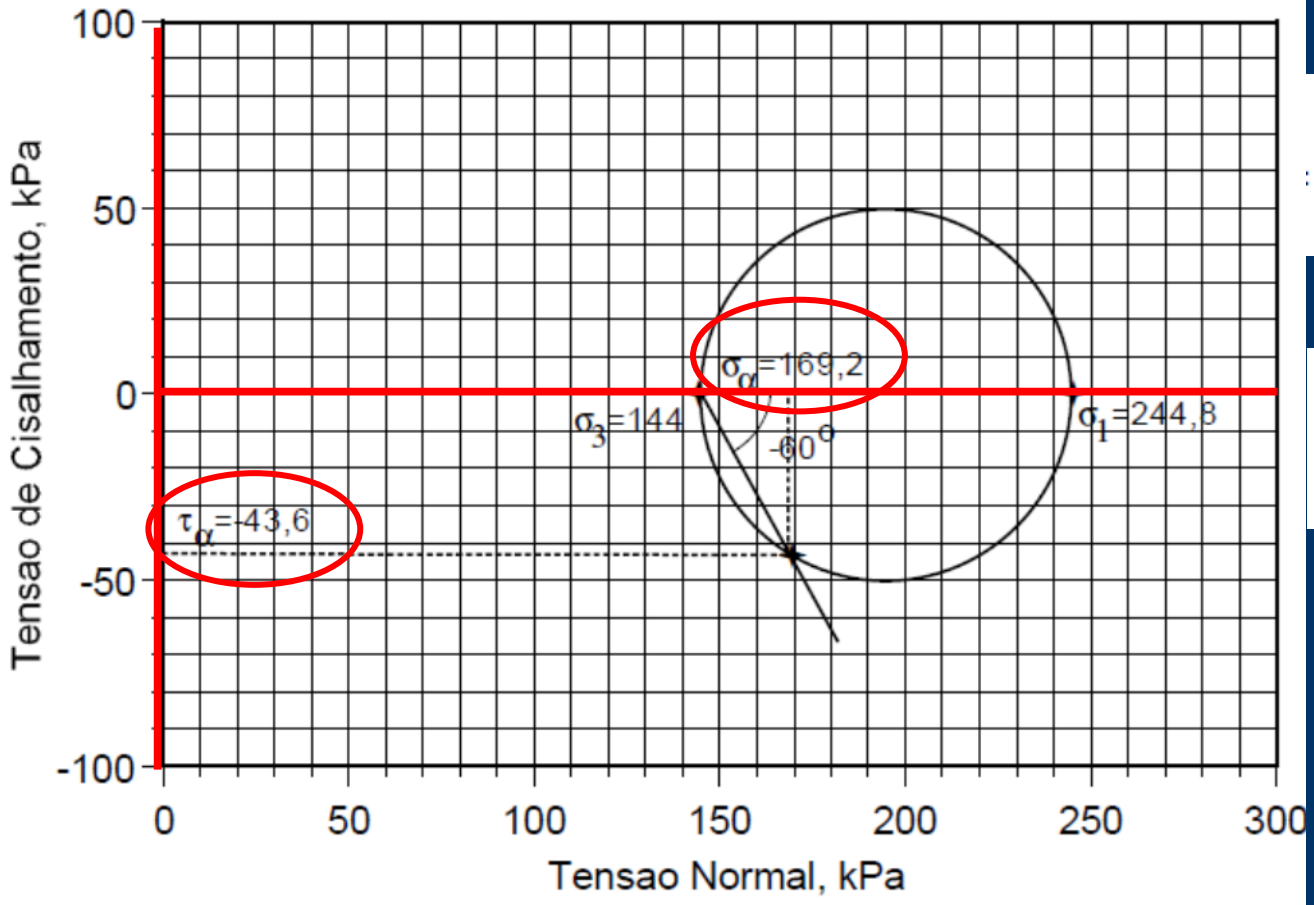
EXEMPLO



Elemento de solo no ponto P

$$\sigma_3 = 18x8 = 144kPa$$
$$\sigma_1 = 1{,}7x144 = 244{,}8kPa$$

Pelo círculo de Mohr:



$$\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = 194{,}4$$

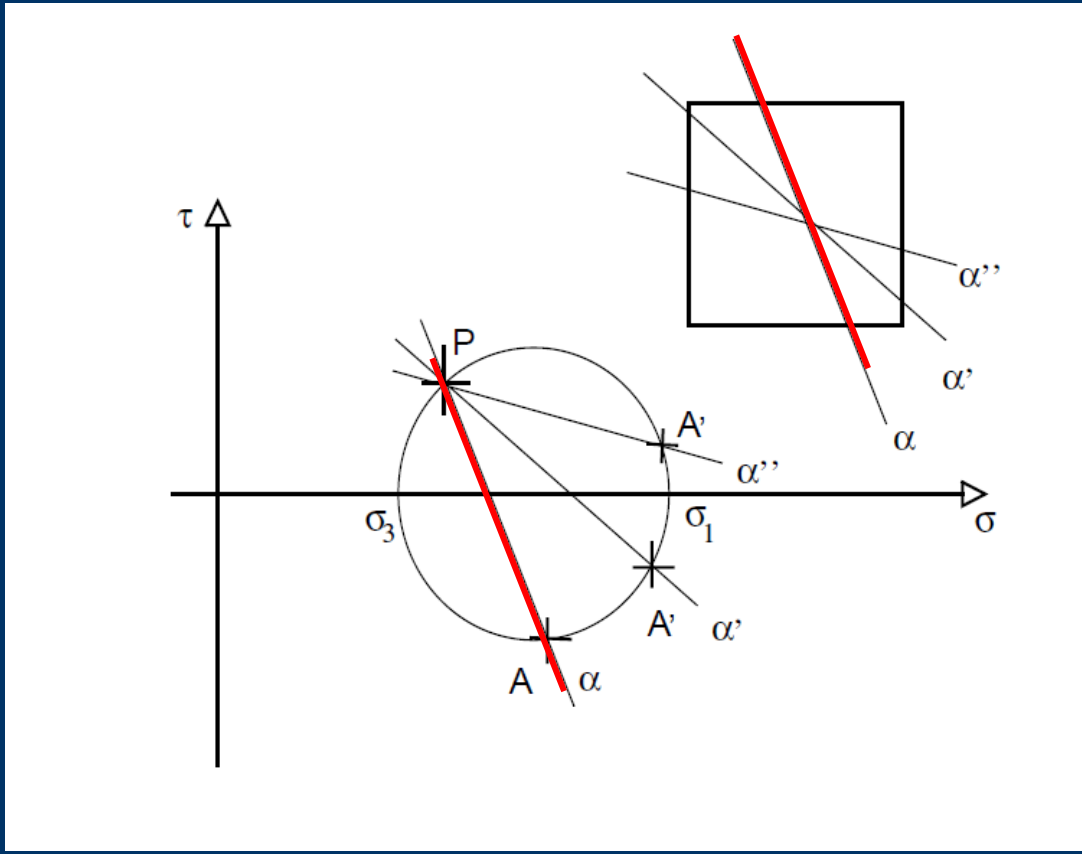
$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 50{,}4$$

$$\alpha = -60^o$$

DETERMINAÇÃO DAS TENSÕES A PARTIR DO POLO

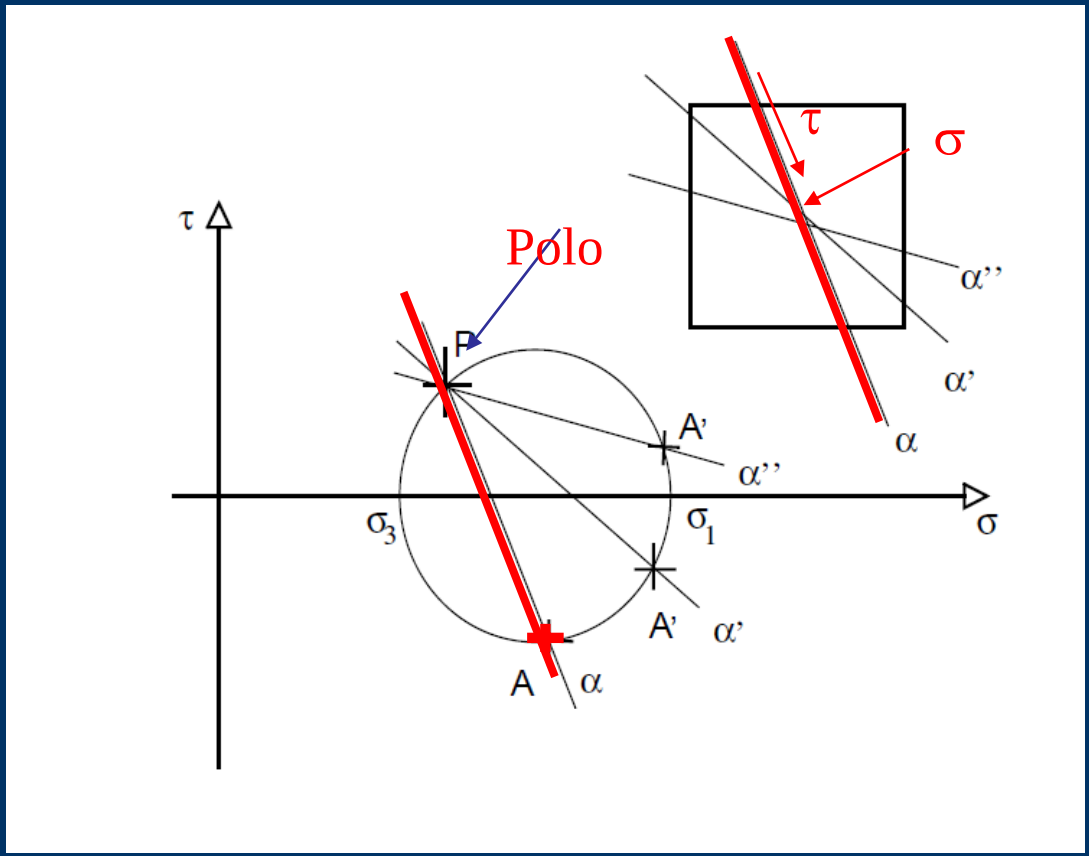
O polo (P) tem a seguinte propriedade:

- uma reta passando por P e por qualquer ponto A do círculo de Mohr será paralela ao plano no qual atuam as tensões σ e τ coordenadas do ponto A.



- De forma análoga, traçando-se por P uma reta paralela ao plano de que se quer conhecer as tensões atuantes, tal paralela interceptará o círculo de Mohr no ponto A cujas coordenadas serão justamente as tensões σ e τ procuradas.

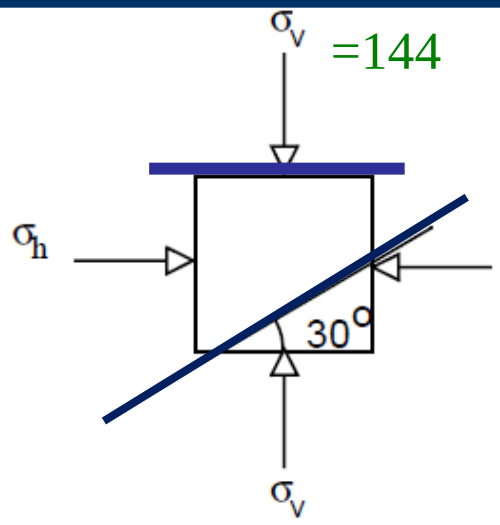
COMO DETERMINAR O POLO



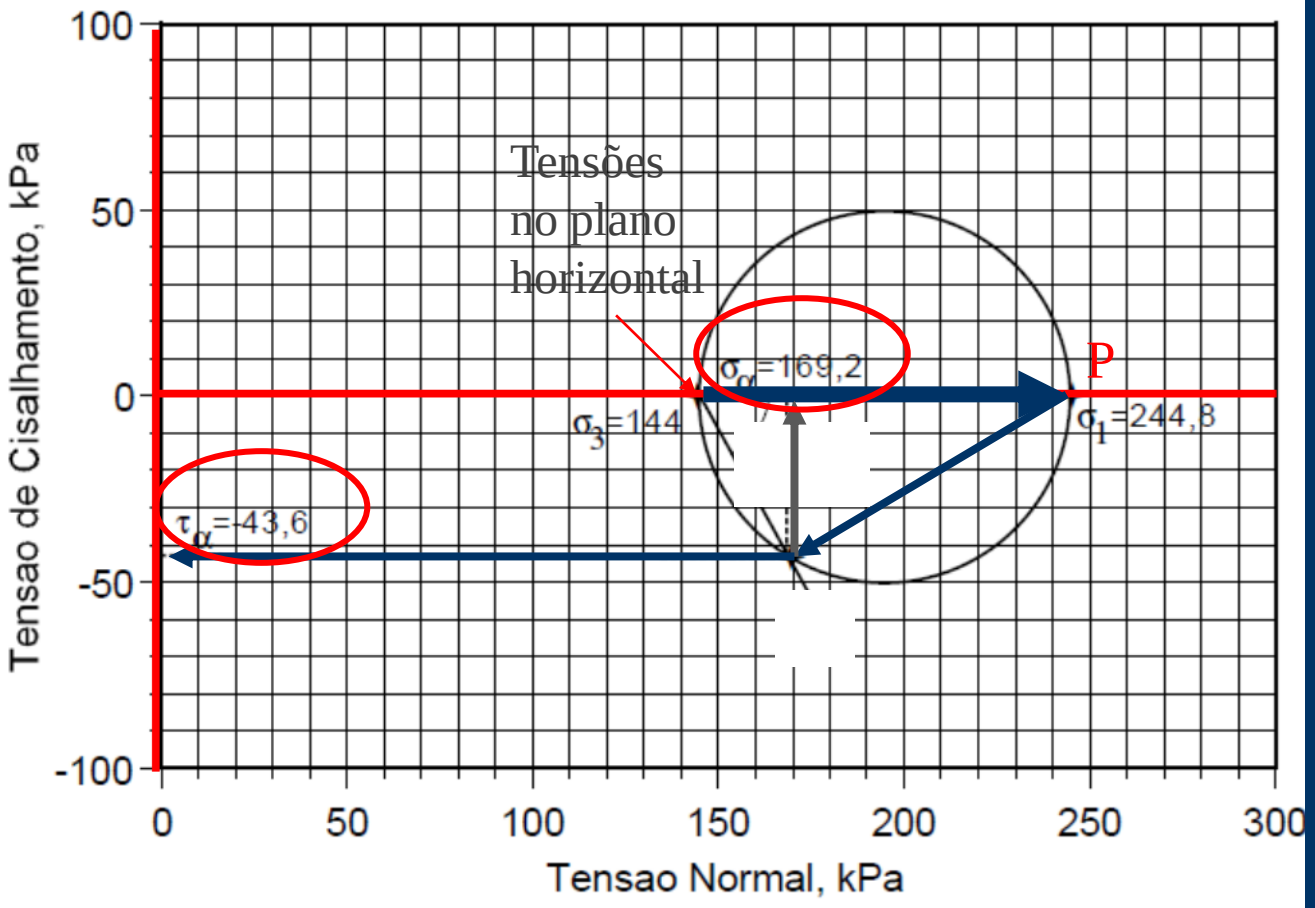
Para se localizar o polo P no círculo, devem ser conhecidas as tensões σ e τ atuantes em pelo menos um plano passando pelo elemento.

