



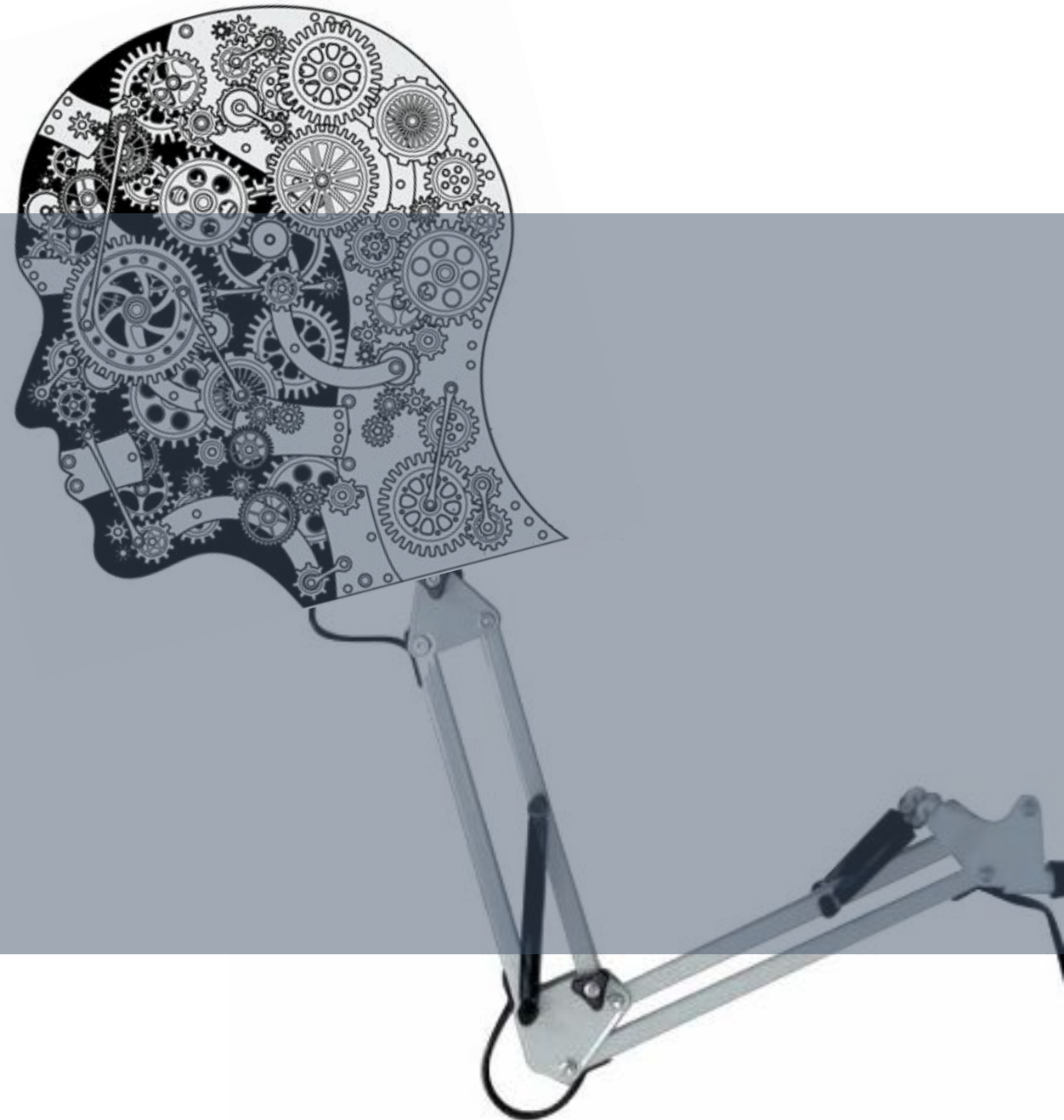
**Escola de Engenharia de São Carlos**  
Departamento de Engenharia Mecânica

