

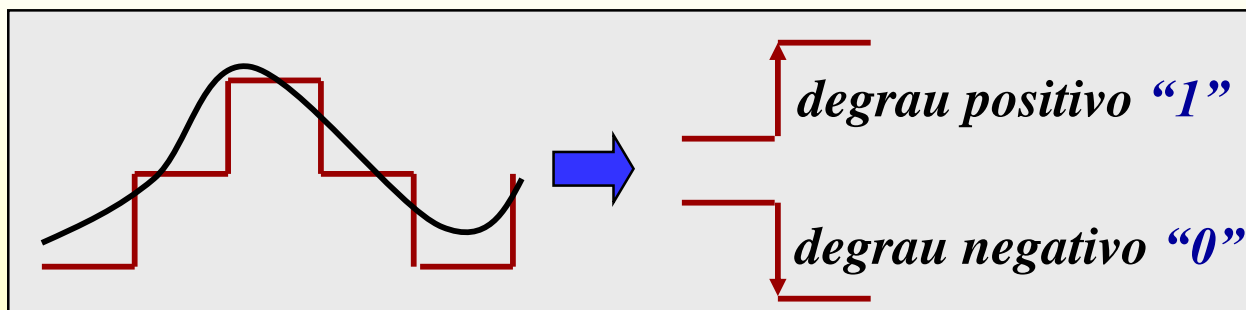
Modulação Delta

Tipos: *Modulação Delta Linear - Delta Adaptativa - Sigma Delta*

📖 É o método mais simples de conversão AD que se conhece.

📖 Na sua forma básica, o sinal contínuo é aproximado por uma função em degraus.

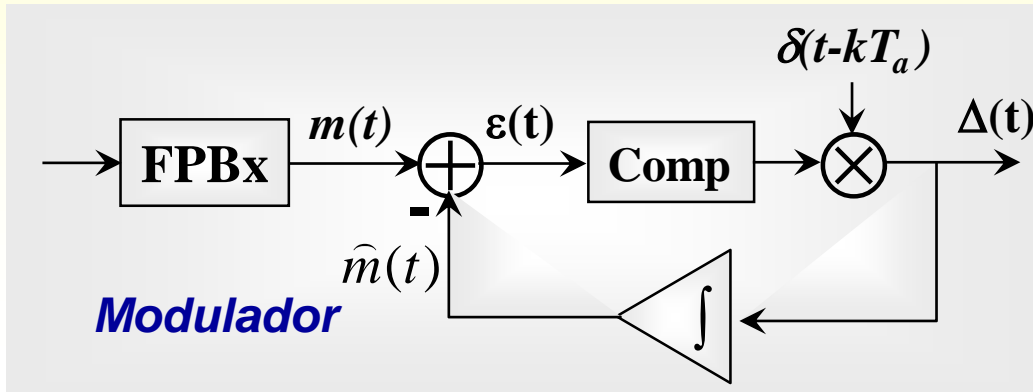
- ↙ Codifica-se um sinal diferença $\varepsilon(t)$, entre o sinal original e a aproximação em degraus.
- ↙ A taxa de amostragem utilizada é bem maior do que a de Nyquist, de modo que obtém-se uma correlação muito alta entre duas amostras adjacentes.
- ↙ Como consequência pode-se empregar somente dois níveis de quantização (1 bit) na codificação.



