Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Engenharia Mecânica

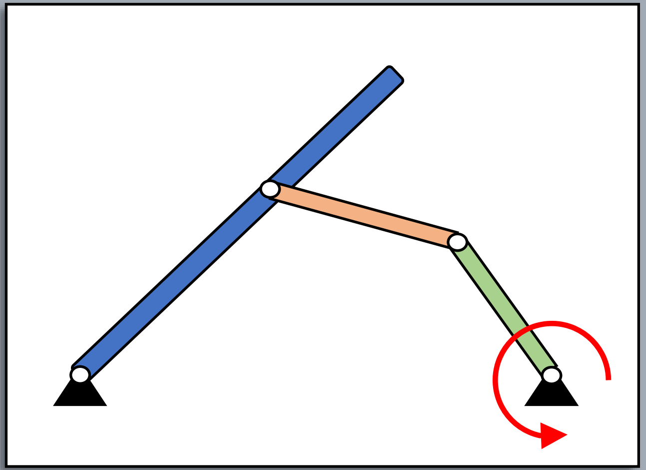
SEM 104 - Mecanismos

Prof. Rodrigo Nicoletti

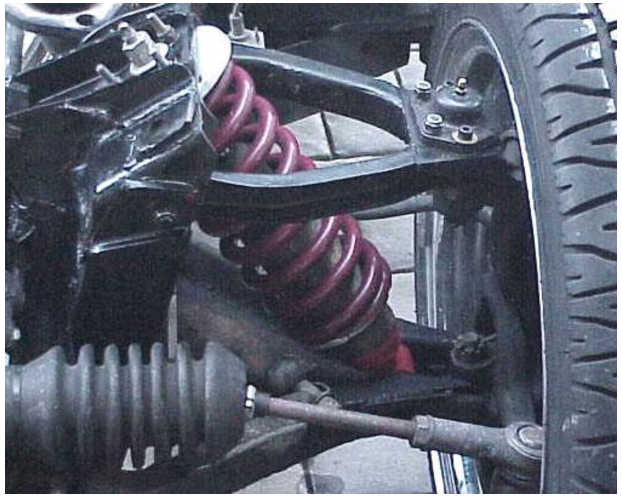
AULA 5 – Mecanismo de 4 Barras

Análise de Posição

Mecanismo de 4 Barras

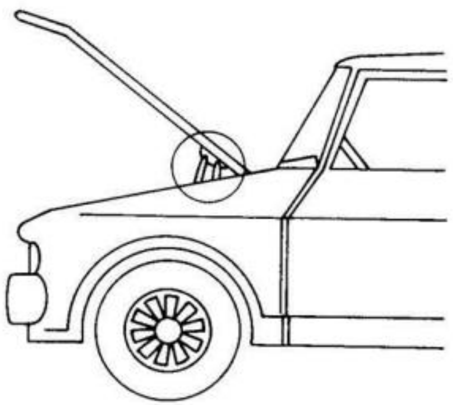


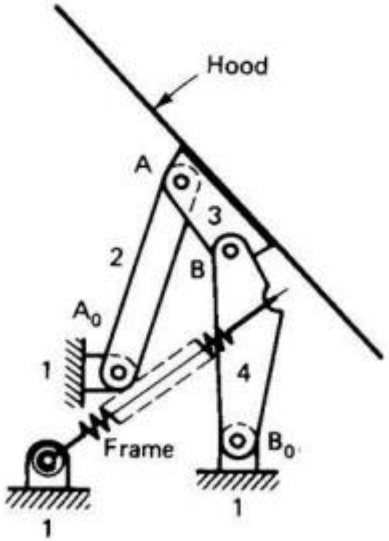
Entrada de Rotação (motor)