**SEM 104 - Mecanismos**

Prof. Rodrigo Nicoletti

**AULA 9 – Dinâmica**

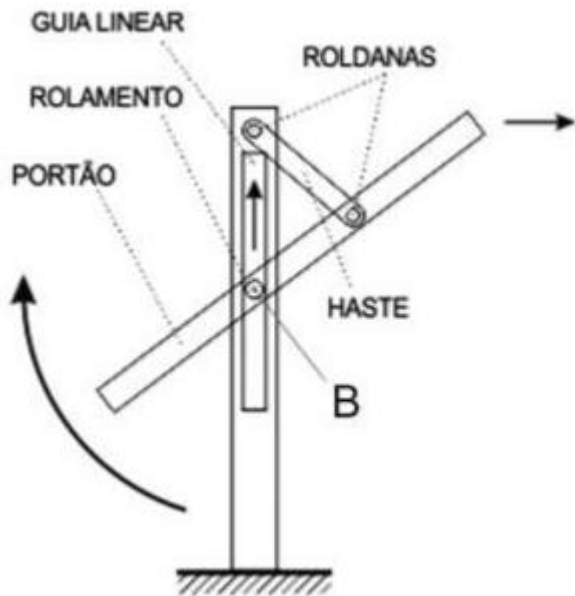
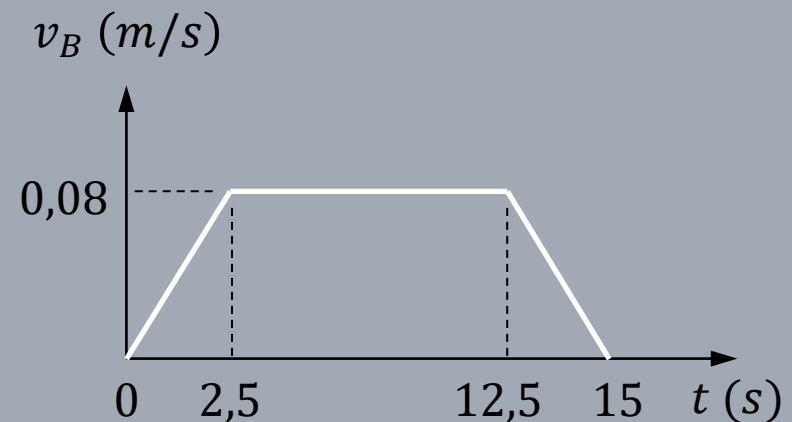
Método de Newton-Euler



# Dinâmica de Mecanismos



O mecanismo de abertura do portão foi projetado para que o **ponto B** tenha o seguinte **perfil de velocidade**:



## DIMENSIONAMENTO

Quais as forças que envolvem a abertura do portão?

**ESTRUTURA**

Qual a potência necessária para abrir o portão?

**MOTOR**

# Método de Newton-Euler

# Método de Newton-Euler

1) Fazer o Diagrama de Corpo Livre (DCL) de cada componente do mecanismo

2) Aplicar as equações de Newton e de Euler

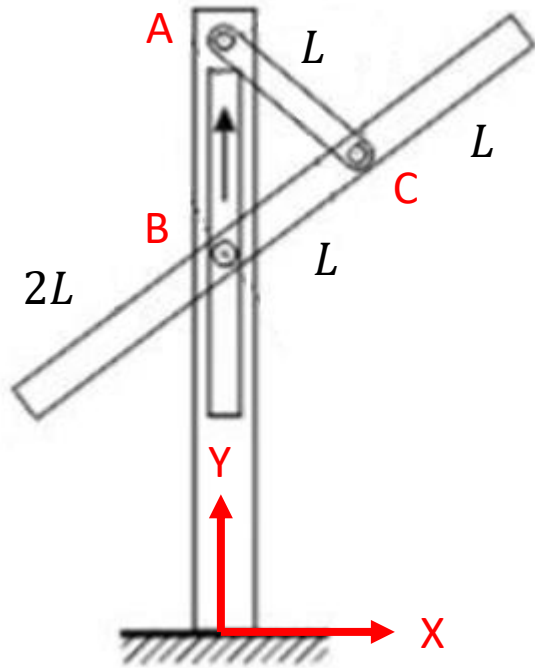
$$\sum \vec{F}_i = m_i \vec{a}_{CG}$$

$$\sum \vec{M}_O = I_O \vec{\alpha}$$

**É necessário fazer a ANÁLISE DE ACELERAÇÃO do mecanismo!!!**

3) Resolver o Sistema de equações

# Método de Newton-Euler

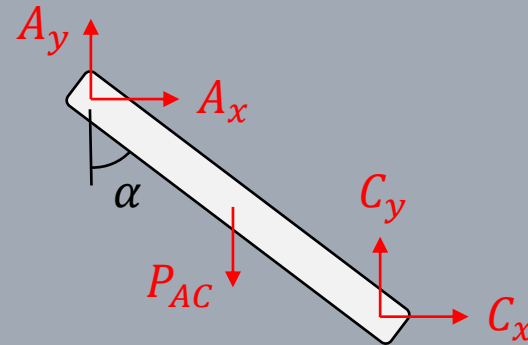


## Considere:

- Ponto B é o CG do portão
- Barra AC tem inércia desprezível em relação ao portão