1. Modulação Delta Linear (DM)

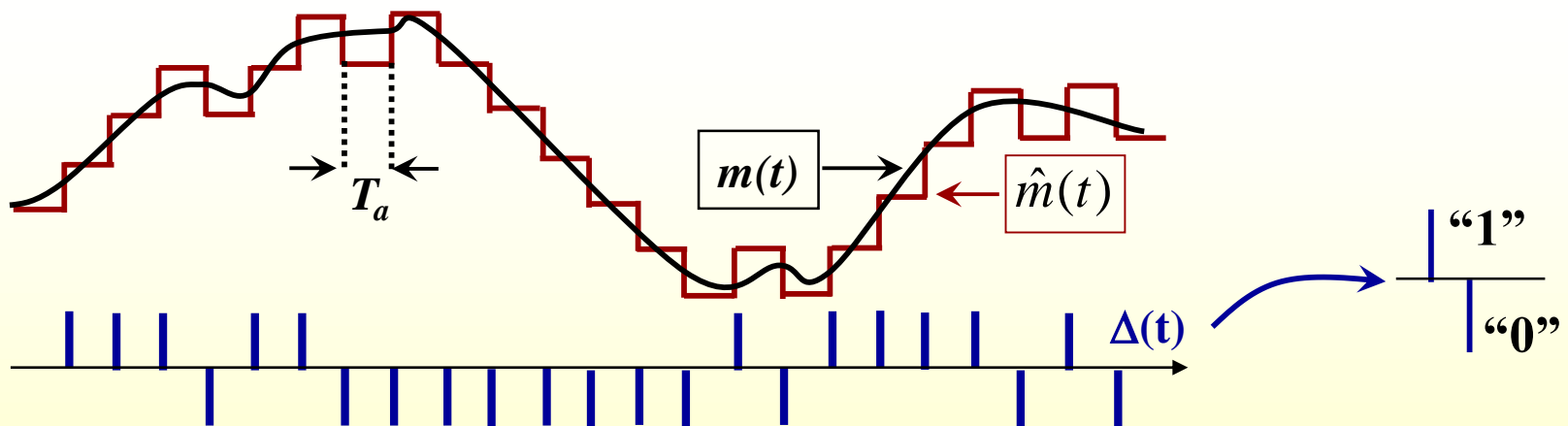
📖 O sinal diferença $\varepsilon(t)$ é comparado e codificado em dois níveis: $\pm \Delta$.

📖 Um pulso positivo “1” ou negativo “0” é associado à saída do amostrador a cada instante de amostragem T_a , formando o sinal $\Delta.(t)$



$$\varepsilon(t) = m(t) - \hat{m}(t)$$

$$\begin{cases} \varepsilon(t) > 0 & \Rightarrow \Delta & \Rightarrow 1 \\ \varepsilon(t) < 0 & \Rightarrow -\Delta & \Rightarrow 0 \end{cases}$$

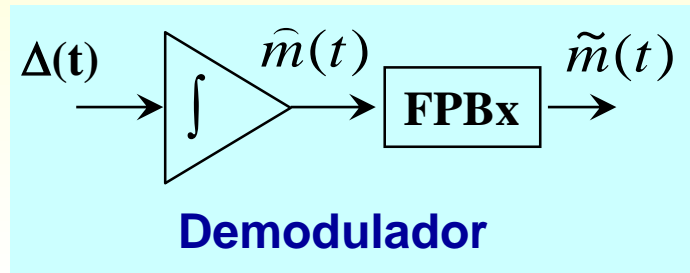


Operações Básicas: Filtragem - Comparação - Integração



← Demodulação

- 📖 Tem-se que recuperar a aproximação em degraus.
- 📖 O demodulador consiste de um integrador seguido de um filtro passa baixas.

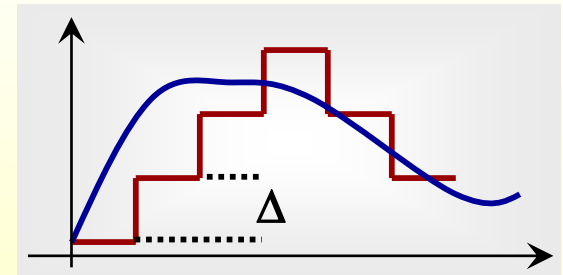


1.1. Problemas na Modulação Delta

← Erros no início e de sobrecarga de inclinação

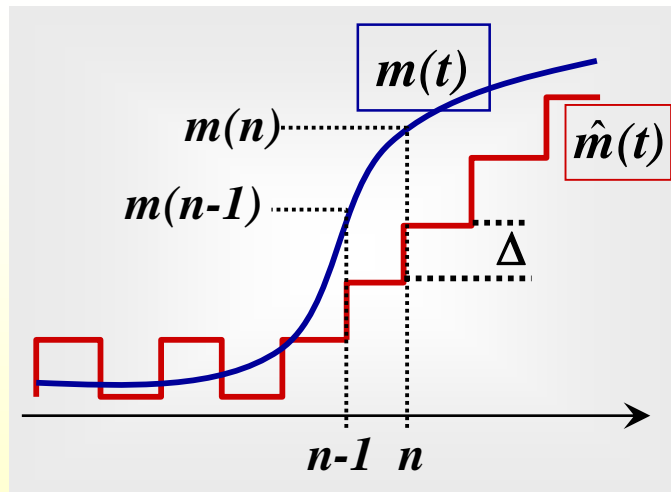
☑ **No início**

No início a aproximação em degraus pode diferir do sinal de entrada, devido ao problema de seguimento entre eles.



