Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Engenharia Mecânica

SEM 104 - Mecanismos

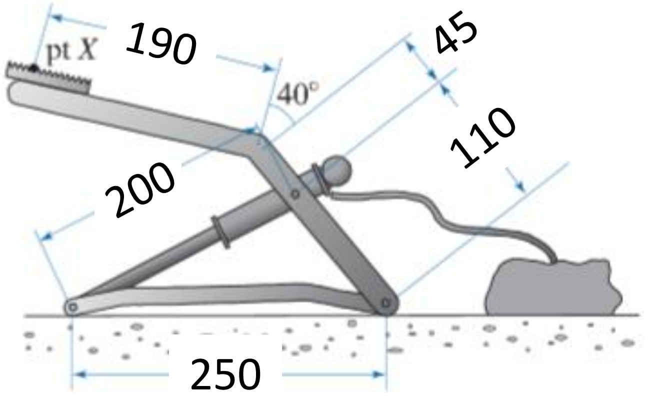
Prof. Rodrigo Nicoletti

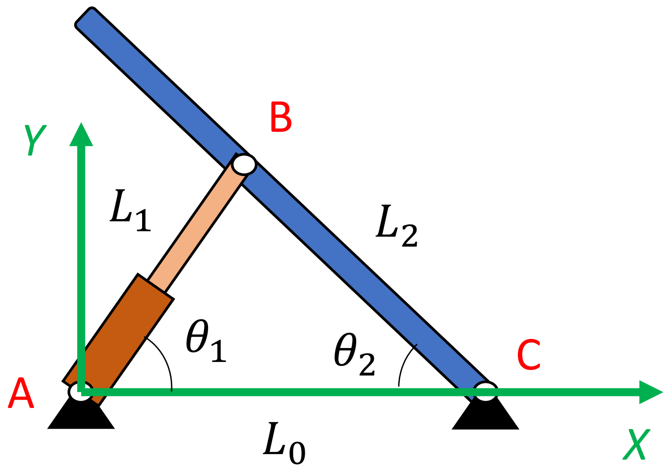
AULA 4 – Análise de Velocidade e Aceleração