1 e 2) Fazer o DCL de cada componente do mecanismo e Aplicar as equações

BARRA AC



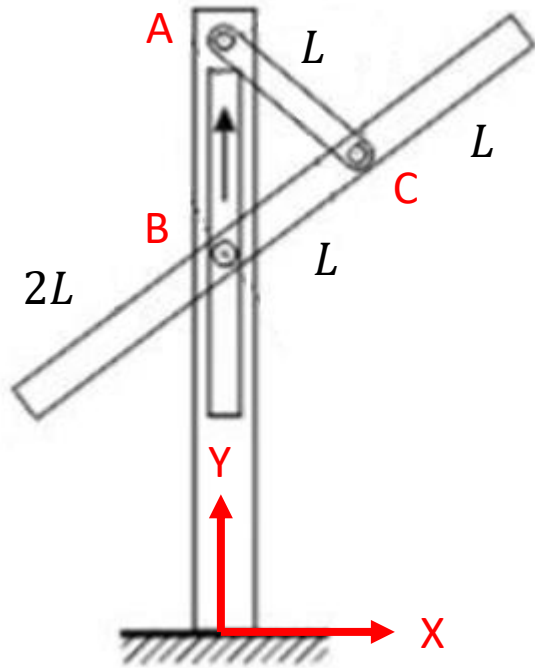
(inércia pequena)

$$\sum \vec{F}_{AC} = \cancel{m_{AC} \vec{a}_{CG}} = 0 \Rightarrow \vec{A} + \vec{C} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} A_x + C_x = 0 & (1) \\ A_y + C_y = 0 & (2) \end{cases}$$

(inércia pequena)

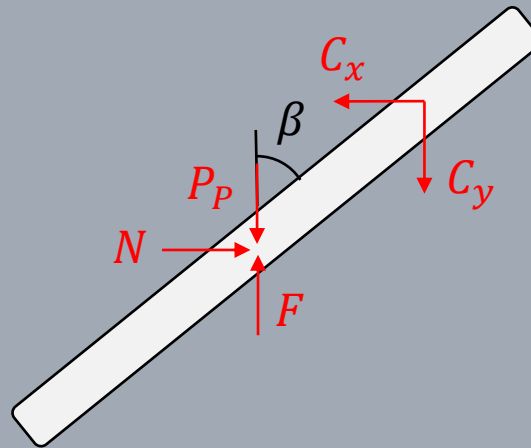
$$\sum \vec{M}_A = \cancel{I_A \vec{\alpha}_{AC}} = 0 \Rightarrow C_x L \cos \alpha + C_y L \sin \alpha = 0 \quad (3)$$

# Método de Newton-Euler



1 e 2) Fazer o DCL de cada componente do mecanismo e Aplicar as equações

PORTÃO



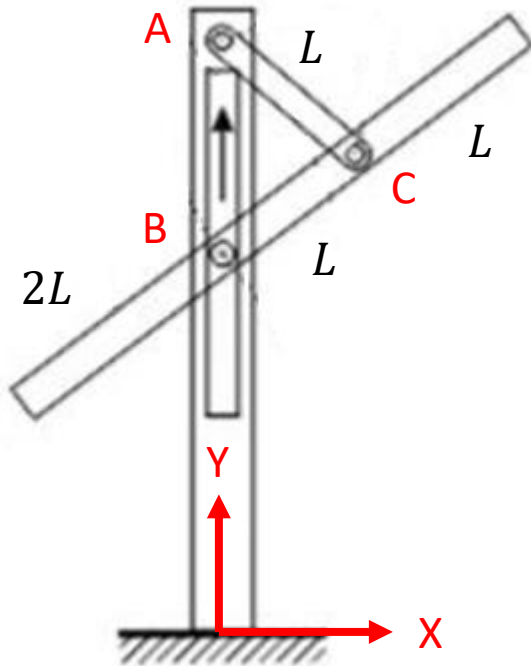
$$\sum \vec{F}_P = m_P \vec{a}_{CG} \Rightarrow \vec{N} - \vec{C} - \vec{P}_P = m_P \vec{a}_{CG} \Rightarrow \begin{cases} N - C_x = m_P a_{Bx} & (4) \\ F - C_y - m_P g = m_P a_{By} & (5) \end{cases}$$

Considere:

- Ponto B é o CG do portão
- Barra AC tem inércia desprezível em relação ao portão

$$\sum \vec{M}_B = I_B \vec{\alpha}_P \Rightarrow -C_x L \cos \beta + C_y L \sin \beta = I_B \ddot{\beta} \quad (6)$$

# Método de Newton-Euler



## Considere:

- Ponto B é o CG do portão
- Barra AC tem inércia desprezível em relação ao portão

