

Inversão de População

1.6- Inversão de População

Vimos as rbs passadas que

$$\textcircled{*} \frac{A_{21}}{B_{21} \rho(\nu)} = e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1$$

- razão entre emissão espontânea e estimulada

- p/ $h\nu \gg kT$ (trans. eletrônica)

Spontânea mais provável que Estimada

$$P(\omega) = \alpha(\omega) = (n_2 - n_1) \tilde{\sigma}_{21}(\omega)$$

- para ter ganho $\alpha(\omega) > 0$

$$\Downarrow$$

$$n_2 > n_1$$

$$\tilde{\sigma}_{21}(\omega) = \frac{h\nu_s B_{21}}{\nu} g$$

$$(n_2 - n_1) \frac{h \nu B_{21}}{v} g > 0$$

$$n_2 B_{21} > n_1 B_{12}$$

$\Rightarrow$ emissão estimulada deve exceder a absorção

$$\Downarrow B_{21} = B_{12}$$

$$n_2 > n_1$$

Condição de inversão de população

Conceito por trás do LASER

- “Quando a luz incide num conjunto de átomos, a emissão estimulada e a absorção são igualmente prováveis” (Einstein, 1917)
- Normalmente ocorre absorção pois os átomos se encontram no estado fundamental
- Se conseguirmos ter mais átomos excitados que no nível fundamental ($n_2 > n_1$)

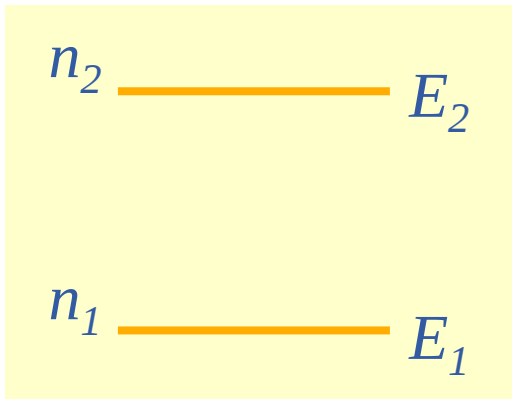
fótons emitidos tem maior probabilidade estimular a emissão do que de serem absorvidos

podemos ter amplificação em vez de absorção

a esta situação denominamos

Inversão de população

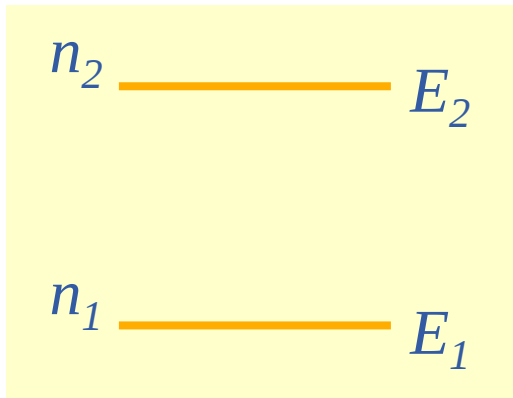
Esta condição é proibida pela
Distribuição de Boltzmann



no equilíbrio térmico (Boltzmann)

$$\frac{n_2}{n_1} = e^{-(E_2 - E_1)/kT}$$

Estados de maior energia sempre menos
populados que o estado fundamental



$$\frac{n_2}{n_1} = e^{-(E_2 - E_1)/kT}$$

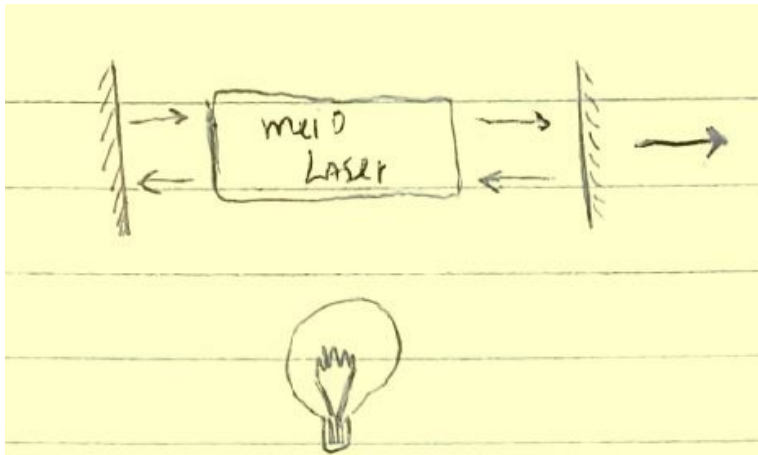
$n_2 > n_1$ apenas se a T for negativa (!!!!
???)