Mecanismo de 3 Barras

Análise de Posição

Análise de Posição



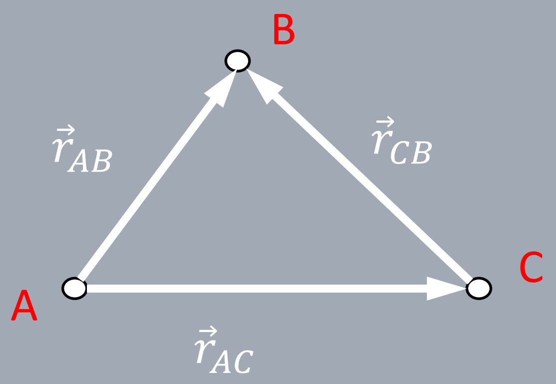


1) *Identifique as juntas*

2) *Adote um sistema de coordenadas*

3) *Identifique comprimentos e ângulos*

4) *Adote vetores para representar as barras*

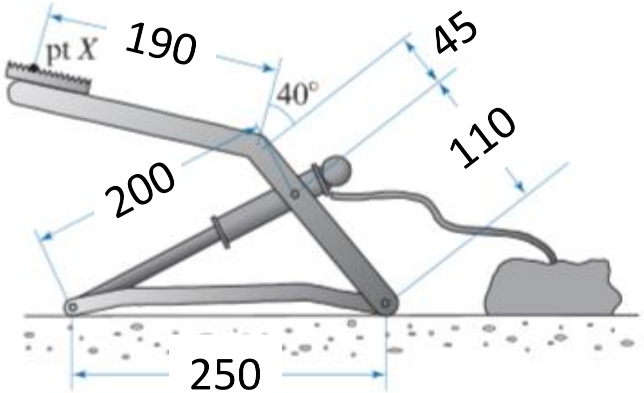


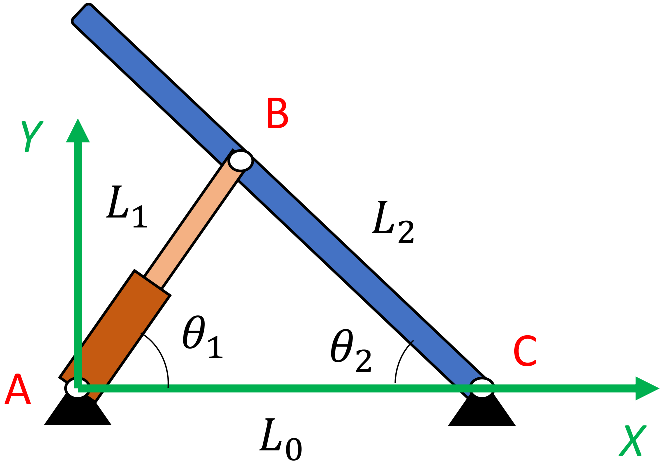
Repare que: $\sum \vec{r} = \vec{0} \quad \Rightarrow$

$$\boxed{\vec{r}_{AC} + \vec{r}_{CB} - \vec{r}_{AB} = \vec{0}}$$

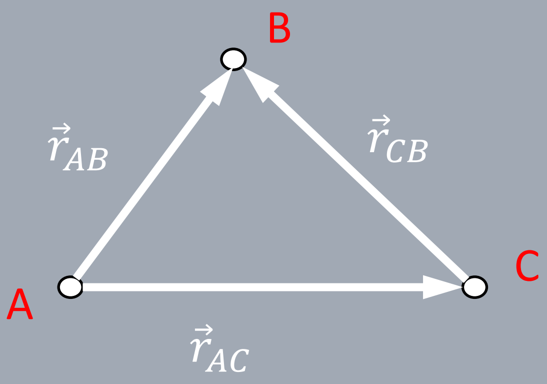
Equação Vetorial Fechada do Mecanismo

Análise de Posição





5) Encontre os vetores no sistema de coordenadas adotado



$$\vec{r}_{AC} = \begin{Bmatrix} L_0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad \vec{r}_{AB} = \begin{Bmatrix} L_1 \cos\theta_1 \\ L_1 \sin\theta_1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\vec{r}_{CB} = \begin{Bmatrix} -L_2 \cos\theta_2 \\ L_2 \sin\theta_2 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

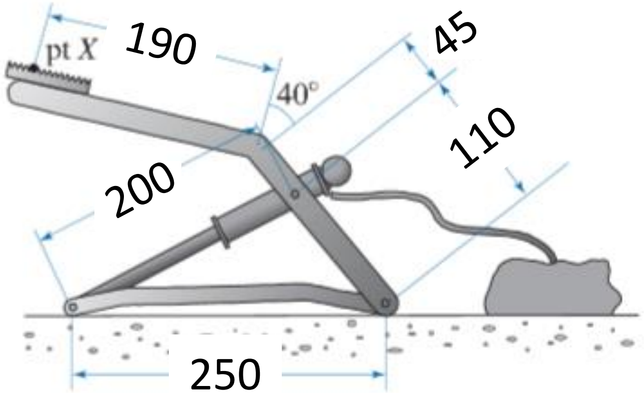
6) Substitua os vetores na Equação Vetorial Fechada

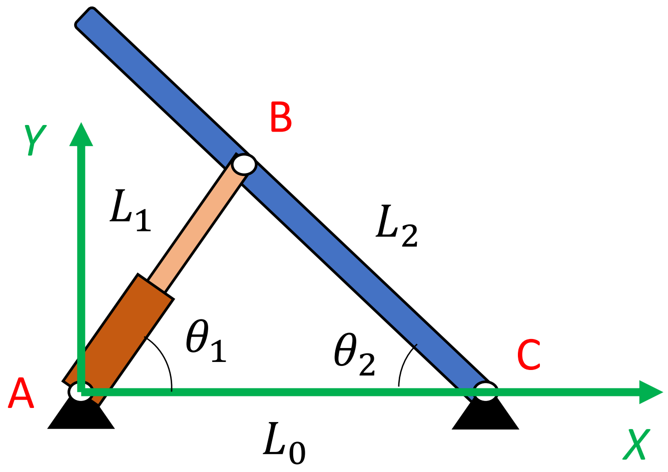
$$\vec{r}_{AC} + \vec{r}_{CB} - \vec{r}_{AB} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{cases} L_0 - L_2 \cos\theta_2 - L_1 \cos\theta_1 = 0 \\ L_2 \sin\theta_2 - L_1 \sin\theta_1 = 0 \end{cases}}$$