## 3) Resolver o sistema de equações

a) Das equações (1) e (2):

$$\begin{aligned} A_x &= -C_x \\ A_y &= -C_y \end{aligned}$$

b) Na equação (4),  $a_{Bx} = 0$ . Portanto:

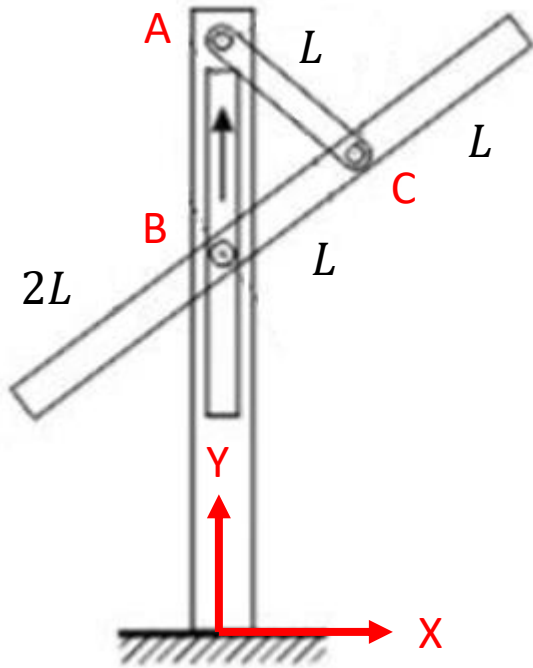
$$N = C_x$$

c) Das equações (3), (5) e (6):

$$\begin{cases} C_x \cos \alpha + C_y \sin \alpha = 0 \\ F - C_y = m_P (a_{By} + g) \\ -C_x \cos \beta + C_y \sin \beta = \frac{I_B}{L} \ddot{\beta} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\cos \beta & \sin \beta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F \\ C_x \\ C_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_P (a_{By} + g) \\ 0 \\ \frac{I_B}{L} \ddot{\beta} \end{Bmatrix}$$

# Método de Newton-Euler



Ou seja:

$$\begin{Bmatrix} F \\ C_x \\ C_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\cos \beta & \sin \beta \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} m_P (a_{By} + g) \\ 0 \\ \frac{I_B}{L} \ddot{\beta} \end{Bmatrix}$$

É necessário saber deslocamentos e acelerações !!!



**ANÁLISE DE POSIÇÃO**  
**ANÁLISE DE ACELERAÇÃO**

Da ANÁLISE DE POSIÇÃO:

$$\alpha = \beta$$

$$\beta = \cos^{-1} \left( 2 - \frac{y_B}{2L} \right)$$

Da ANÁLISE DE VELOCIDADE:

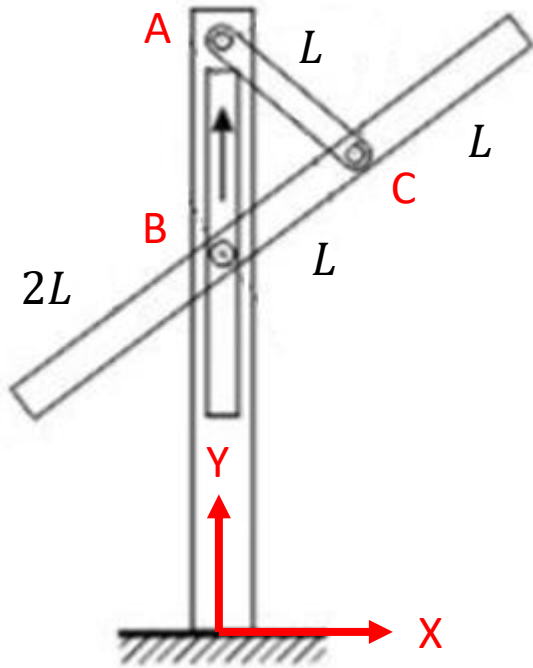
$$\dot{\beta} = \frac{v_{By}}{2L \sin \beta}$$

Da ANÁLISE DE ACELERAÇÃO:

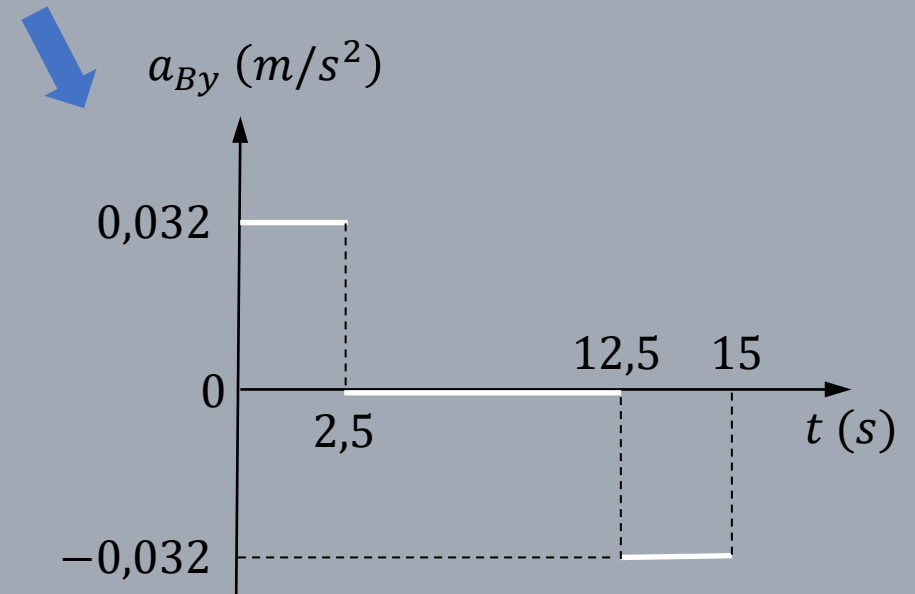
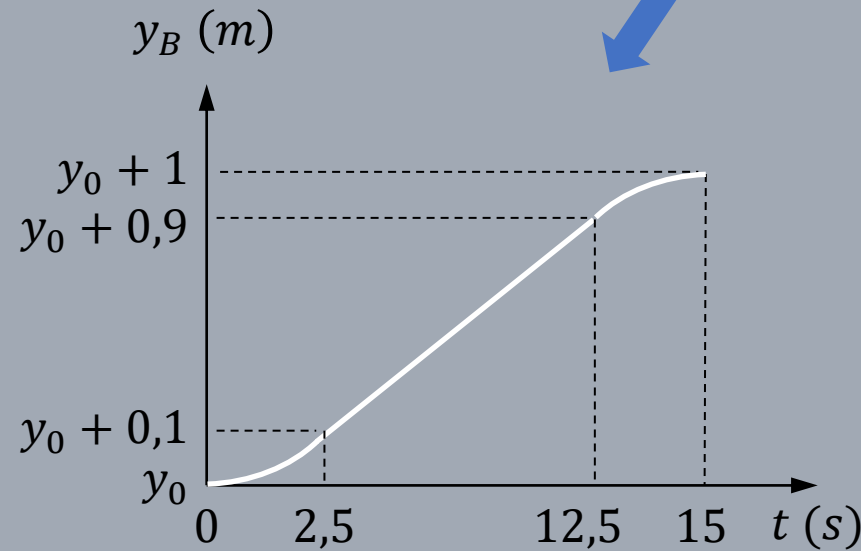
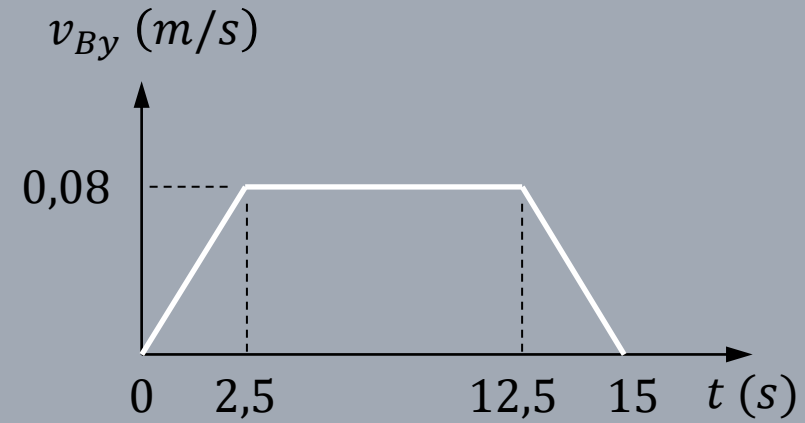
$$\ddot{\beta} = \frac{a_{By} - 2L \dot{\beta}^2 \cos \beta}{2L \sin \beta}$$