Seria necessário trabalhar fora do equilíbrio $\Rightarrow$ Acreditavam que seria instável e não sustentável. (LASER não seria possível)

Conseguindo a inversão:

bombando o meio laser

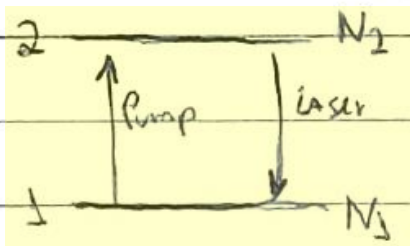
Excitando $\Rightarrow$ sistema fora do equilíbrio



• A intensidade será suficiente para conseguir $n_2 > n_1$?

• Como isso depende dos níveis de energia do meio laser?
(2, 3 e 4 níveis)

→ Sistemas de dois níveis



$$\frac{dN_2}{dt} = B I N_1 - B I N_2 - A N_2$$

↑
Absorção

↑
Emissão
Estimulada

↑
Emissão
Espontânea

$$\frac{dN_1}{dt} = B I N_2 - B I N_1 + A N_2$$

definindo $\Delta N = N_1 - N_2$

Número total

$$N = N_1 + N_2$$

podem escrever

$$\frac{d\Delta N}{dt} = -2BI\Delta N + 2AN_2$$

mas $2N_2 = N - \Delta N$

então

$$\frac{d\Delta N}{dt} = -2BI\Delta N + AN - A\Delta N$$

$$N = N_1 + N_2$$

$$\Delta N = N_1 - N_2$$

$\Downarrow$

$$N - \Delta N = 2N_2$$

no estado estacionário

$$0 = -2BI\Delta N + AN - A\Delta N$$

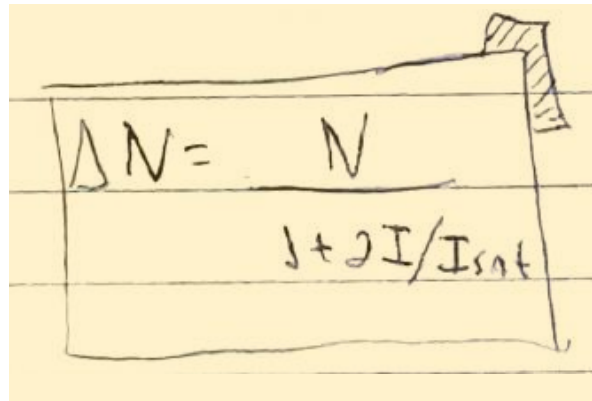
$$(A + 2BI)\Delta N = AN$$

$$\Delta N = \frac{AN}{A + 2BI}$$

$$\Delta N = \frac{N}{1 + 2BI/A}$$

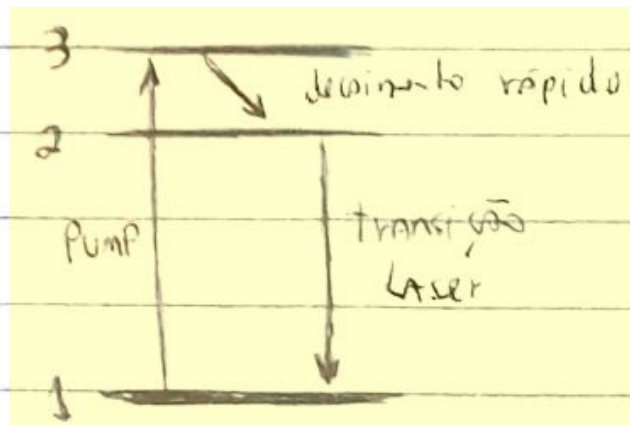
definindo $I_{\text{sat}} = A/B$ (Intensidade de Saturação)

- o que implica que $\Delta N > 0$ sempre, não importa qual o I


$$\Delta N = \frac{N}{1 + 2I/I_{\text{sat}}}$$

Impossível atingir INVERSÃO com dois níveis

→ Sistema de três-níveis



- bombeia-se para o nível 3 que rapidamente decai para 2,
- não há emissão estimulada pelo pump (bombeio)

absorção
↓
emissão espontânea
↓

$$\frac{dN_2}{dt} = B I N_1 - A N_2$$

$$\frac{dN_3}{dt} = -B I N_1 + A N_2$$

normalmente

$$N = N_1 + N_2$$

$$\Delta N = N_1 - N_2$$

⇓

$$2N_2 = N - \Delta N$$

$$2N_1 = N + \Delta N$$

pop. do N_3 é zero pois ele decai muito rápido $N_3 \sim 0$ (n° popul.)