Faz-se então a construção inversa:
traça-se pelo ponto (σ, τ) do círculo de Mohr uma paralela ao plano do qual se conhecem as tensões. Onde essa reta cortar o círculo de Mohr estará o polo P.

EXEMPLO



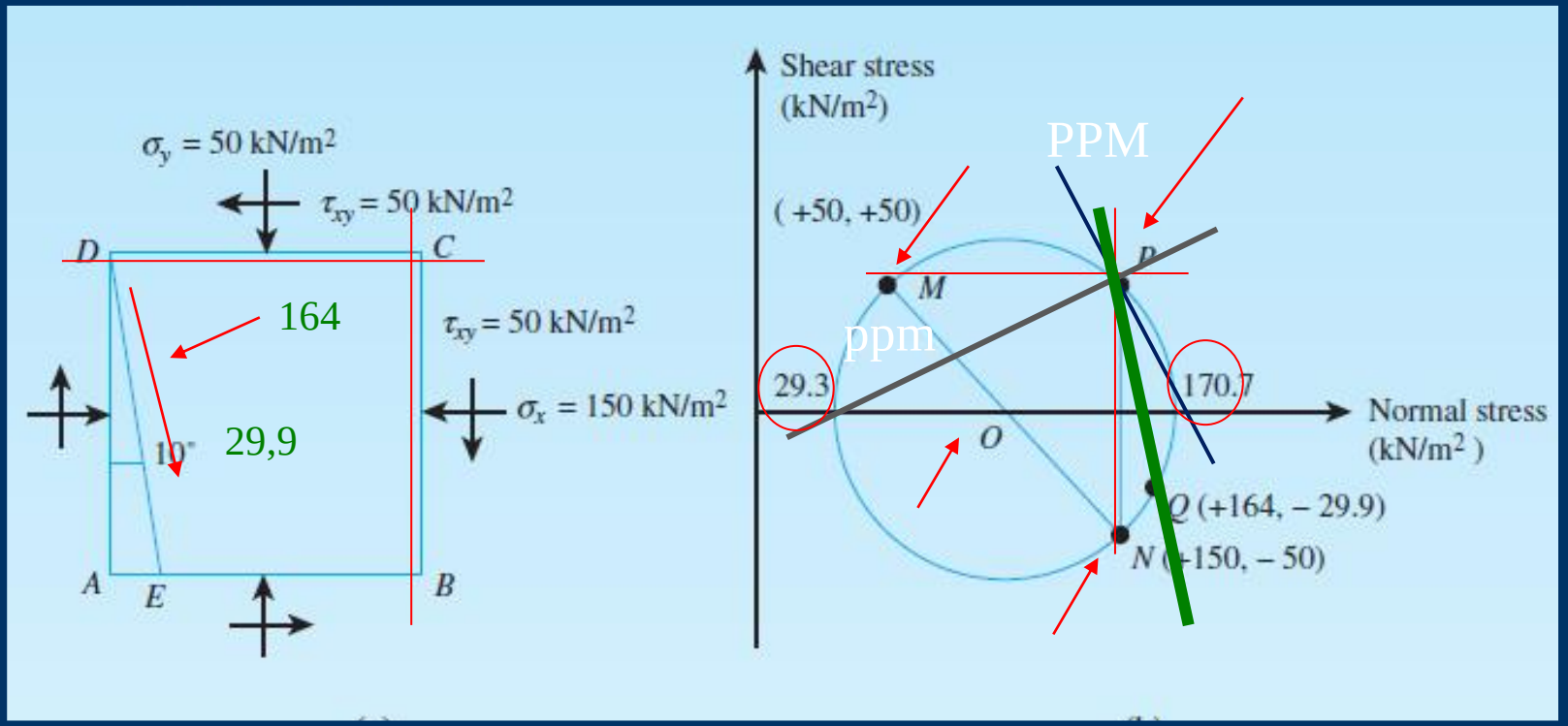
Pelo Polo



EXEMPLO

Para o elemento de solo abaixo, determinar:

- as tensões principais e suas direções
- as tensões atuantes no plano DE



Ponto M: tensões no plano horizontal