✓ **Sobrecarga de Inclinação (Slope overloading)**

- ✓ É um erro que se origina devido às variações rápidas do sinal.
- ✓ Se $m(t)$ varia lentamente a aproximação em degraus segue as suas variações.
- ✓ Quando a diferença entre duas amostras sucessivas for maior que Δ a aproximação não acompanha o sinal de entrada.
- ✓ Observe na figura que o valor de Δ é muito pequeno não conseguindo acompanhar as variações de $m(t)$

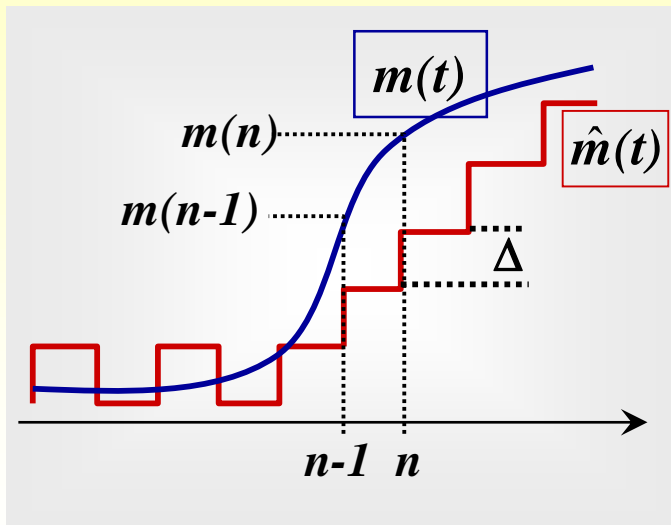


Para que não ocorrer
'slope overloading'

$$m(n) - m(n-1) \leq \Delta$$



✓ Cálculo do valor mínimo de Δ



$$\Delta \geq m(n) - m(n-1)$$

$$\frac{\Delta}{T_a} \geq \frac{m(n) - m(n-1)}{T_a}$$

$$\frac{\Delta}{T_a} \geq \max \left| \frac{dm(t)}{dt} \right|$$

✓ **Exemplo:** Considere um sinal senoidal ✓ $m(t) = A \cos(2\pi f_0 t)$

$$\frac{d}{dt} A \cos 2\pi f_0 t = A 2\pi f_0 \operatorname{sen}(2\pi f_0 t)$$

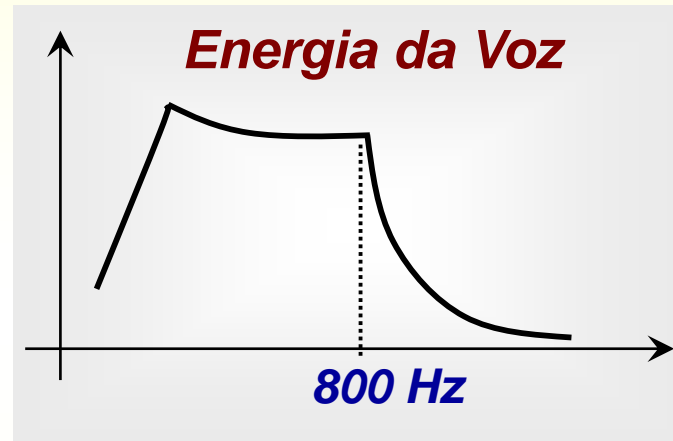
$$\max \left| \frac{dm(t)}{dt} \right| = A 2\pi f_0$$

$$A \leq \frac{\Delta f_a}{2\pi f_0}$$



✓ Cálculo de Δ para sinais de voz:

- ✓ A equação anterior continua sendo válida, admitindo uma frequência f_0 onde espectro de frequências decai com $1 / f^2$.
- ✓ Pode ser determinado experimentalmente que $f_0 \approx 800$ Hz.



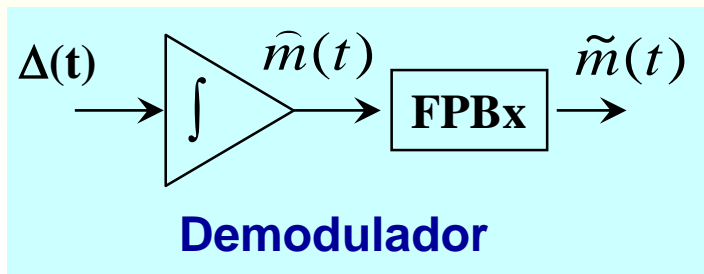
✓ Solução Prática para se evitar o erro de “sobre carga de inclinação”

- ✓ Detectar o sobre carregamento.
- ✓ Aumentar o passo de quantização Δ .
- ✓ Modulação Delta Adaptativa.