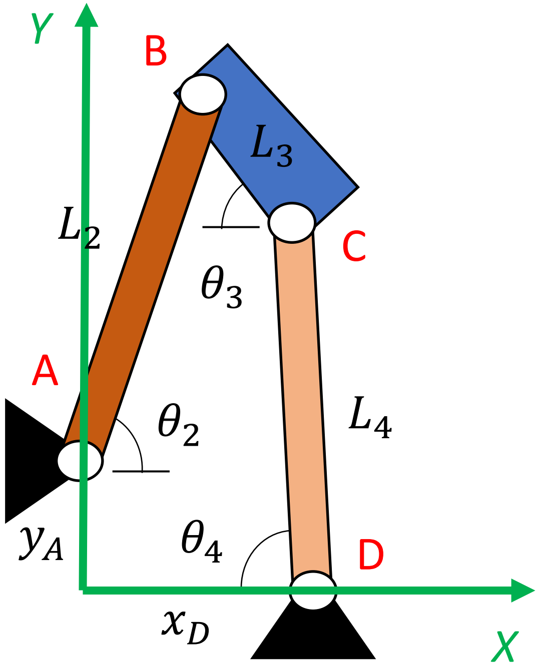


Análise de Posição

Análise de Posição





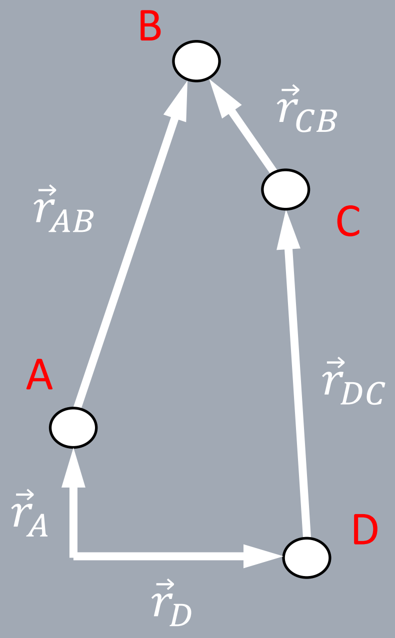


1) *Identifique as juntas*

2) *Adote um sistema de coordenadas*

3) *Identifique comprimentos e ângulos*

4) *Adote vetores para representar as barras*

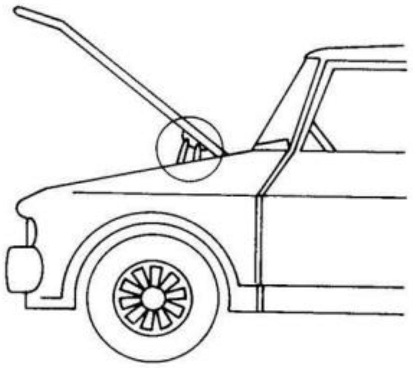


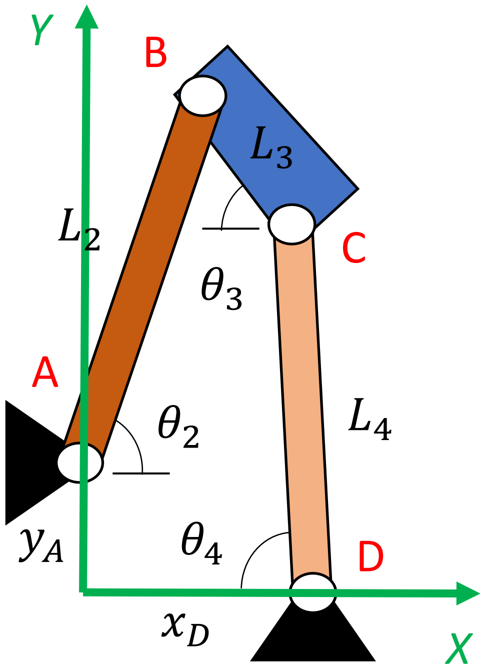
Repare que: $\sum \vec{r} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \quad \vec{r}_A + \vec{r}_{AB} - \vec{r}_{CB} - \vec{r}_{DC} - \vec{r}_D = \vec{0}$$

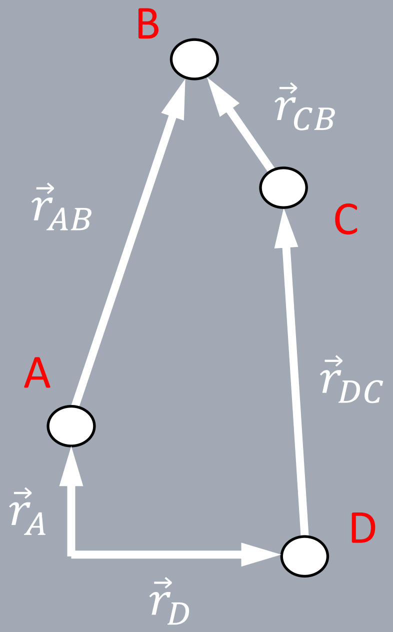
Equação Vetorial Fechada do Mecanismo

Análise de Posição





5) *Encontre os vetores no sistema de coordenadas adotado*



$$\vec{r}_A = \begin{Bmatrix} 0 \\ y_A \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad \vec{r}_{AB} = \begin{Bmatrix} L_2 \cos\theta_2 \\ L_2 \sin\theta_2 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad \vec{r}_{CB} = \begin{Bmatrix} -L_3 \cos\theta_3 \\ L_3 \sin\theta_3 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

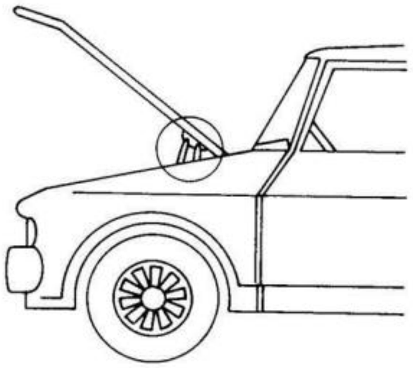
$$\vec{r}_{DC} = \begin{Bmatrix} -L_4 \cos\theta_4 \\ L_4 \sin\theta_4 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad \vec{r}_D = \begin{Bmatrix} x_D \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