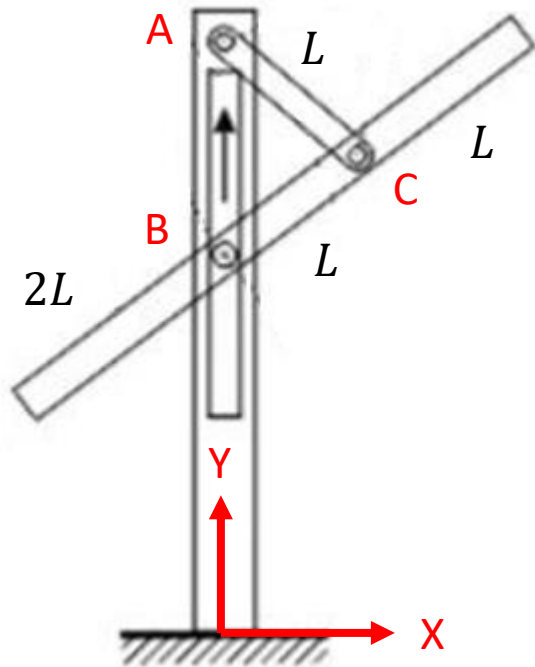
# Método de Newton-Euler



Observe que:



# Método de Newton-Euler

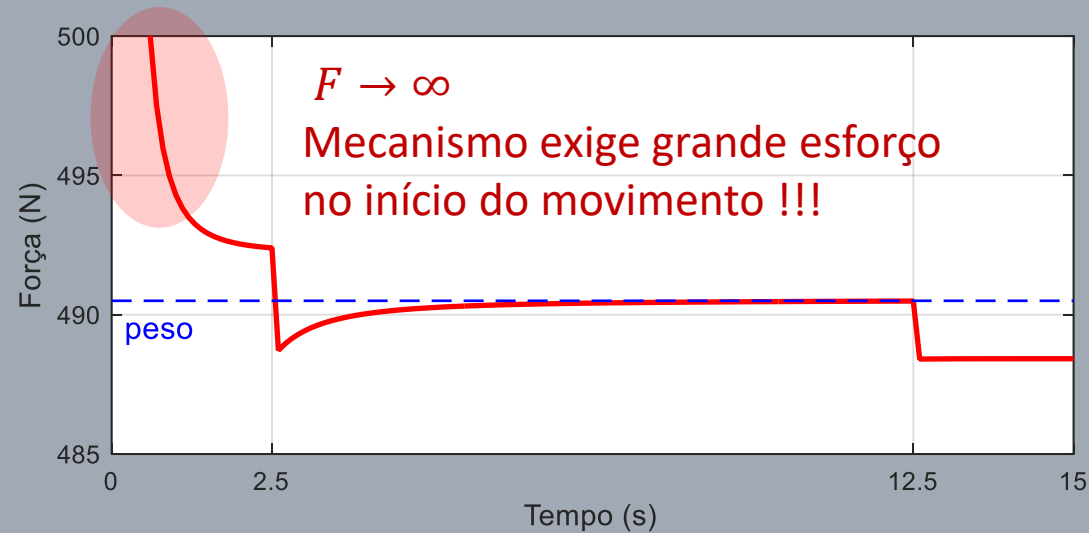


$$L = 0,5 \text{ m}$$

$$m_P = 50 \text{ kg}$$

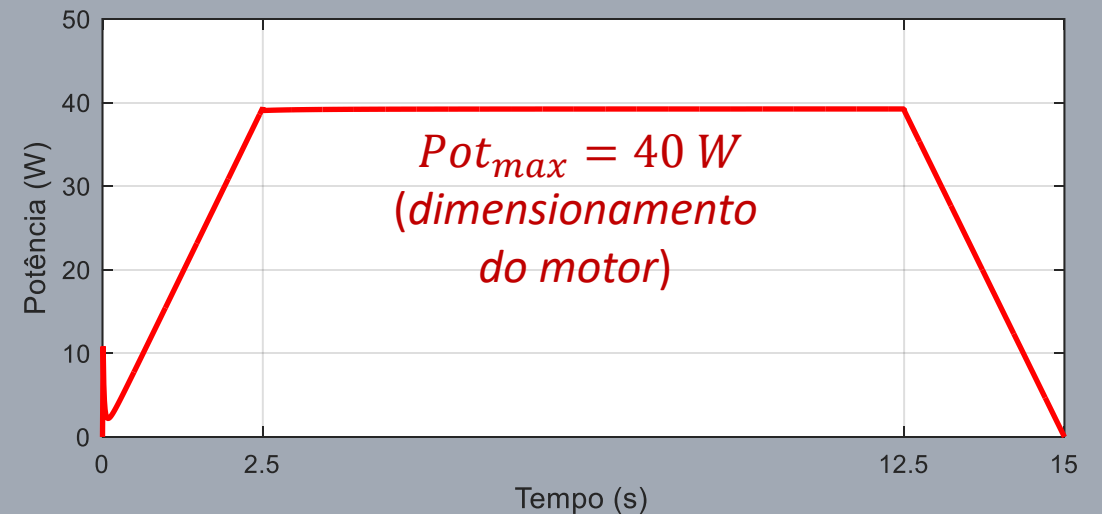
$$I_B = 15 \text{ kg.m}^2$$

Colocando as equações no Matlab/Octave:

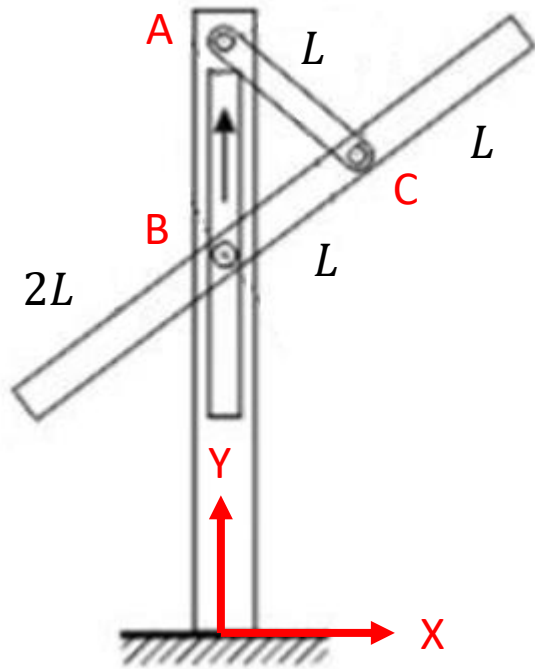


A potência é dada por:

$$Pot = F \cdot v_{By}$$



# Método de Newton-Euler



$$L = 0,5 \text{ m}$$

$$m_P = 50 \text{ kg}$$

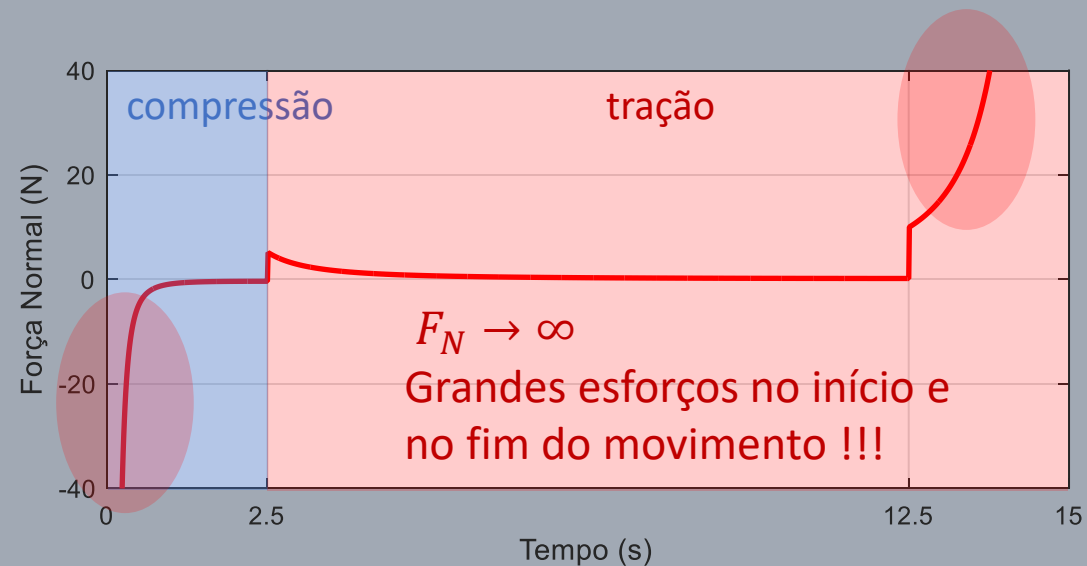
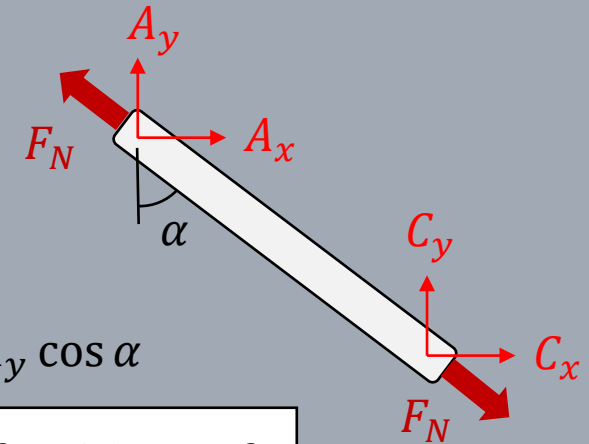
$$I_B = 15 \text{ kg.m}^2$$