Equação de Posição do Mecanismo

OBS.: cada mecanismo vai ter uma equação de posição

Análise de Posição





A **análise de posição** do mecanismo é feita a partir das equações de posição:

$$\begin{cases} L_0 - L_2\cos\theta_2 - L_1\cos\theta_1 = 0 & (1) \\ L_2\sin\theta_2 - L_1\sin\theta_1 = 0 & (2) \end{cases}$$

Dividindo-se (2) por (1):

$$\boxed{\tan\theta_1 = \frac{L_2\sin\theta_2}{L_0 - L_2\cos\theta_2}}$$

Determina-se θ_1 em função do ângulo de entrada θ_2

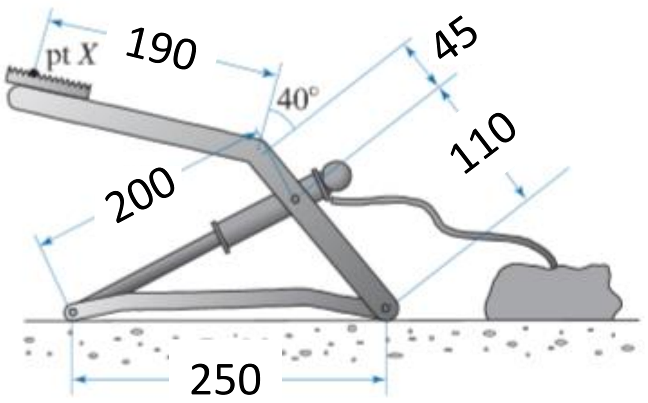
Da equação (2):

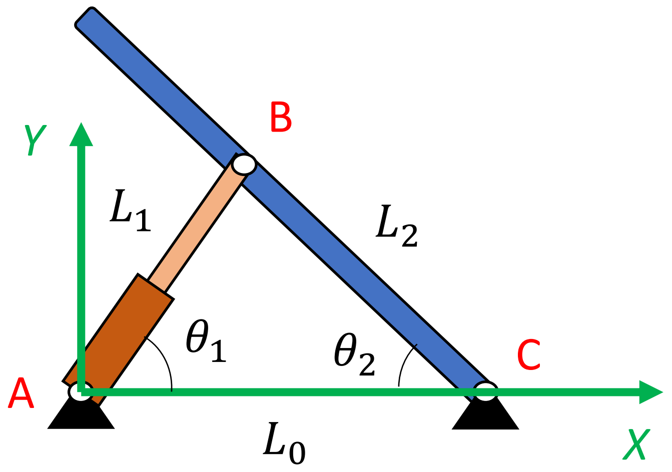
$$\boxed{L_1 = \frac{L_2\sin\theta_2}{\sin\theta_1}}$$

Determina-se L_1 em função do ângulo de entrada θ_2 e do ângulo θ_1

Análise de Velocidade

Análise de Velocidade





A **Equação Vetorial Fechada** do mecanismo é dada por: $\vec{r}_{AC} + \vec{r}_{CB} - \vec{r}_{AB} = \vec{0}$

Se derivarmos a Eq. Vetorial Fechada em relação ao tempo, temos:

$$\frac{d}{dt}(\vec{r}_{AC} + \vec{r}_{CB} - \vec{r}_{AB}) = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{v}_{AC} + \vec{v}_{CB} - \vec{v}_{AB} = \vec{0}}$$