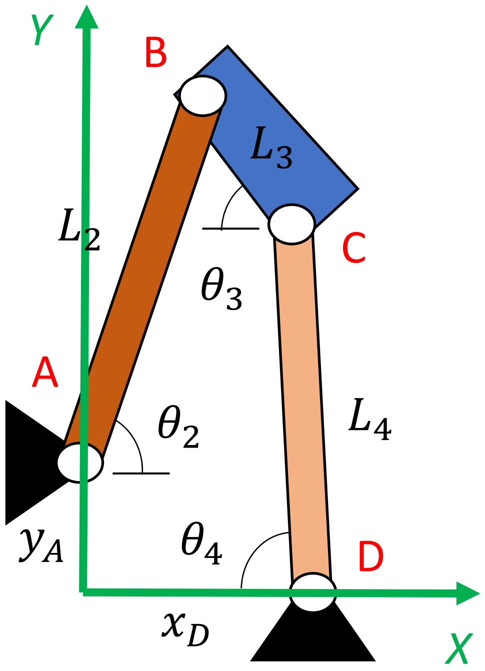
6) *Substitua os vetores na Equação Vetorial Fechada*

$$\vec{r}_A + \vec{r}_{AB} - \vec{r}_{CB} - \vec{r}_{DC} - \vec{r}_D = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} L_2 \cos\theta_2 + L_3 \cos\theta_3 + L_4 \cos\theta_4 - x_D = 0 \\ L_2 \sin\theta_2 - L_3 \sin\theta_3 - L_4 \sin\theta_4 + y_A = 0 \end{cases}$$

Equação de Posição do Mecanismo

Análise de Posição





A **análise de posição** do mecanismo é feita a partir das equações de posição:

$$\begin{cases} L_2 \cos\theta_2 + L_3 \cos\theta_3 + L_4 \cos\theta_4 - x_D = 0 & (1) \\ L_2 \sin\theta_2 - L_3 \sin\theta_3 - L_4 \sin\theta_4 + y_A = 0 & (2) \end{cases}$$

Observe que:

a) O ângulo de entrada é o ângulo θ_3

b) As incógnitas são os ângulos θ_2 e θ_4

c) As equações são não-lineares em relação a θ_2 e θ_4
($\boldsymbol{\theta_2}$ e $\boldsymbol{\theta_4}$ são argumentos de senos e cossenos !!!)

⬇

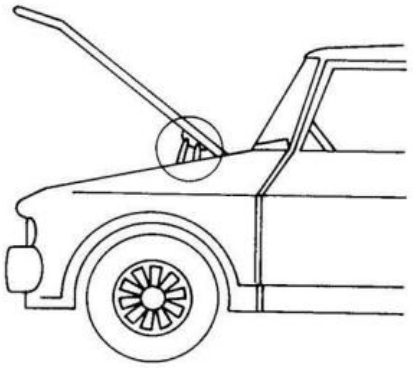
NÃO DÁ PRA ISOLAR $\boldsymbol{\theta_2}$ E $\boldsymbol{\theta_4}$!!!

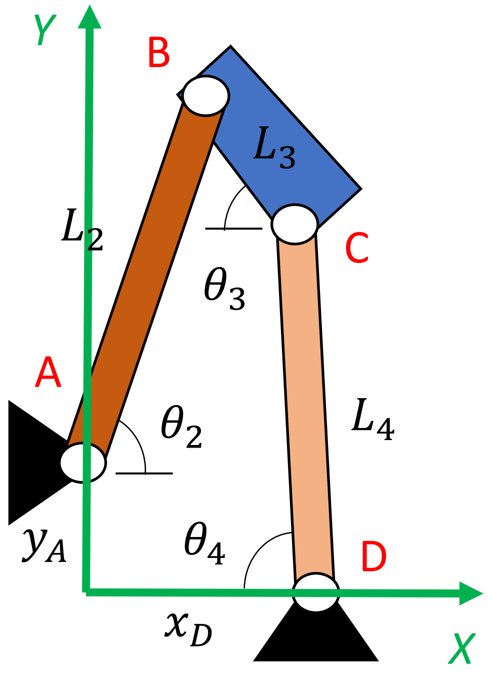
Como resolver?