$$\frac{d\Delta N}{dt} = -2B\bar{I}N_1 + 2AN_2$$

$$\frac{d\Delta N}{dt} = -B\bar{I}N - B\bar{I}\Delta N + AN - A\Delta N$$

no estado estacionário

$$0 = -B\bar{I}N - B\bar{I}\Delta N + AN - A\Delta N$$

$$(A + B\bar{I})\Delta N = (A - B\bar{I})N$$

$$\Delta N = N \frac{(A - B\bar{I})}{(A + B\bar{I})}$$

$$\Delta N = N \left(1 - \frac{I}{I_{\text{sat}}} \right)$$

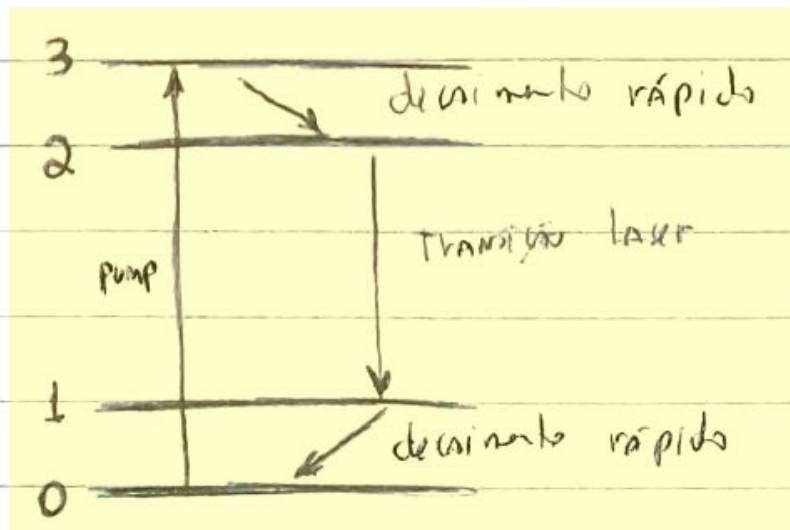
com $I_{\text{sat}} = A/B$

Neste caso, se $I > I_{\text{sat}}$ $\Delta N < 0$ (negativo)



Portanto é Possível
conseguir a inversão
de população.

→ Sistema de quatro níveis



- o nível 3 decai rapidamente para 2, logo não há população em 3 $\Rightarrow N_3 \sim 0$

- o nível 1 decai rapidamente para 0, logo não há população em 1 $\Rightarrow N_1 \sim 0$

Como antes

$$\frac{dN_2}{dt} = B I N_0 - A N_2$$

o número total de moléculas é N

$$N = N_0 + \overset{0}{N_1} + \overset{0}{N_2} + \overset{0}{N_3}$$

$$N = N_0 + N_2$$

$$N_0 = N - N_2$$

$$\frac{dN_2}{dt} = BI(N - N_2) - AN_2$$

nesse caso $\Delta N = \overset{\rightarrow 0}{N_1} - N_2 \approx -N_2$

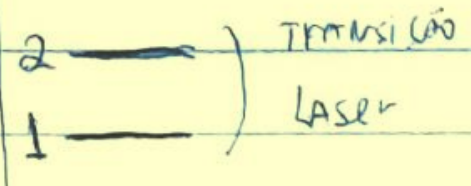
$$- \frac{d\Delta N}{dt} = BIN + BI\Delta N + A\Delta N$$

no estado estacionário

$$0 = BIN + BI\Delta N + A\Delta N$$

- o ΔN , nesse caso,
- é a diferença entre os
níveis onde há emissão
ou seja,

$$\Delta N = N_1 - N_2$$



$$(A + BI)\Delta N = -BIN$$

$$\Delta N = \frac{-BIN}{A + BI}$$

$$\Delta N = \frac{-(BIN/A)}{1 + \frac{BI}{A}}$$

$$I_{SAT} = A/B$$

$$\Delta N = -N \frac{I/I_{SAT}}{1 + \frac{I}{I_{SAT}}}$$

Agora, ΔN é sempre negativo

- Portanto a inversão é fácil.

