Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Engenharia Mecânica

SEM 104 - Mecanismos

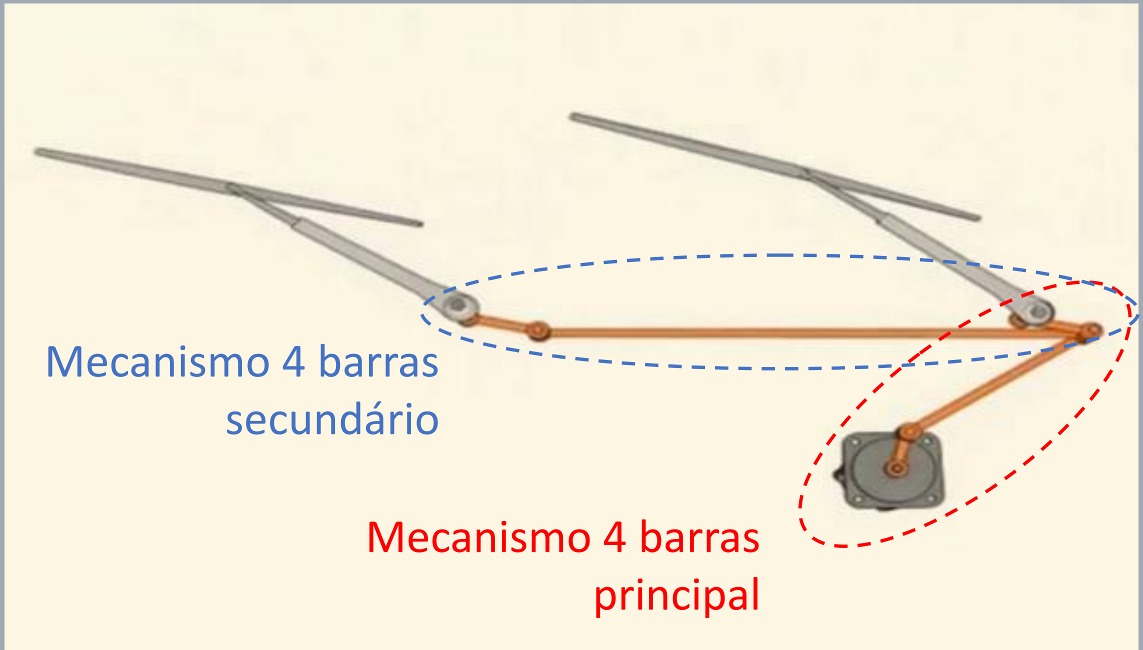
Prof. Rodrigo Nicoletti

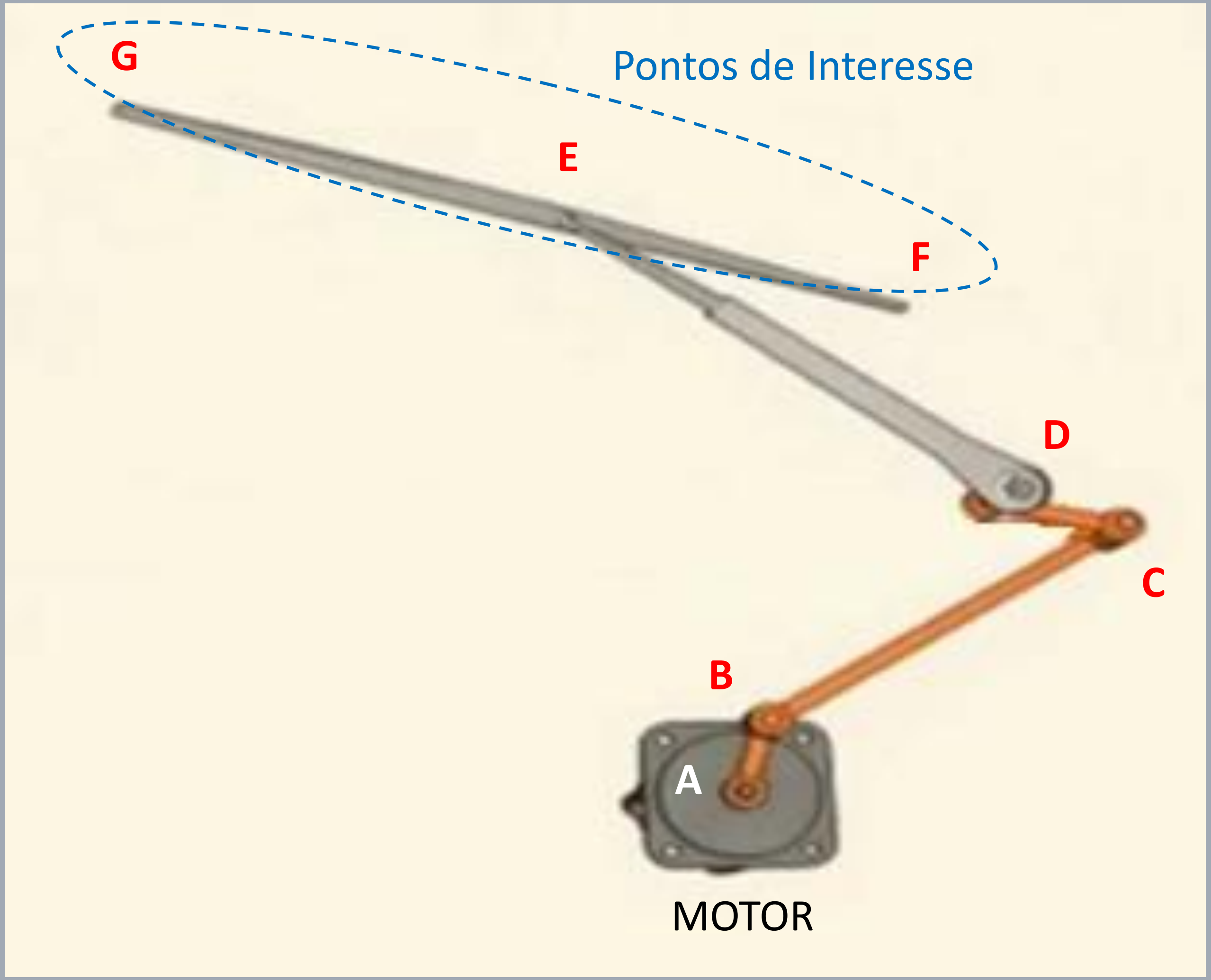
AULA 6 – Ponto de Interesse e Análise de Velocidade