Ponto N: tensões no plano vertical

Ligar M e N: Ponto O (centro do círculo)

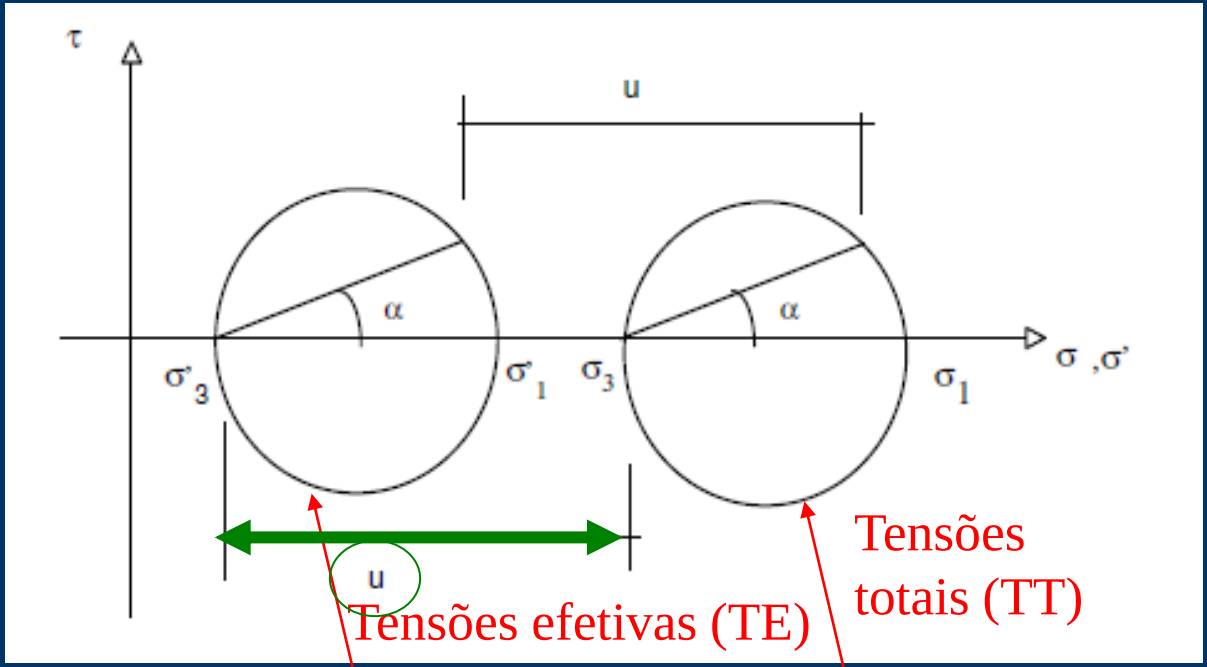
OM ou ON: raio do círculo

Desenhar círculo: σ_1 = 170,7 kPa e σ_3 = 29,3 kPa

Deteminar polo P: construção em vermelho

Ligar P a σ_1 – PPM

Ligar P a σ3 – ppm

Traçar por P paralela a DE: Ponto Q (tensões no plano DE – σ = 164; τ = -29,9)

Círculo de Mohr em termos de tensões efetivas