1.2. Ruído na Modulação delta

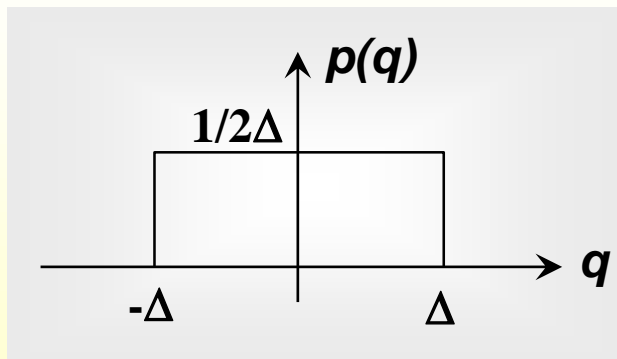
- ✓ Neste caso o ruído é calculado na saída do demodulador.
- ✓ Admitindo uma transmissão livre de ruído:
 - ✓ Na saída do demodulador o sinal recebido difere do original por causa do erro de quantização. Assim:



$$\tilde{m}(t) = m(t) + n(t)$$

$$\text{SNR} = \frac{E[|m(t)|^2]}{E[|n(t)|^2]}$$

✓ Ruído de quantização



$$q(t) = m(t) - \hat{m}(t) \Rightarrow |q(t)| \leq \Delta$$

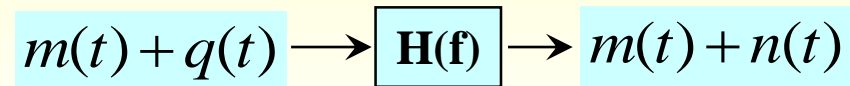
$$E[q^2] = \sigma_q^2 = \int_{-\Delta}^{\Delta} q^2 \frac{1}{2\Delta} dq = \frac{\Delta^2}{3}$$



✓ Ruído na saída do filtro passa baixas:

- ✓ Admitindo um ruído com Espectro Densidade de Potência Uniforme.

$$G_q(f) = \begin{cases} \frac{\Delta^2}{3} \frac{1}{2f_a}, & |f| < f_a \\ 0, & c.c. \end{cases}$$



$$E[n^2] = \int_{-B}^B G_q(f) |H_B(f)|^2 df = \int_{-B}^B \frac{\Delta^2}{6f_a} df = \frac{\Delta^2}{3} \frac{B}{f_a}$$

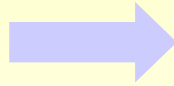
✓ Relação Sinal-Ruído:

$$SNR = \frac{3f_a}{\Delta^2 B} E[|m(t)|^2]$$



✓ **Exemplo:** Sinal senoidal ✓ $m(t) = A\cos(2\pi f_0 t)$

$$\langle m^2(t) \rangle = \frac{A^2}{2}$$



$$SNR = \frac{3f_a}{\Delta^2 B} \frac{A^2}{2}$$

✓ Para evitar o sobrecarregamento:

$$A = \frac{\Delta f_a}{2\pi f_0}$$

✓ Admitindo $f_0 = B$ tem-se:

$$SNR = \frac{3}{8\pi^2} \left(\frac{f_a}{B} \right)^3$$

✓ Admitindo $f_a = 64$ kHz e $B = 4$ kHz (sistema equivalente ao PCM)
tem-se:

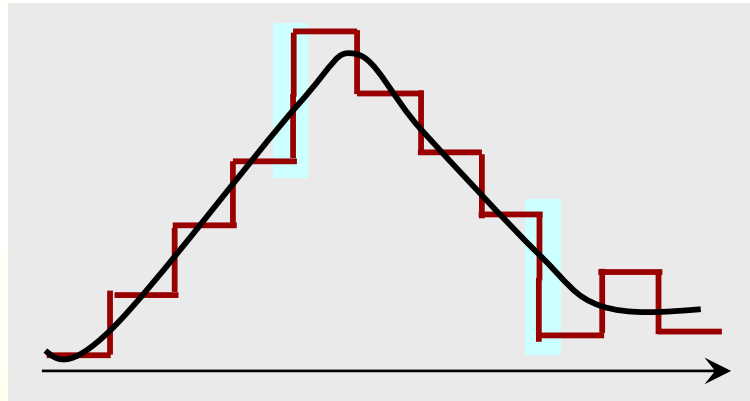
$$SNR = 155.63$$

$$SNR_{dB} = 21.92 \text{ dB}$$



2. Modulação Delta Adaptativa - ADM

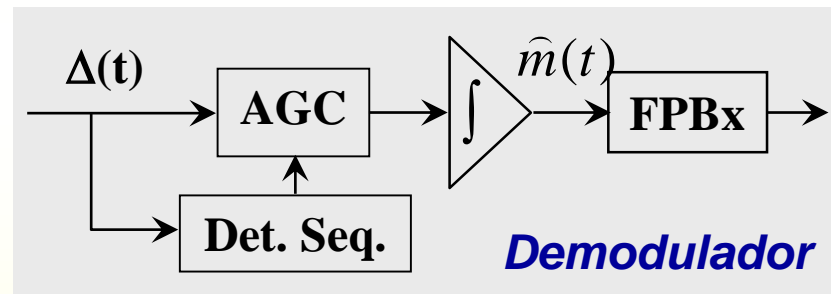
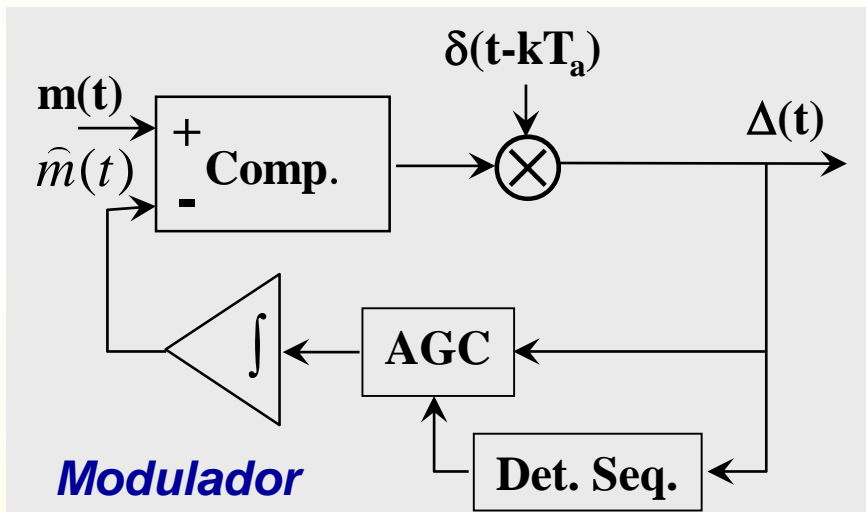
- ✓ O desempenho do modulador Delta é melhorado fazendo o degrau Δ variar com as variações do sinal.
- ✓ Quando o modulador não consegue acompanhar as variações do sinal, o passo Δ é ajustado automaticamente.
- ✓ Evita-se, assim o erro de “sobre carga de inclinação”.
- ✓ Se as variações do sinal forem pequenas o passo Δ é reduzido ao valor original.



- ✓ Como resultado deste procedimento obtém-se um aumento de 5 a 10 dB na relação sinal - ruído.
- ✓ Possibilidade de se trabalhar com taxa de bits de 16 a 32 kbps.



- ✓ A modulação adaptativa é muito semelhante à modulação delta linear.
- ✓ No esquema abaixo são acrescentados um detector de seqüências e um amplificador com ganho controlado.
- ✓ Os pulsos são aplicados em um detector de seqüências.
- ✓ Quando ocorrer uma seqüências com mais que N (3 ou 4) pulsos, o valor do passo Δ é aumentado pela ação do AGC.
- ✓ Tem-se uma aproximação de $m(t)$ com degraus variáveis