Mecanismo de 4 Barras

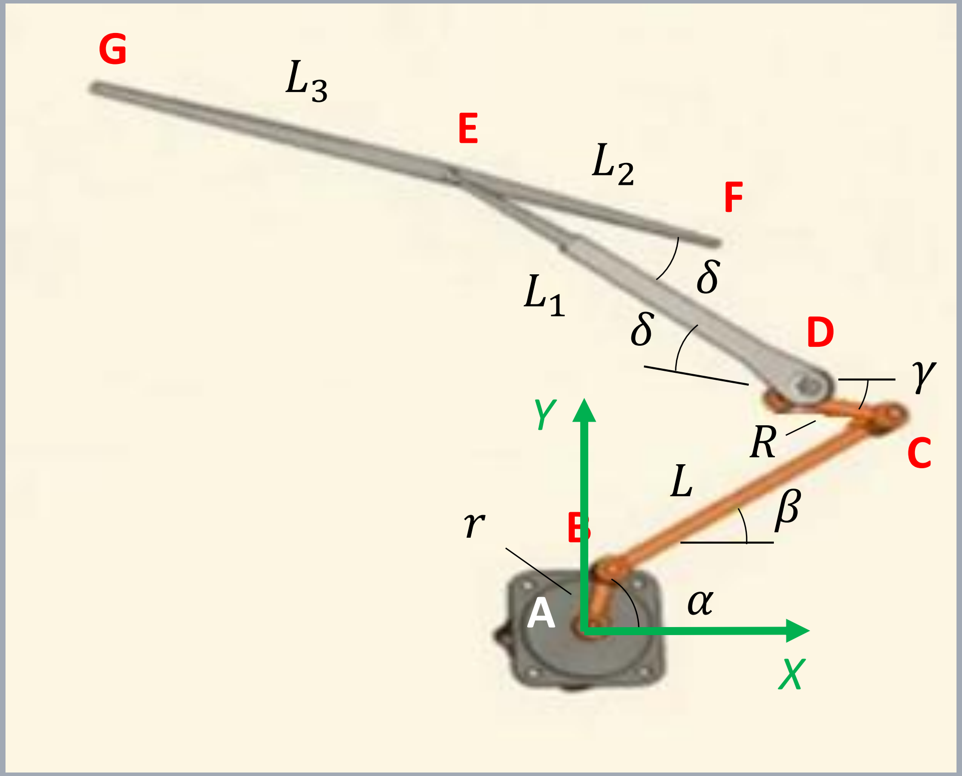
Análise de Ponto de Interesse

Análise de Ponto de Interesse





Análise de Ponto de Interesse



1) Faça a análise de posição do mecanismo

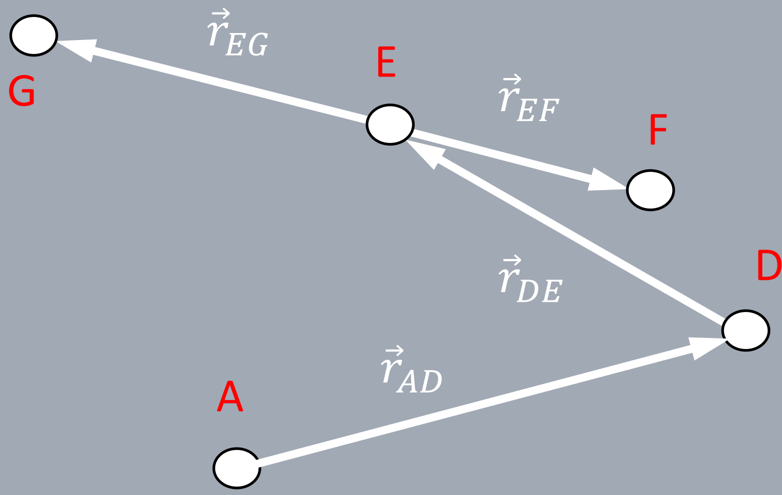
Aplicando a metodologia da aula passada, você encontrará:

$$\beta = \beta(\alpha)$$
$$\gamma = \gamma(\alpha)$$

2) Identifique os pontos de interesse

3) Identifique comprimentos e ângulos

4) Adote vetores para representar as barras



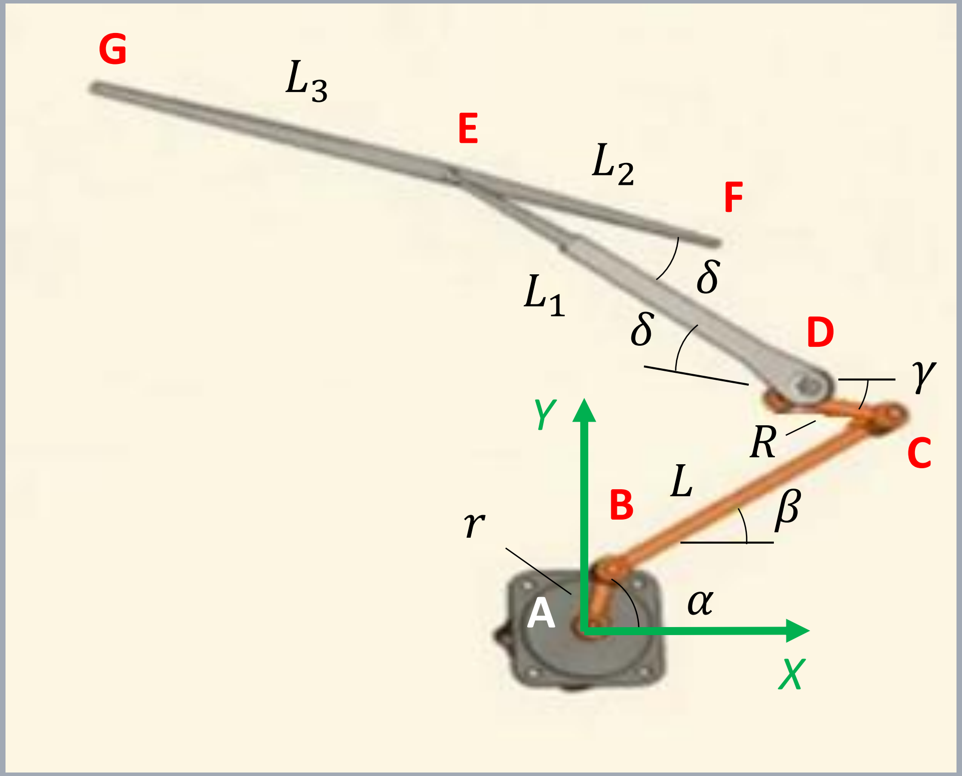
Portanto:

$$\vec{r}_F = \vec{r}_{AD} + \vec{r}_{DE} + \vec{r}_{EF}$$

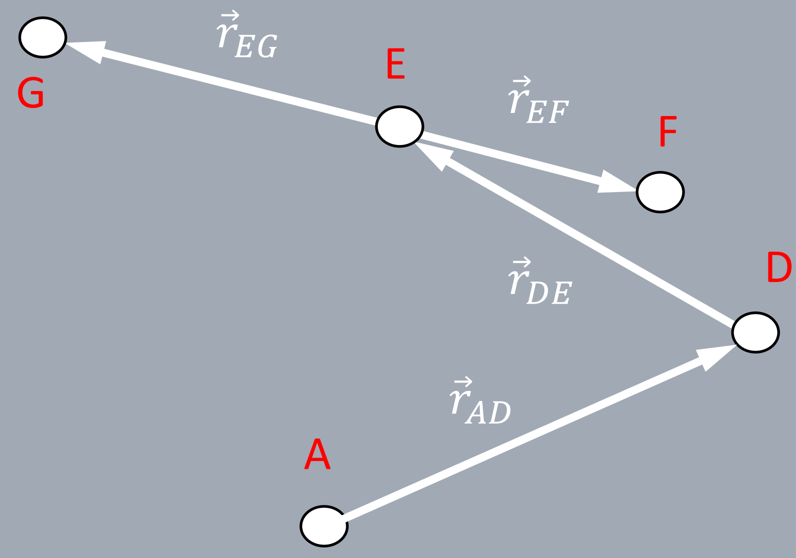
$$\vec{r}_G = \vec{r}_{AD} + \vec{r}_{DE} + \vec{r}_{EG}$$