- pr este sistema, podemos ter inversão mesmo se a população de $|0\rangle$ é grande, pois a inversão é entre os níveis $|2\rangle$ e $|1\rangle$

- melhor caso ocorre qdo Γ_{32} e $\Gamma_{10} \ll \Gamma_{21}$

↳ Acúmulo de átomos em $|2\rangle$ enquanto $|1\rangle$ estará vazio

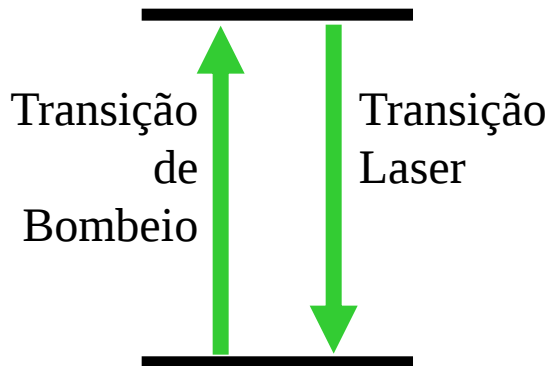
- maioria das lasers CW são de 4 níveis

- Laser c/ terras raras: Nd, Er, Ho, Tm, etc.

Sistema de dois, três e quatros níveis

Na verdade, demorou bastante tempo até que os físicos descobrissem que os sistemas de 4 níveis são os melhores.

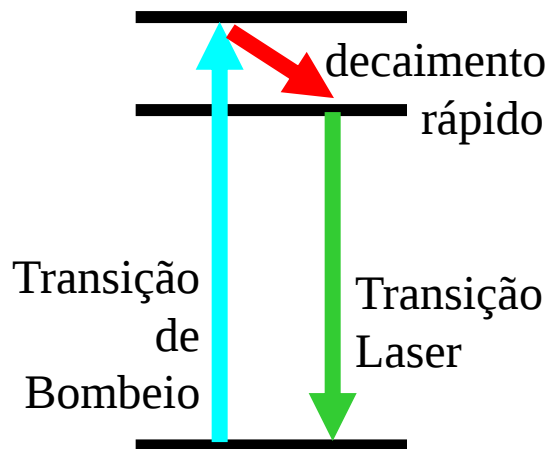
Sistema de dois níveis



No melhor caso se consegue populações iguais.

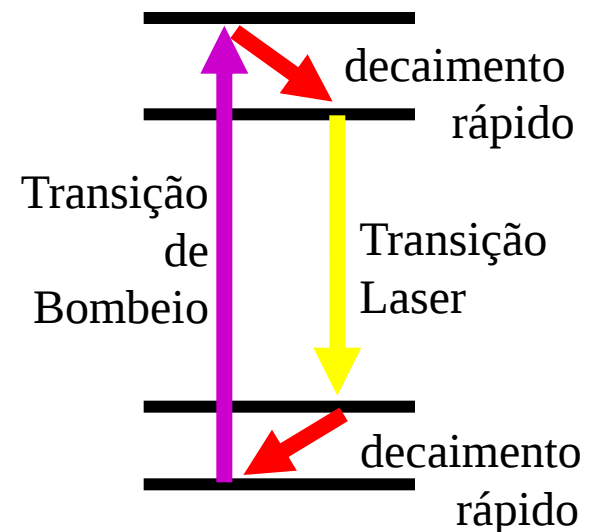
Não ocorre laser

Sistema de três níveis



Se a intensidade for alta o bastante se consegue laser

Sistema de quatro níveis



Laser é “fácil” !

• Estimamos a intensidade de saturação

$$I_{sat} = \frac{A}{B}$$

$$A = \frac{1}{\sigma}$$

$$B = \frac{\sigma}{h\nu}$$

então

$$I_{sat} = \frac{h\nu}{\sigma^2}$$

σ e σ^2 : depende da molécula

- Para visível/IR $h\nu \sim 1\text{eV} \sim 10^{-19}\text{ J}$

- $\tau \rightarrow 10^{-12} \sim 10^{-8}\text{ s}$ pr maioria das moléculas
 $10^{-9} \sim 10^{-3}\text{ s}$ pr meios Laser

- $\sigma \rightarrow 10^{-20} \sim 10^{-16}\text{ cm}^2$ (pr moléculas prox. a ressonância)

então

$I_{\text{sat}} \Rightarrow 1 \sim 10^{13}\text{ W/cm}^2$ (faixa bem larga)

I_{sat} tem papel importante. Por exemplo qdo I se aproxima ou excede I_{sat} , o meio se torna menos absorvedor (N_2 diminui) e o ganho diminui.

Fim