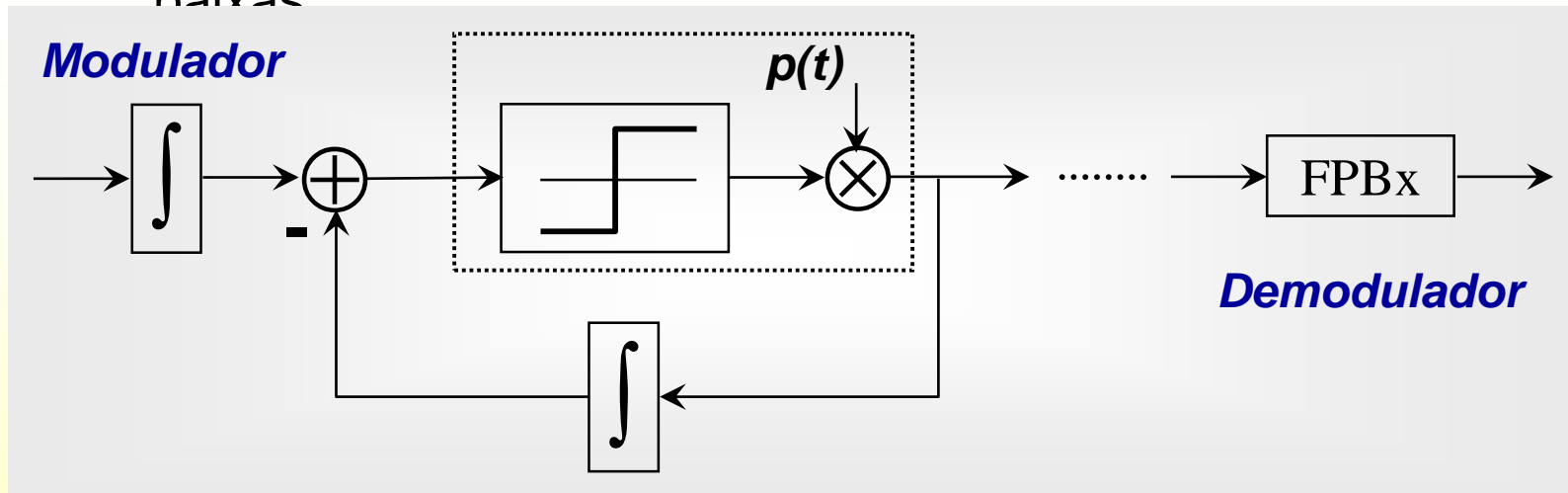


- ✓ O demodulador segue o mesmo princípio.

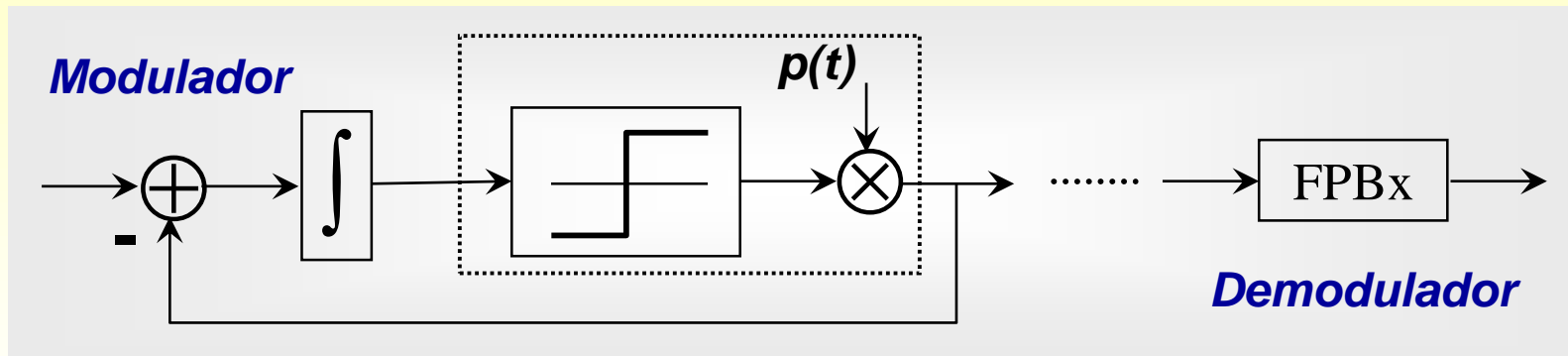


3. Modulação Sigma - Delta

- ✓ Realiza-se uma integração no sinal de entrada para melhorar o desempenho.
- ✓ **Apresenta os seguintes benefícios:**
 - ✓ O conteúdo de freqüências baixas é enfatizado, diminuindo as variações do sinal.
 - ✓ A correlação entre amostras adjacentes é aumentada o que tende a aumentar o desempenho do sistema pela redução da variância do sinal de erro.
 - ✓ O receptor é simplificado: Ele consiste somente de um filtro passa - baixas



✓ Esquema alternativo: (economia de um integrador)



📖 Algumas vantagens da Modulação Delta:

- ↙ Simplicidade.
- ↙ Redução na taxa de bits.
- ↙ Não há necessidade de sincronismo de palavra (pois tem-se um conversor de 1 bit).