Posições dos Pontos de Interesse

Análise de Ponto de Interesse

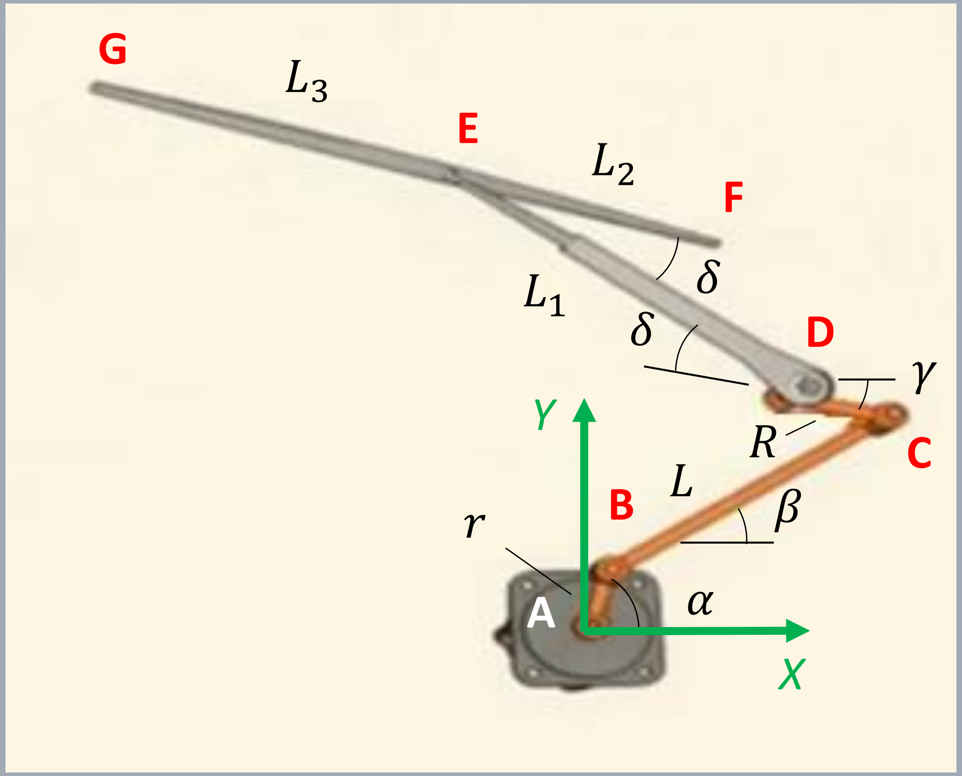


5) *Encontre os vetores no sistema de coordenadas adotado*



$$\vec{r}_{AD} = \begin{Bmatrix} x_D \\ y_D \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad \vec{r}_{DE} = \begin{Bmatrix} -L_1 \cos(\gamma + \delta) \\ L_1 \sin(\gamma + \delta) \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad \vec{r}_{EF} = \begin{Bmatrix} L_2 \cos\gamma \\ -L_2 \sin\gamma \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad \vec{r}_{EG} = \begin{Bmatrix} -L_3 \cos\gamma \\ L_3 \sin\gamma \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Análise de Ponto de Interesse



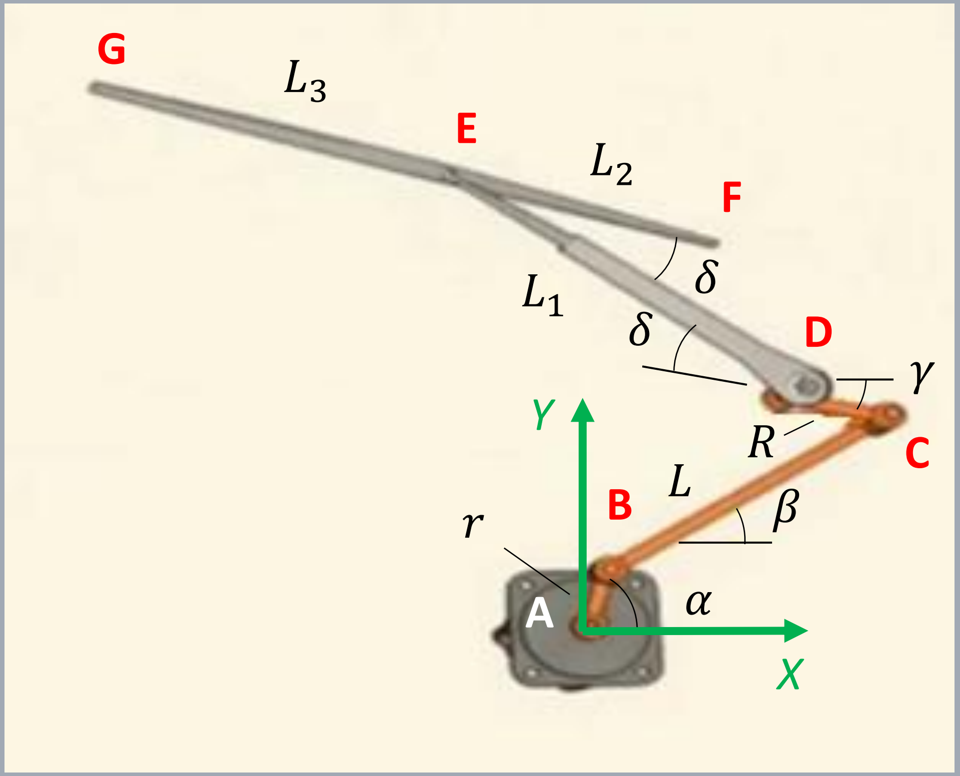
6) *Substitua os vetores nas equações de posição dos Pontos de Interesse*

$$\vec{r}_F = \vec{r}_{AD} + \vec{r}_{DE} + \vec{r}_{EF} \Rightarrow \begin{cases} x_F = x_D - L_1\cos(\gamma+\delta) + L_2\cos\gamma \\ y_F = y_D + L_1\sin(\gamma+\delta) - L_2\sin\gamma \end{cases}$$

$$\vec{r}_G = \vec{r}_{AD} + \vec{r}_{DE} + \vec{r}_{EG} \Rightarrow \begin{cases} x_G = x_D - L_1\cos(\gamma+\delta) - L_3\cos\gamma \\ y_G = y_D + L_1\sin(\gamma+\delta) + L_3\sin\gamma \end{cases}$$

Posições dos Pontos de Interesse

Análise de Ponto de Interesse

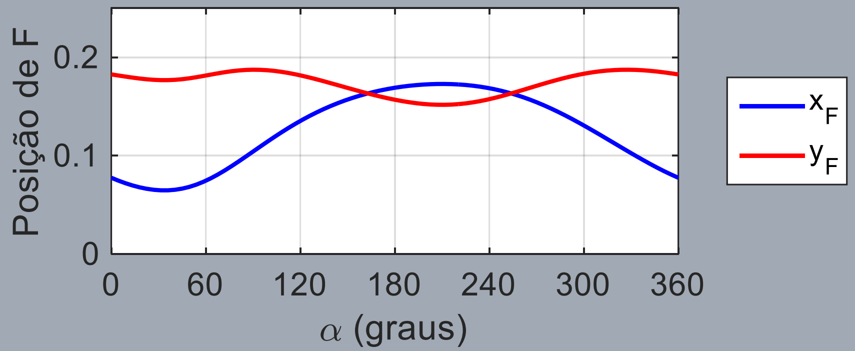


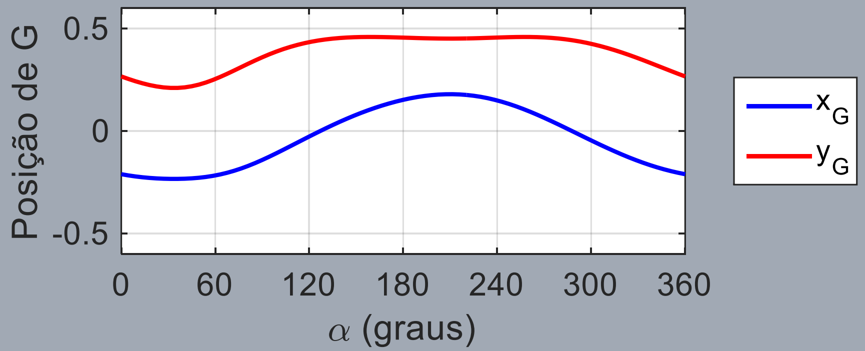
Tomemos os parâmetros:

$r = 30\ mm$ $\quad x_D = 105\ mm$ $\quad L_1 = 195\ mm$

$L = 150\ mm$ $\quad y_D = 105\ mm$ $\quad L_2 = 135\ mm$

$R = 45\ mm$ $\quad \delta = 20^o$ $\quad L_3 = 165\ mm$

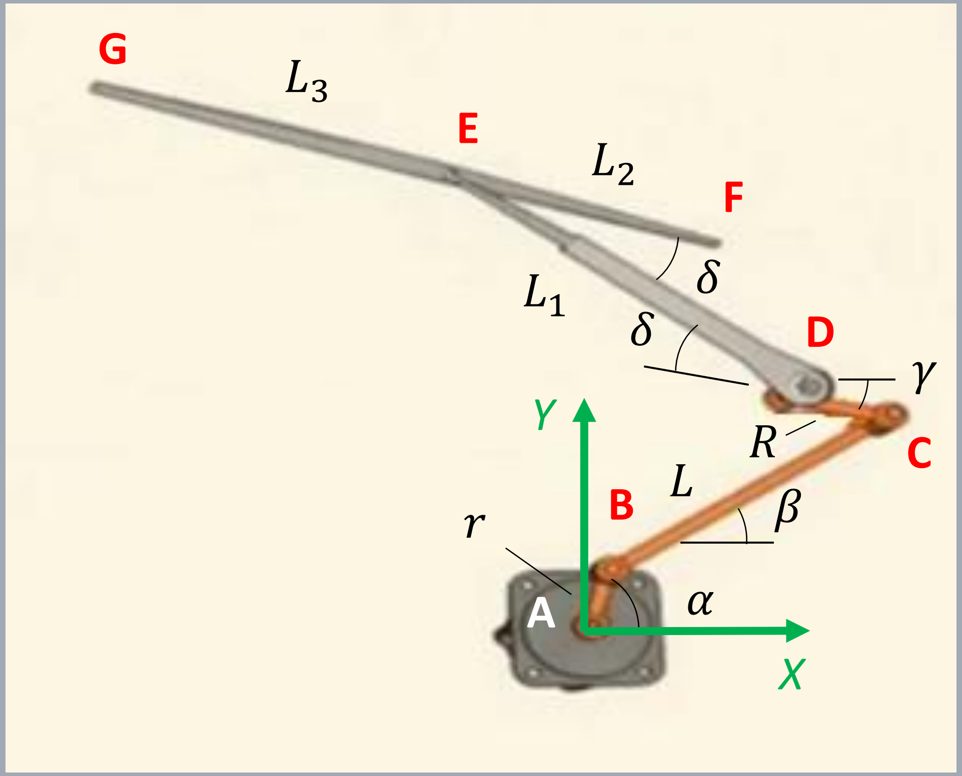


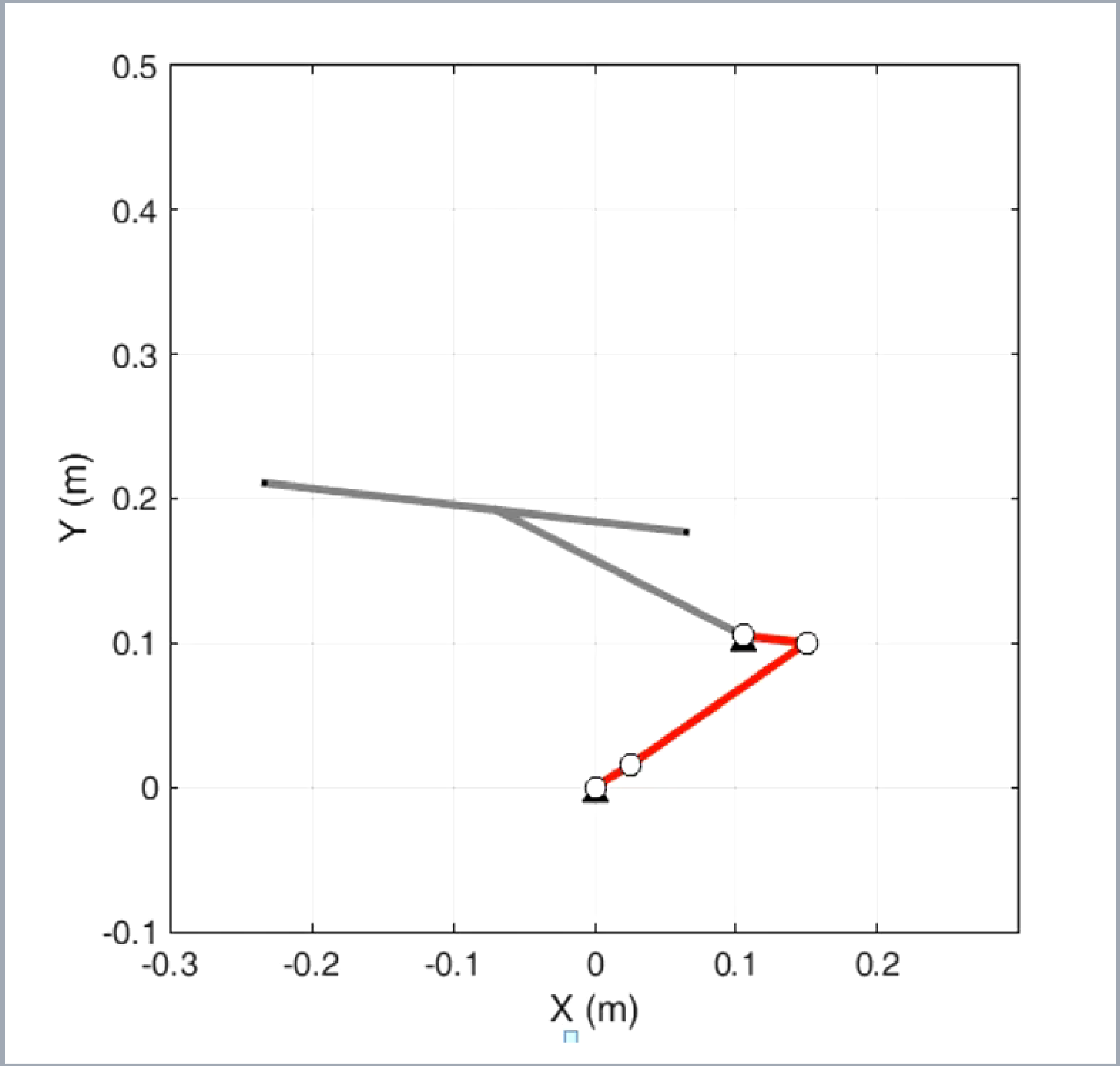


$$\begin{cases} x_F = x_D - L_1 \cos(\gamma + \delta) + L_2 \cos\gamma \\ y_F = y_D + L_1 \sin(\gamma + \delta) - L_2 \sin\gamma \end{cases}$$