Tomando a Barra AC:

Força normal:

$$F_N = C_x \sin \alpha - C_y \cos \alpha - A_x \sin \alpha + A_y \cos \alpha$$

$$\Rightarrow F_N = 2C_x \sin \beta - 2C_y \cos \beta$$



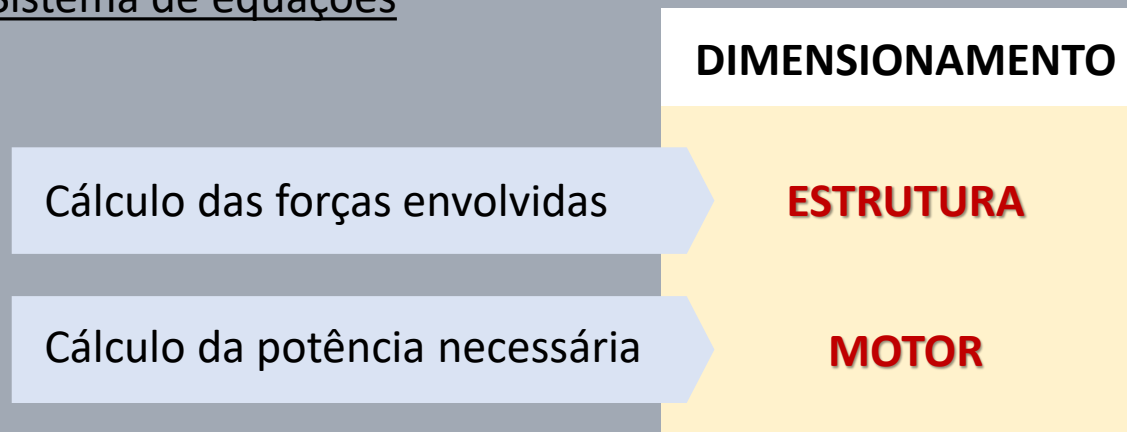
# Método de Newton-Euler

- 1) Fazer o Diagrama de Corpo Livre (DCL) de cada componente do mecanismo
- 2) Aplicar as equações de Newton e de Euler

$$\sum \vec{F}_i = m_i \vec{a}_{CG}$$
$$\sum \vec{M}_O = I_O \vec{\alpha}$$

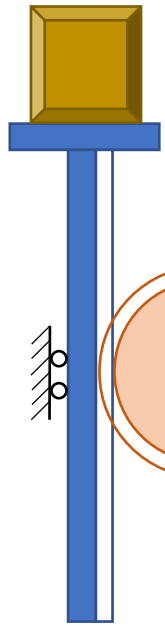
É necessário fazer a **ANÁLISE DE ACELERAÇÃO** do mecanismo!!!

- 3) Resolver o Sistema de equações



# Tarefa

$$m_4 = 20 \text{ kg}$$



$$R_2 = 0,125 \text{ m}$$

$$I_2 = 0,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$m_2 = 7 \text{ kg}$$

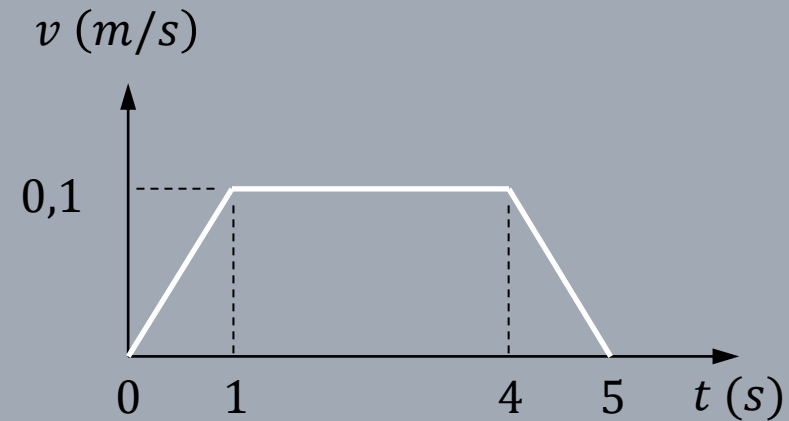
$$R_1 = 0,02 \text{ m}$$

$$I_2 = 0,05 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$m_2 = 3 \text{ kg}$$

$$m_3 = 5 \text{ kg}$$

Determine os **esforços envolvidos** e a **potência necessária** para elevar a carga de acordo com o perfil de velocidade:



Dúvidas ???

**Utilize o FÓRUM no eDisciplinas !**  
[edisciplinas.usp.br](http://edisciplinas.usp.br)