MÉTODO NUMÉRICO: método de Newton-Raphson

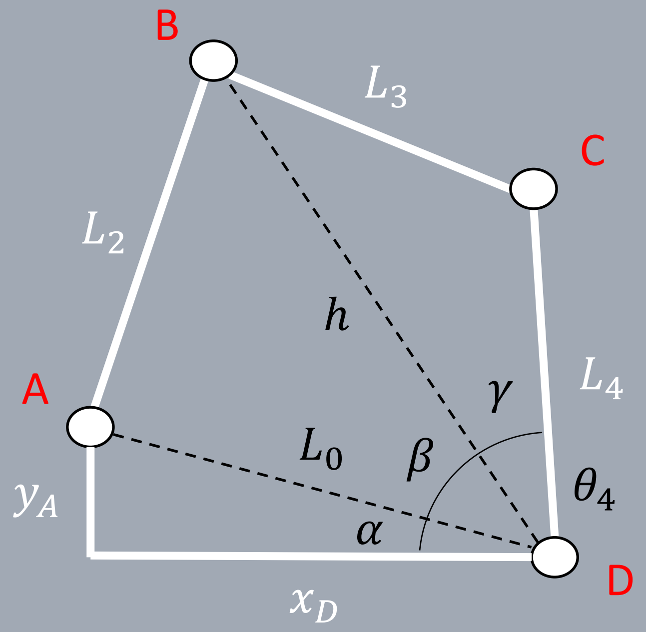
MÉTODO GEOMÉTRICO: lei dos cossenos

Análise de Posição – Método Geométrico





Tomemos o mecanismo:

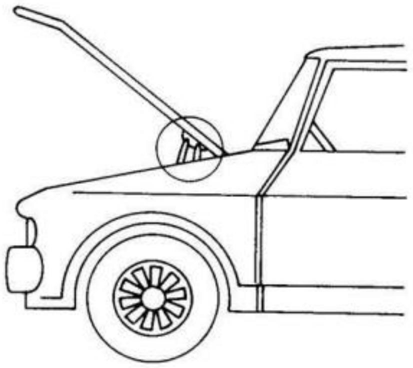


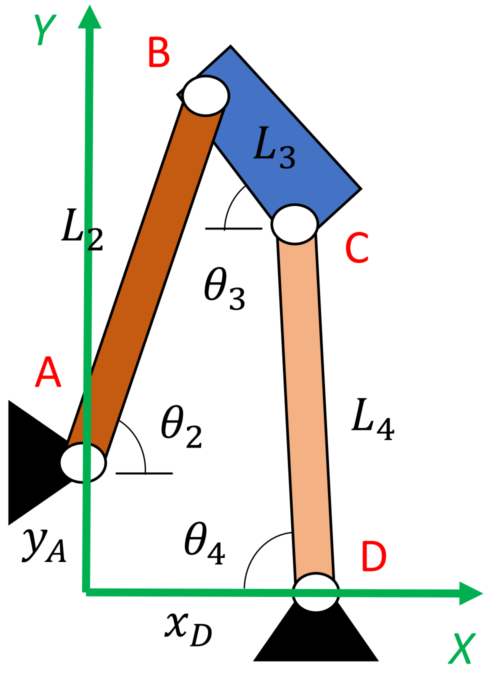
Definindo-se a diagonal L_0, tem-se: $$L_0 = \sqrt{x_D^2 + y_A^2}$$

Definindo-se a diagonal h, tem-se: $$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{y_A}{x_D}\right)$$

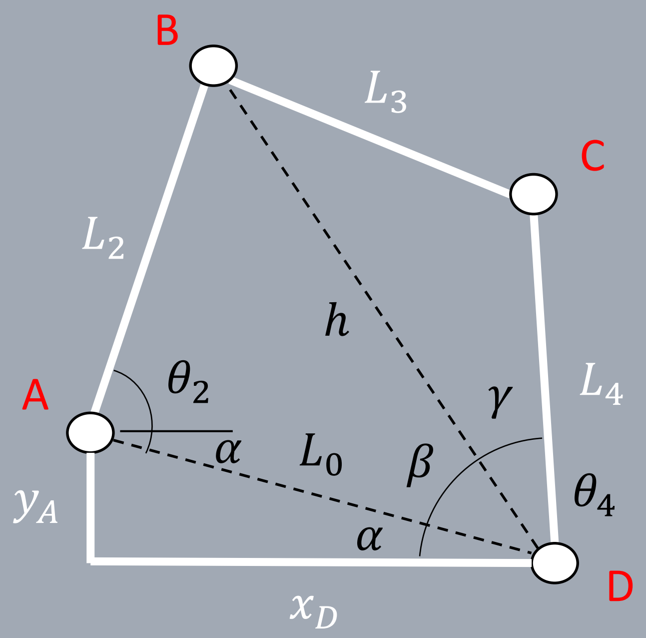
$$\boxed{\theta_4 = \alpha + \beta + \gamma}$$

Análise de Posição – Método Geométrico





Tomemos o mecanismo:



Observe que $\theta_2 + \alpha$ compõem o ângulo no vértice em A

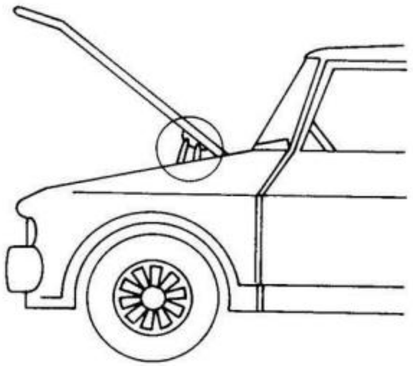
Então, pela lei dos cossenos:

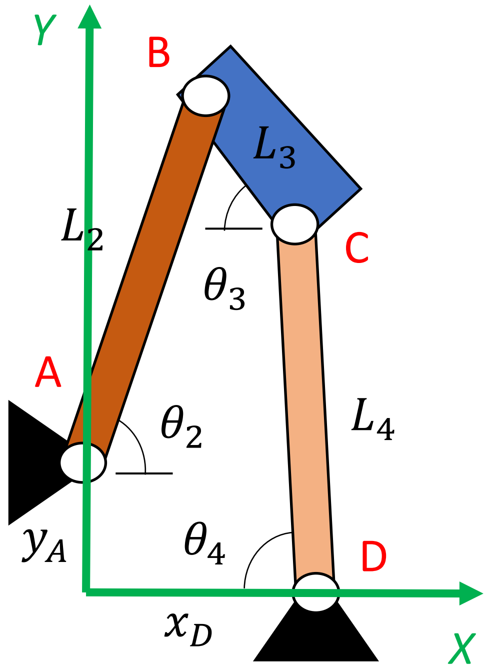
$$h^2 = L_0^2 + L_2^2 - 2L_0L_2\cos(\theta_2 + \alpha) \quad \Rightarrow \quad h = h(\theta_2)$$

$$L_2^2 = L_0^2 + h^2 - 2hL_0\cos\beta \quad \Rightarrow \quad \beta = \beta(h)$$

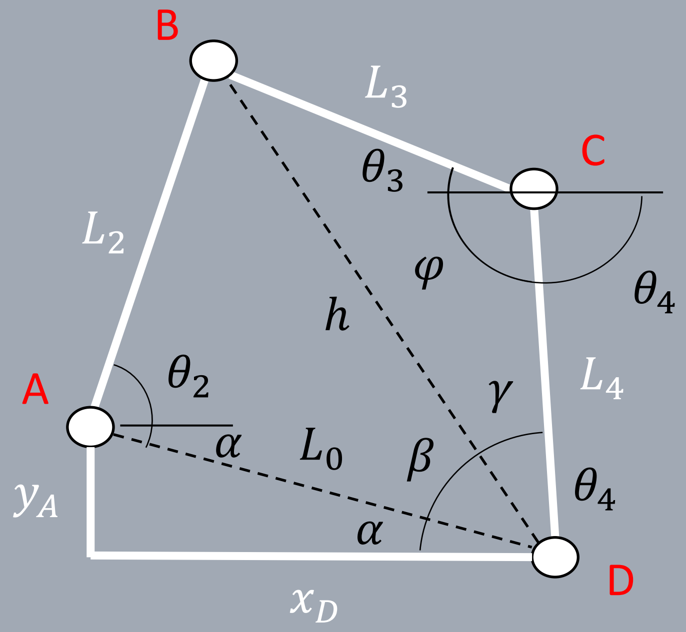
$$L_3^2 = L_4^2 + h^2 - 2hL_4\cos\gamma \quad \Rightarrow \quad \gamma = \gamma(h)$$

Análise de Posição – Método Geométrico





Tomemos o mecanismo:

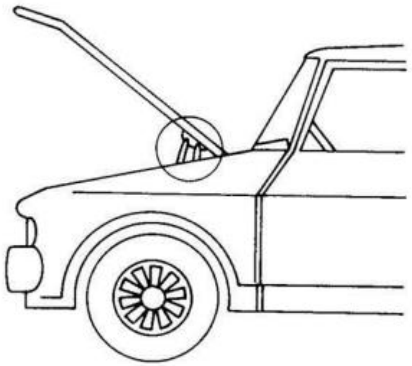


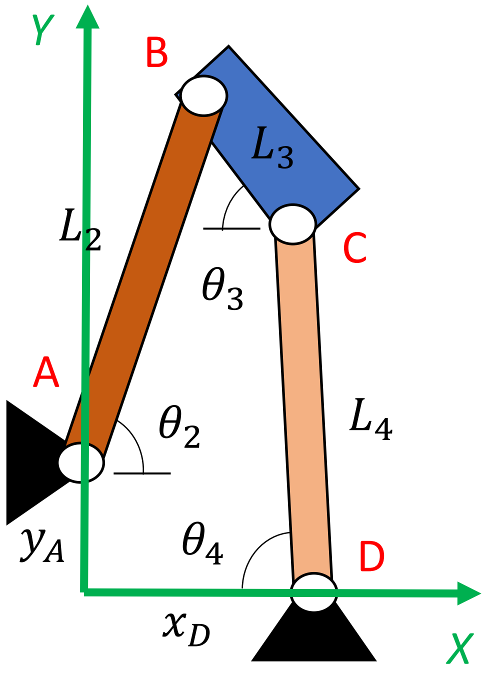
Considere o ângulo φ no vértice em C

Então, pela lei dos cossenos: $h^2 = L_3^2 + L_4^2 - 2L_3L_4\cos\varphi \quad \Rightarrow \quad \varphi = \varphi(h)$