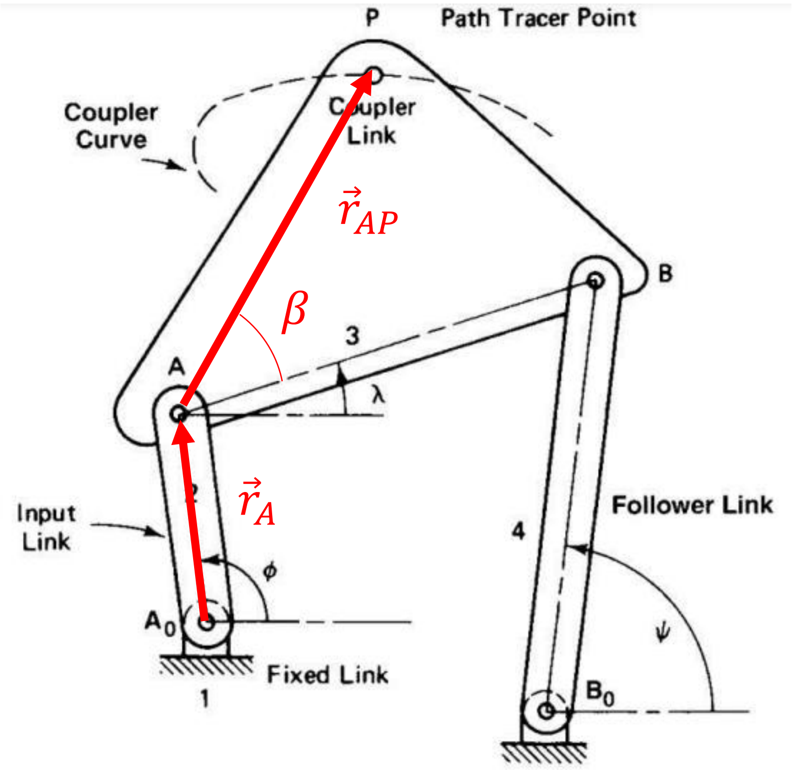
$$\begin{cases} x_G = x_D - L_1 \cos(\gamma + \delta) - L_3 \cos\gamma \\ y_G = y_D + L_1 \sin(\gamma + \delta) + L_3 \sin\gamma \end{cases}$$

