

Gabarito para Exercício 96 da Lista 07 (ref. ao assunto “TCL”).

Imagine que você é dono de uma granja e que por alguma razão um dono dum supermercado vai comprar de você 60% de toda sua produção, mas vai pagar pelo peso dos ovos comprados. Naturalmente, você deseja entregar para o supermercado os ovos mais pesados obedecendo a restrição que em quantidade de ovos, sua entrega contenha 60% de tudo que sua granja produziu. Se você fornecer para um estatístico a informação que o peso de ovos de sua granja segue aproximadamente a distribuição $\mathcal{N}(30; 2^2)$, então tal estatístico vai lhe responder que todos os ovos com o peso superior a 29,5 constituem 60% da produção total da granja. Você vai usar esse valor da seguinte maneira. Você vai dar a seguinte instrução para seus funcionários: “Separar para a entrega ao supermercado todos os ovos cujo peso é maior que 29,5.” Com isso você alcança o objetivo de entregar 60% da produção garantindo que na entrega tem os ovos mais pesados.

As perguntas que faltou esclarecer são como foi achado o valor 29,5 e por que sua instrução aos funcionários garante o alcance do objetivo.

Seja Y a variável aleatória com a distribuição $\mathcal{N}(30; 2^2)$. Por enquanto não vamos dar sentido à Y ; quer dizer, no momento, ela é só uma variável aleatória. Acerca dela, vamos perguntar: “Qual é o valor do limiar y tal que $P[Y > y] = 0,6$?” Essa pergunta resolve-se pela padronização e pela Tabela da Distribuição de Normal Padrão: a padronização lhe dá:

$$P[Y > y] = P\left[Z > \frac{y - 30}{2}\right], \text{ onde } Z \text{ é Normal Padrão,}$$

e a Tabela lhe dá que

$$P[Z \leq 0,25] = 0,5987 \Rightarrow P[Z > -0,25] \approx 0,6$$

Juntando os dois, conclui-se que

$$y \text{ que garante } P[Y > y] = 0,6 \text{ obedece } \frac{y - 30}{2} = -0,25 \text{ e, conseqüentemente, } y = 29,5$$

Agora, recordamos que o enunciado nos disse que “o peso de um ovo tem distribuição aproximadamente normal com média 30 gramas e desvio padrão 2 gramas”. Essa frase é a expressão curta do seguinte fato: se pesar todos os ovos da granja e fazer o histograma de distribuição de frequência relativa por peso de ovos, então o histograma terá seu formato próximo ao formato da função de densidade da distribuição $\mathcal{N}(30; 2^2)$. Sobre tal distribuição, provamos acima que sua área à direita do limiar 29,5 é de 60% da área total. Então, a proximidade entre a função-densidade e o histograma junto com a interpretação do histograma em termos de pesos de ovos acarreta que todos os ovos cujo peso é maior que 29,5 compõem 60% da toda a produção. Isso responde na segunda das perguntas colocadas acima, e, portanto, fecha a solução.