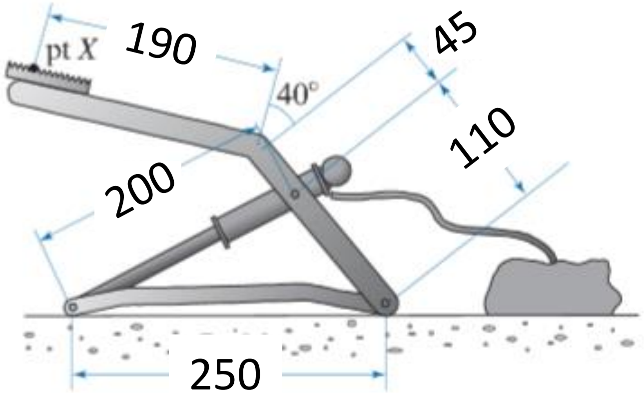
Isto é equivalente a derivar no tempo as **Equações de Posição** do mecanismo:

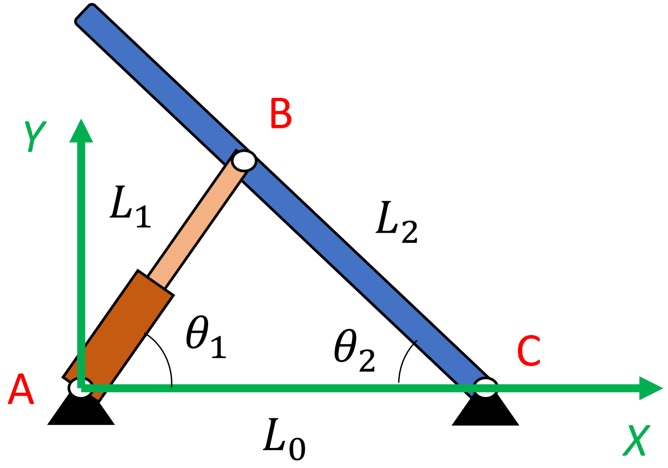
$$\frac{d}{dt}\begin{cases} L_0 - L_2\cos\theta_2 - L_1\cos\theta_1 = 0 \\ L_2\sin\theta_2 - L_1\sin\theta_1 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{cases} L_2\dot{\theta}_2\sin\theta_2 - \dot{L}_1\cos\theta_1 + L_1\dot{\theta}_1\sin\theta_1 = 0 \\ L_2\dot{\theta}_2\cos\theta_2 - \dot{L}_1\sin\theta_1 - L_1\dot{\theta}_1\cos\theta_1 = 0 \end{cases}}$$

Equação de Velocidade do Mecanismo

Análise de Velocidade





A **análise de velocidade** do mecanismo é feita a partir das equações de velocidade:

$$\begin{cases} L_2\dot{\theta}_2 \sin\theta_2 - \dot{L}_1 \cos\theta_1 + L_1\dot{\theta}_1 \sin\theta_1 = 0 & (1) \\ L_2\dot{\theta}_2 \cos\theta_2 - \dot{L}_1 \sin\theta_1 - L_1\dot{\theta}_1 \cos\theta_1 = 0 & (2) \end{cases}$$

Da equação (1):

$$\boxed{\dot{L}_1 = \frac{L_2\dot{\theta}_2 \sin\theta_2 + L_1\dot{\theta}_1 \sin\theta_1}{\cos\theta_1}}$$

Determina-se $\dot{L}_1$ em função dos ângulos e das velocidades

Na equação (2):

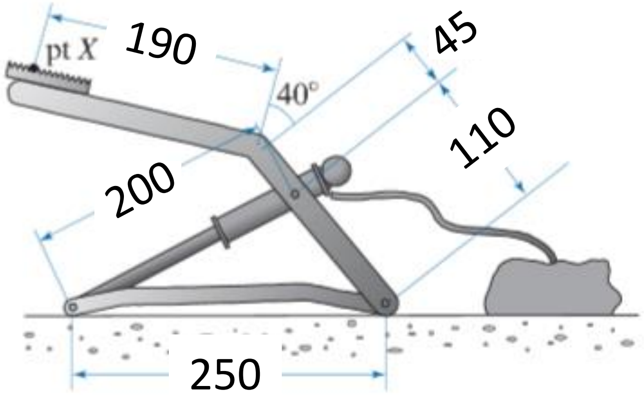
$$\boxed{\dot{\theta}_1 = \frac{L_2}{L_1}\dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)}$$