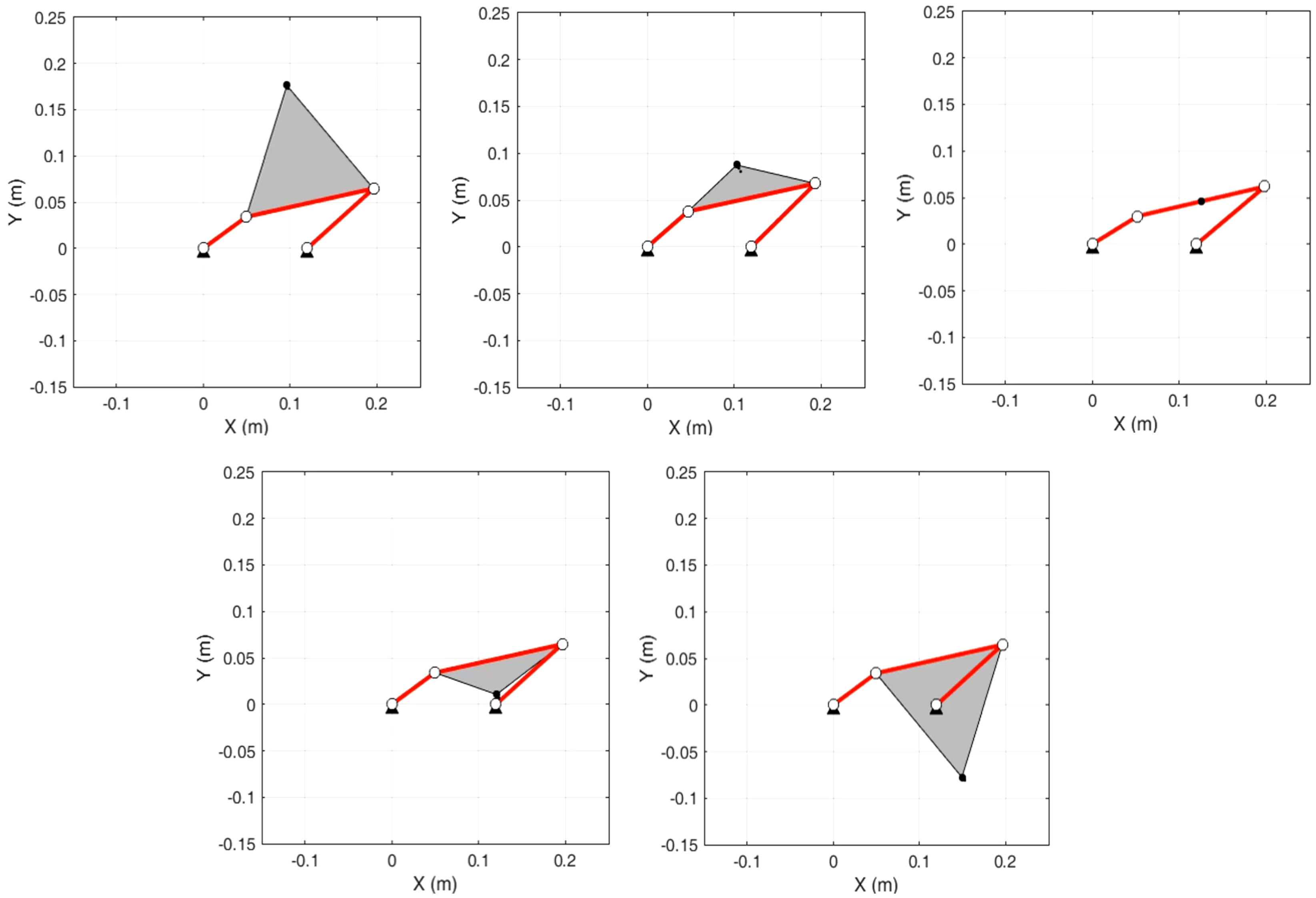
Análise de Ponto de Interesse





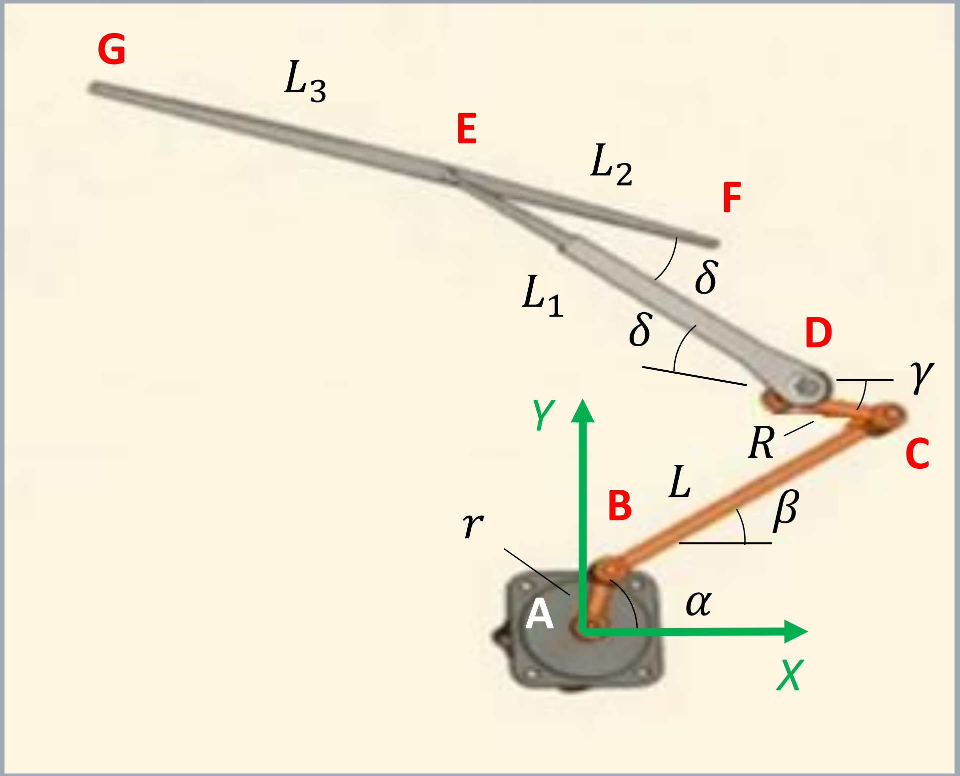
Análise de Ponto de Interesse





Análise de Velocidade

Análise de Velocidade



Vamos determinar a velocidade de G.

Sabemos que:

$$\begin{cases} x_G = x_D - L_1 \cos(\gamma + \delta) - L_3 \cos \gamma \\ y_G = y_D + L_1 \sin(\gamma + \delta) + L_3 \sin \gamma \end{cases}$$

Se derivarmos no tempo esta expressão, teremos a velocidade de G:

$$\frac{d}{dt} \begin{cases} x_G = x_D - L_1 \cos(\gamma + \delta) - L_3 \cos \gamma \\ y_G = y_D + L_1 \sin(\gamma + \delta) + L_3 \sin \gamma \end{cases} \Rightarrow$$

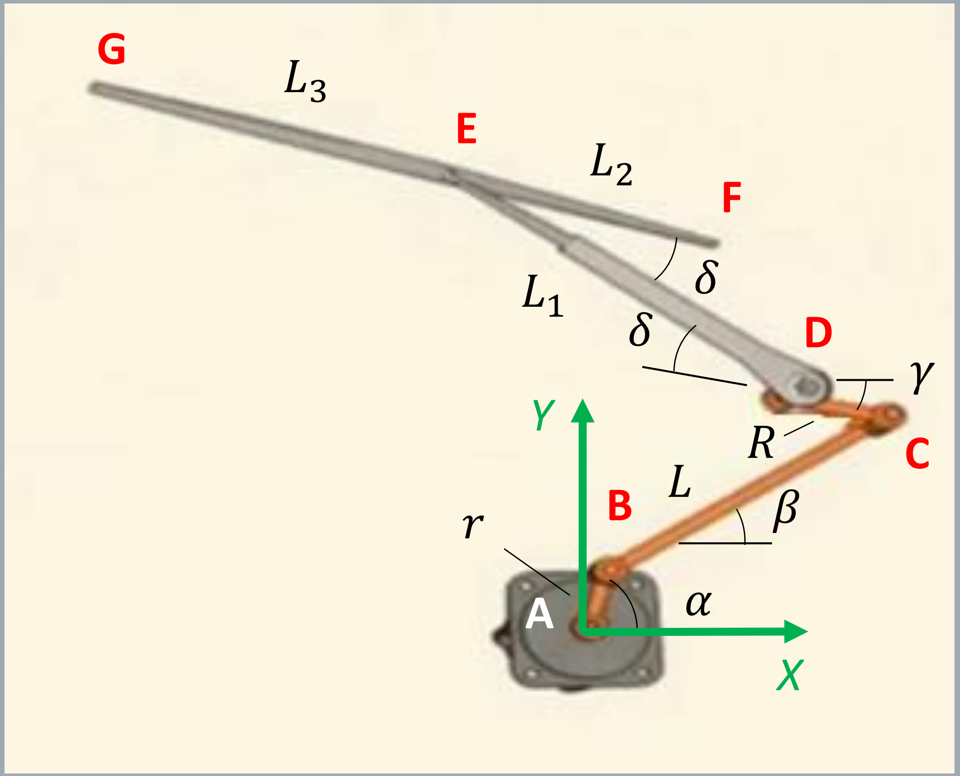
$$\begin{cases} v_{x,G} = L_1 \dot{\gamma} \sin(\gamma + \delta) + L_3 \dot{\gamma} \sin \gamma \\ v_{y,G} = L_1 \dot{\gamma} \cos(\gamma + \delta) + L_3 \dot{\gamma} \cos \gamma \end{cases}$$

Velocidade de G

É NECESSÁRIO FAZER A ANÁLISE DE VELOCIDADE DO MECANISMO DE 4 BARRAS !!!

Observe que a velocidade do ponto de interesse depende da velocidade angular $\dot{\gamma}$!!!

Análise de Velocidade



Para fazer a **Análise de Velocidade do mecanismo de 4 barras**, basta seguir a metodologia descrita para o mecanismo de 3 barras:

1) *Encontre as equações de posição do mecanismo usando vetores conectando as juntas*

$$\begin{cases} r\cos\alpha + L\cos\beta - R\cos\gamma - x_D = 0 \\ r\sin\alpha + L\sin\beta + R\sin\gamma - y_D = 0 \end{cases}$$

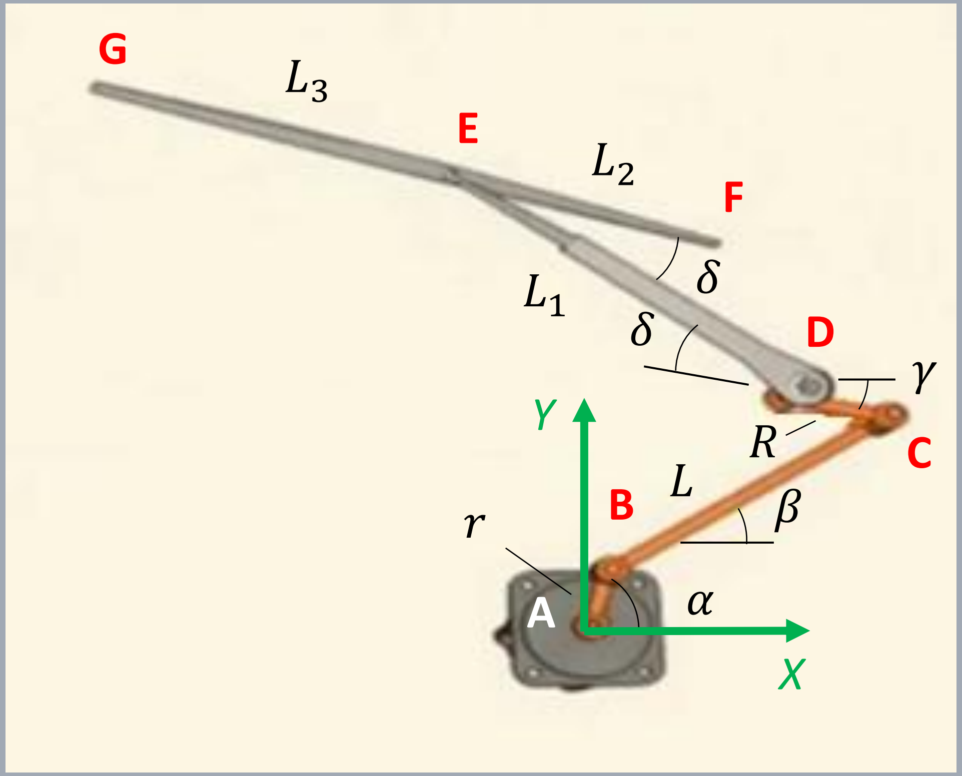
Equação de Posição

2) *Derive no tempo a equação de posição do mecanismo*

$$\frac{d}{dt}\begin{cases} r\cos\alpha + L\cos\beta - R\cos\gamma - x_D = 0 \\ r\sin\alpha + L\sin\beta + R\sin\gamma - y_D = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -r\dot{\alpha}\sin\alpha - L\dot{\beta}\sin\beta + R\dot{\gamma}\sin\gamma = 0 \\ r\dot{\alpha}\cos\alpha + L\dot{\beta}\cos\beta + R\dot{\gamma}\cos\gamma = 0 \end{cases}$$