No vértice C, temos: $\varphi = \theta_3 + \pi - \theta_4 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\theta_3 = \theta_4 - \pi + \varphi}$

Análise de Posição – Método Geométrico





Em resumo, temos:

$$L_0 = \sqrt{x_D^2 + y_A^2}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{y_A}{x_D}\right)$$

$$h^2 = L_0^2 + L_2^2 - 2L_0L_2\cos(\theta_2 + \alpha) \quad \Rightarrow \quad h = h(\theta_2)$$

$$L_2^2 = L_0^2 + h^2 - 2hL_0\cos\beta \quad \Rightarrow \quad \beta = \beta(h)$$

$$L_3^2 = L_4^2 + h^2 - 2hL_4\cos\gamma \quad \Rightarrow \quad \gamma = \gamma(h)$$

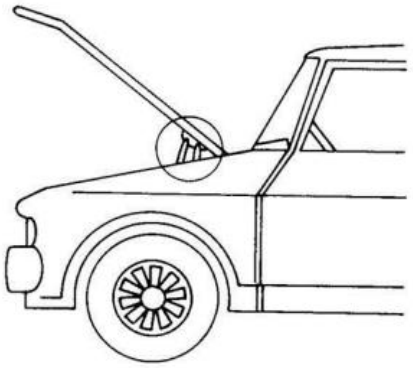
$$h^2 = L_3^2 + L_4^2 - 2L_3L_4\cos\varphi \quad \Rightarrow \quad \varphi = \varphi(h)$$

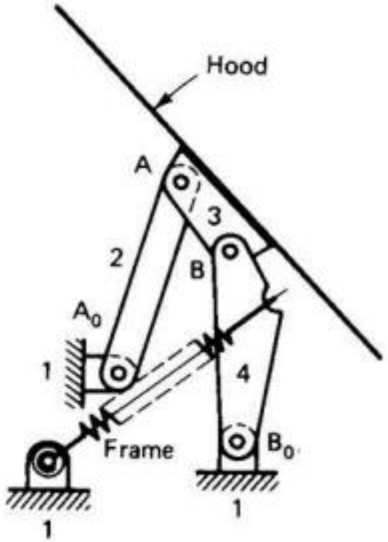
$$\boxed{\theta_4 = \alpha + \beta + \gamma}$$

$$\boxed{\theta_3 = \theta_4 - \pi + \varphi}$$

Apesar de não termos $\boldsymbol{\theta_3}$ como entrada, é possível achar $\boldsymbol{\theta_3 = \theta_3(\theta_2)}$!!!

Análise de Posição – Método Geométrico

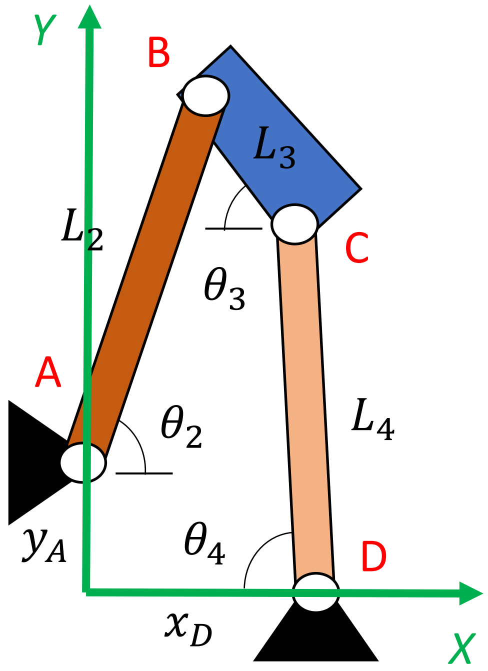




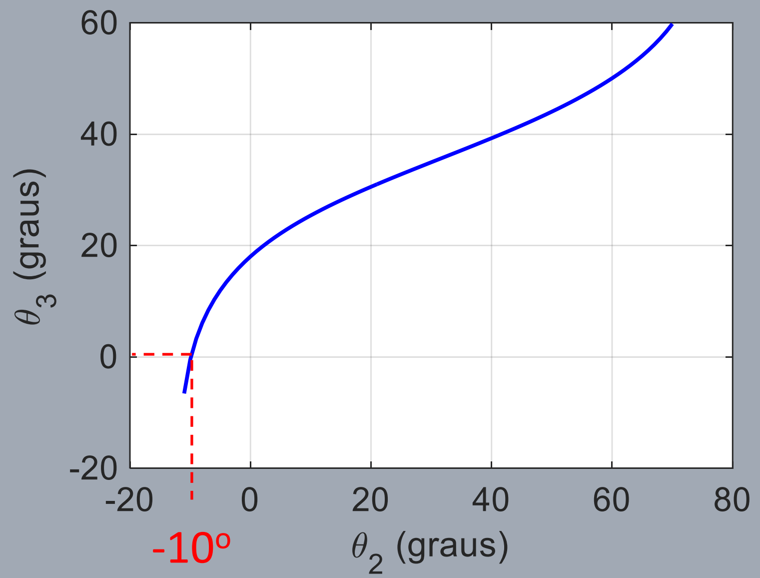
Tomemos os parâmetros:

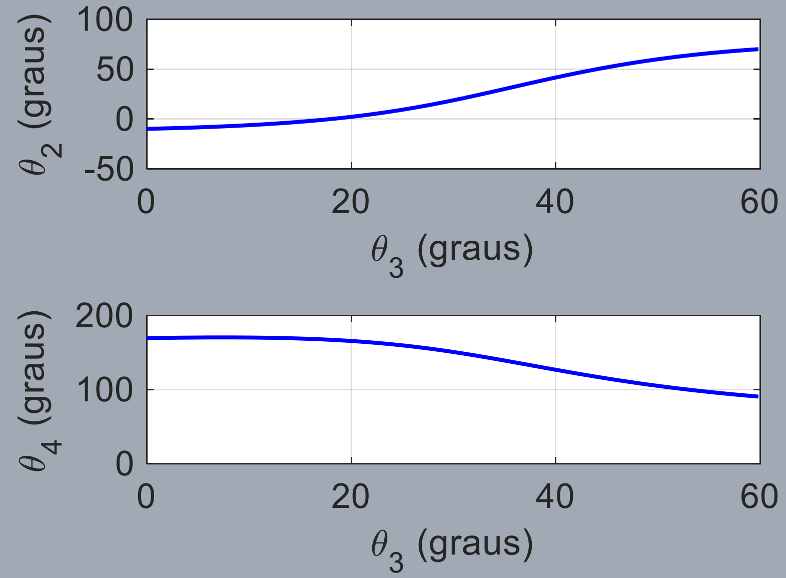
$$L_2 = 90\ mm \qquad x_D = 50\ mm$$
$$L_3 = 40\ mm \qquad y_A = 30\ mm$$
$$L_4 = 80\ mm$$