Equação de Velocidade

Análise de Velocidade



Com a Equação de Velocidade, é possível encontrar as velocidades angulares do mecanismo em função da velocidade de entrada $\dot{\alpha}$:

$$\begin{cases} -r\dot{\alpha}\sin\alpha - L\dot{\beta}\sin\beta + R\dot{\gamma}\sin\gamma = 0 & (1) \\ r\dot{\alpha}\cos\alpha + L\dot{\beta}\cos\beta + R\dot{\gamma}\cos\gamma = 0 & (2) \end{cases}$$

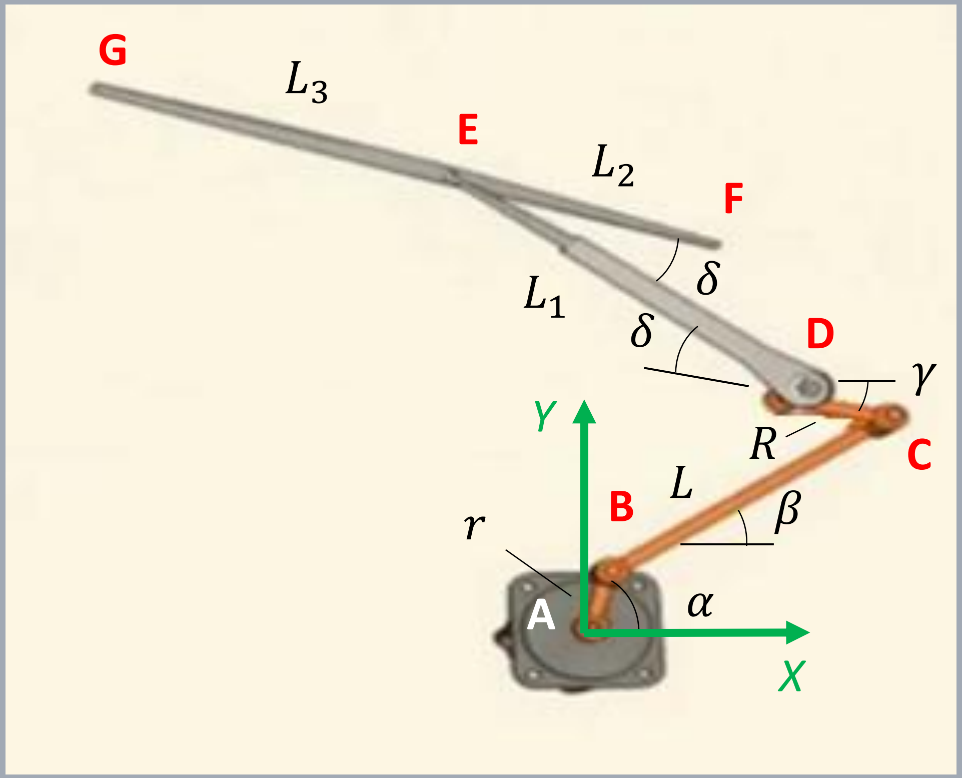
De (1):

$$\dot{\beta} = \frac{R\dot{\gamma}\sin\gamma - r\dot{\alpha}\sin\alpha}{L\sin\beta}$$

Substituindo em (2):

$$\dot{\gamma} = \frac{-r\dot{\alpha}\sin(\beta - \alpha)}{R\sin(\gamma + \beta)}$$

Análise de Velocidade

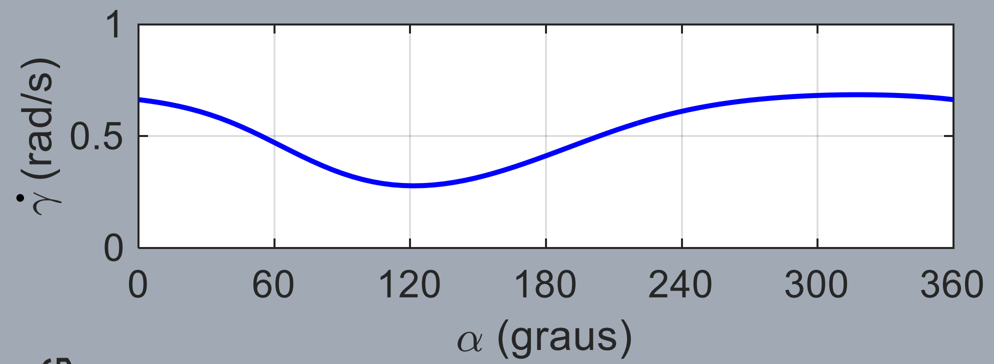


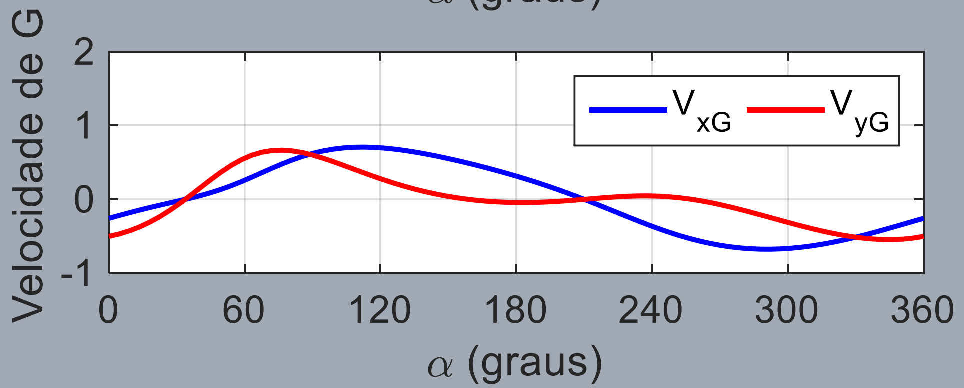
Considerando-se: $\dot{\alpha} = 30\ rpm$

$r = 30\ mm$ $x_D = 105\ mm$ $L_1 = 195\ mm$

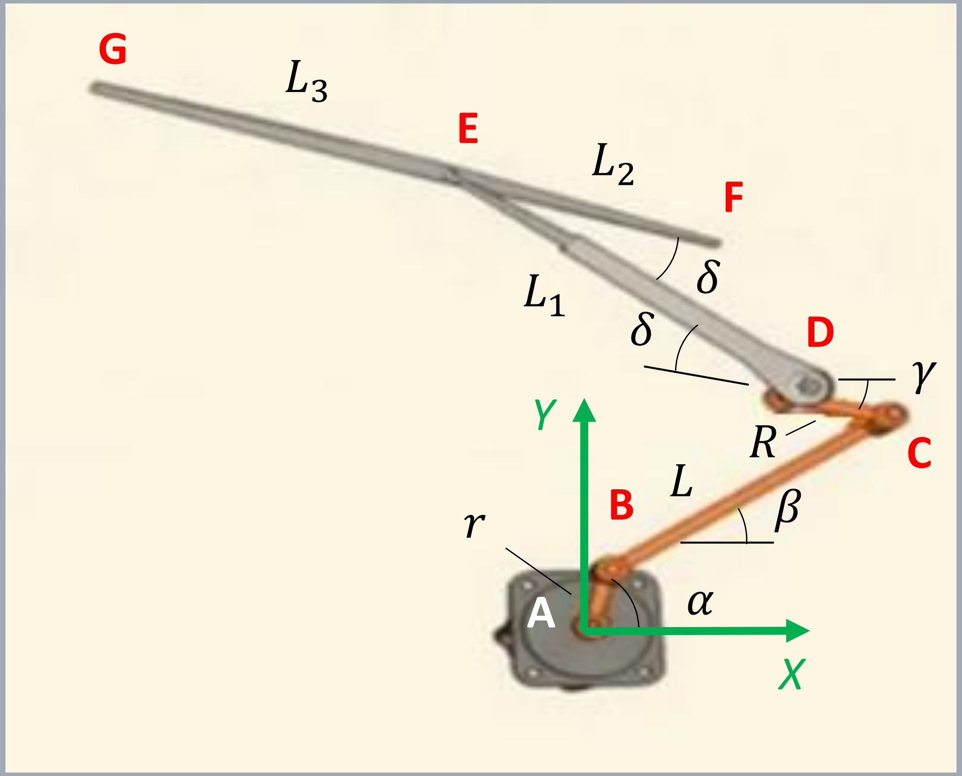
$L = 150\ mm$ $y_D = 105\ mm$ $L_2 = 135\ mm$

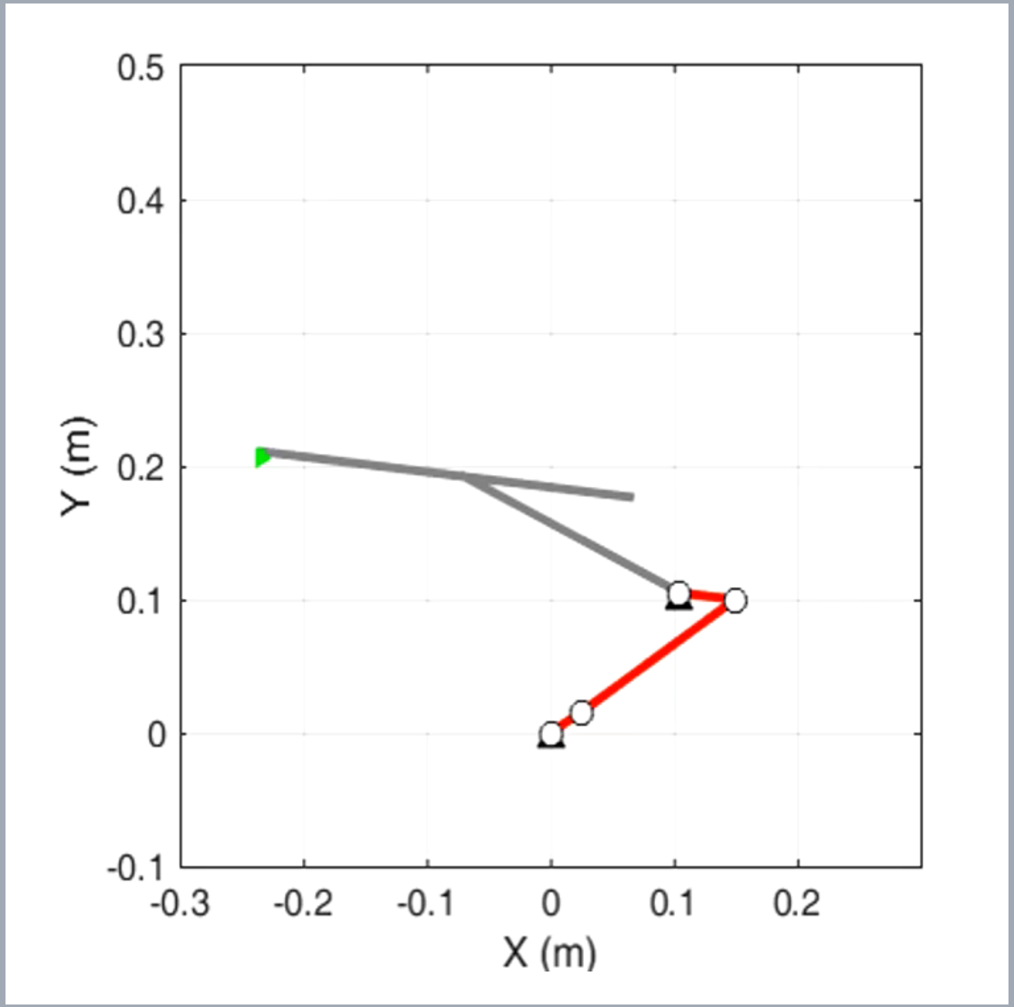
$R = 45\ mm$ $\delta = 20^o$ $L_3 = 165\ mm$



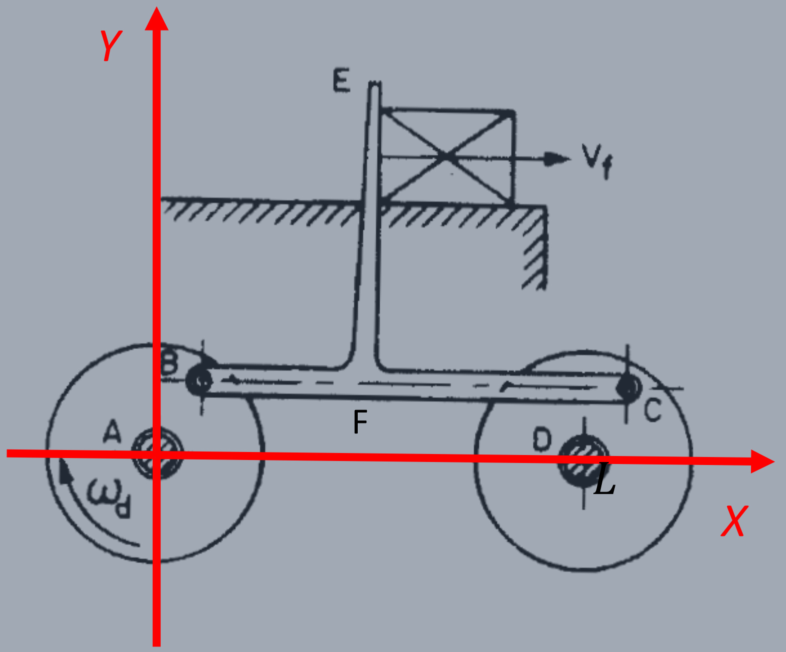


Análise de Velocidade





Tarefa



Utilize o Matlab/Octave para obter as curvas:

- Posição do ponto E X ângulo de entrada do disco AB
- Velocidade do ponto E X ângulo de entrada do disco AB

Considere:

$R_{AB} = 100\ mm$ $\quad L_{BF} = 250\ mm$

$L_{BC} = 500\ mm$ $\quad L_{FE} = 300\ mm$

$L_{AD} = 500\ mm$

$R_{DC} = 120\ mm$ $\quad \omega_d = 10\ rad/s$

Dúvidas ???

Utilize o FÓRUM no eDisciplinas !

edisciplinas.usp.br