➡ $L_0 = 58{,}31\ mm$, $\alpha = 30{,}96^o$

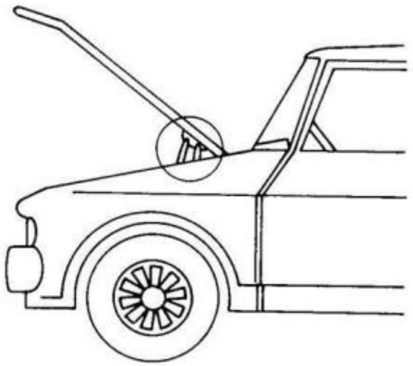


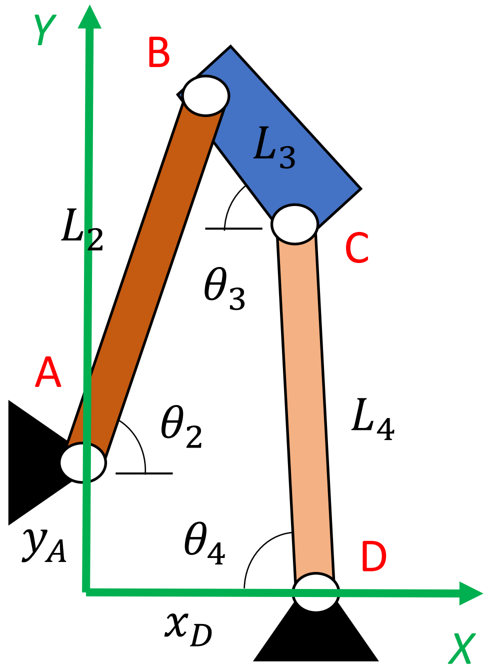
Considere: $\theta_2^{inicial} = 70^0$

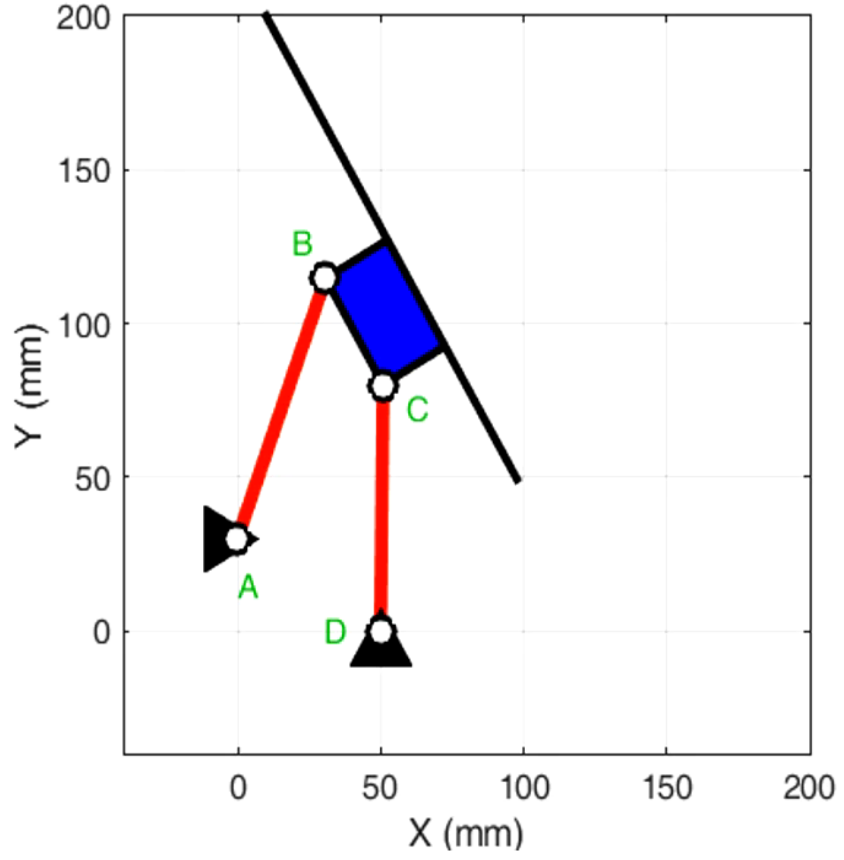


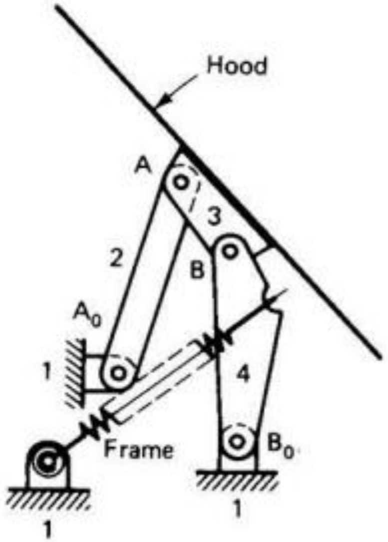


Análise de Posição – Método Geométrico

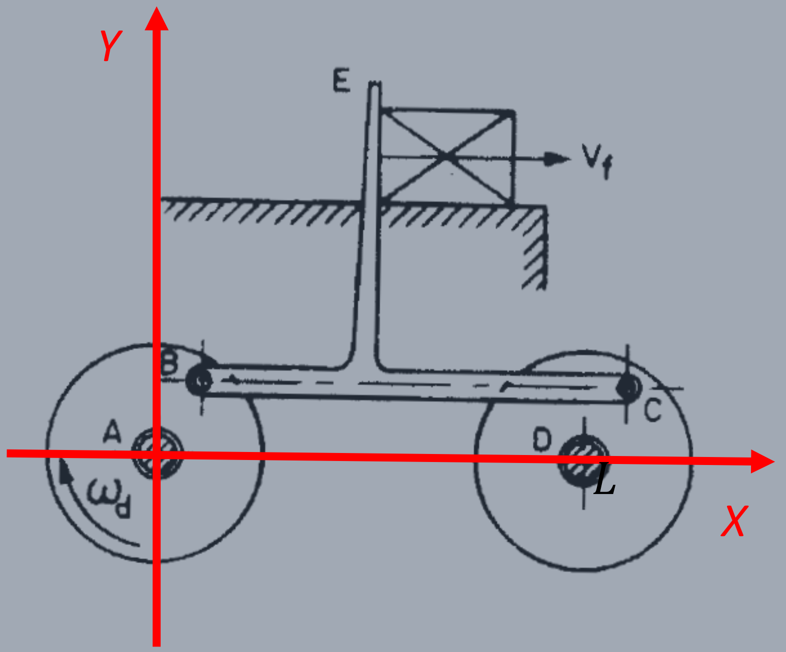








Tarefa



a) Aplique o método descrito nesta aula para encontrar os ângulos da barra BC e do disco DC. Considere que o ângulo de entrada é no disco AB.

b) Utilize o Matlab/Octave para obter as curvas:

- Ângulo da barra BC X ângulo de entrada do disco AB
- Ângulo do disco DC X ângulo de entrada do disco AB

Considere:

$$R_{AB} = 100\ mm$$
$$L_{BC} = 500\ mm$$
$$L_{AD} = 500\ mm$$
$$R_{DC} = 120\ mm$$

Dúvidas ???

Utilize o FÓRUM no eDisciplinas !

edisciplinas.usp.br