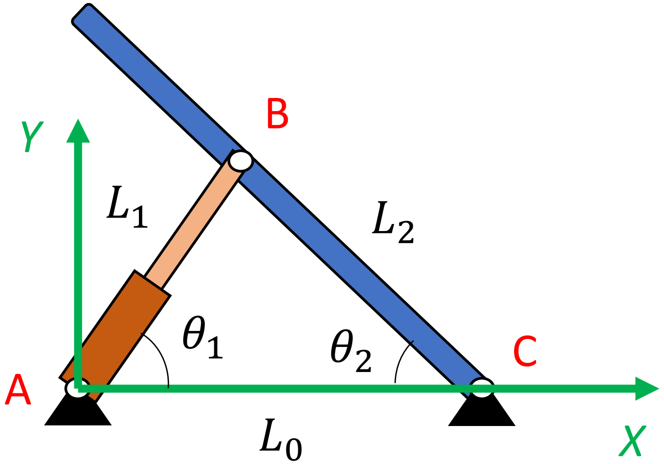
Determina-se $\dot{\theta}_1$ em função dos ângulos e da velocidade de entrada $\dot{\theta}_2$

ANÁLISE DE VELOCIDADE:

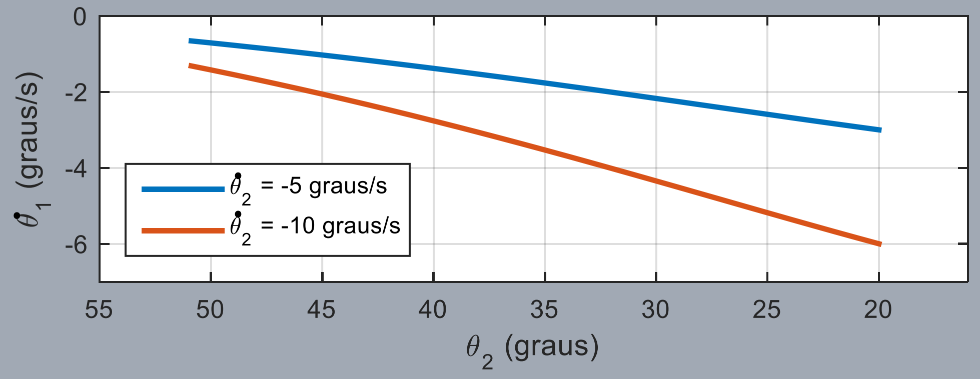
- Precisa conhecer as posições
- Precisa conhecer a velocidade de entrada

Análise de Velocidade

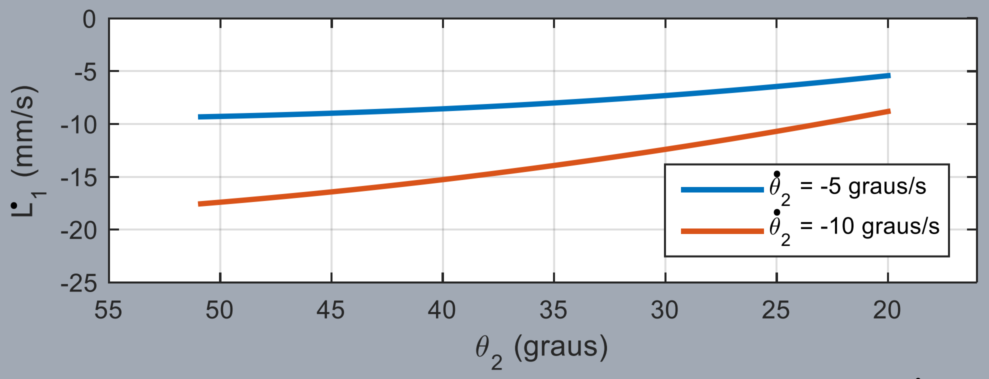




Considerando-se uma velocidade $\dot{\theta}_2$ e variando-se o ângulo de entrada θ_2, pode-se determinar as velocidades $\dot{\theta}_1$ e $\dot{L}_1$:



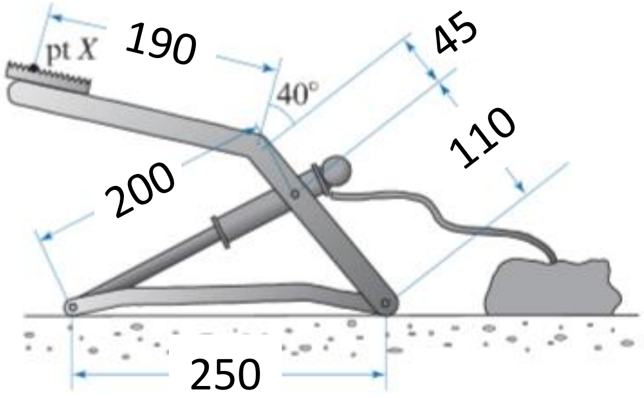
$$\dot{\theta}_1 = \frac{L_2}{L_1}\dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

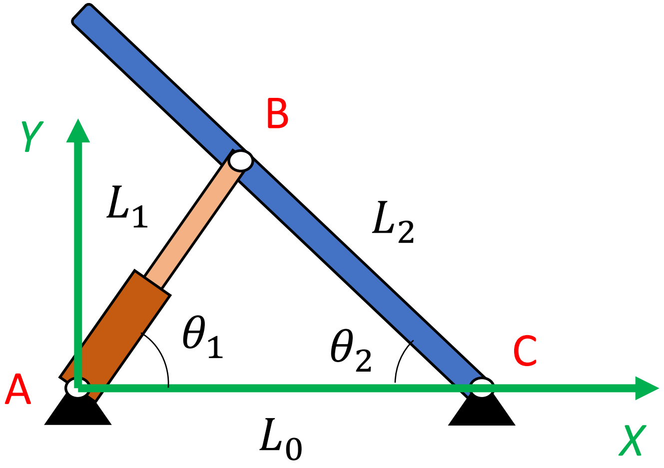


$$\dot{L}_1 = \frac{L_2\dot{\theta}_2 \sin\theta_2 + L_1\dot{\theta}_1 \sin\theta_1}{\cos\theta_1}$$

Análise de Aceleração

Análise de Aceleração





Se derivarmos a Eq. de Velocidades em relação ao tempo, temos:

$$\frac{d}{dt}(\vec{v}_{AC} + \vec{v}_{CB} - \vec{v}_{AB}) = \vec{0} \;\Rightarrow\; \boxed{\vec{a}_{AC} + \vec{a}_{CB} - \vec{a}_{AB} = \vec{0}}$$

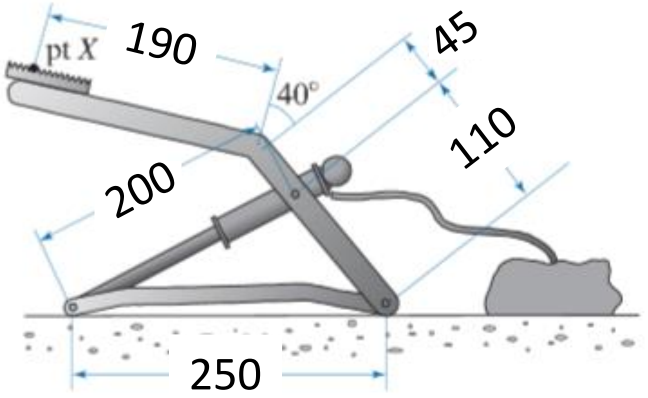
Isto é equivalente a derivar no tempo as **Equações de Velocidade** do mecanismo:

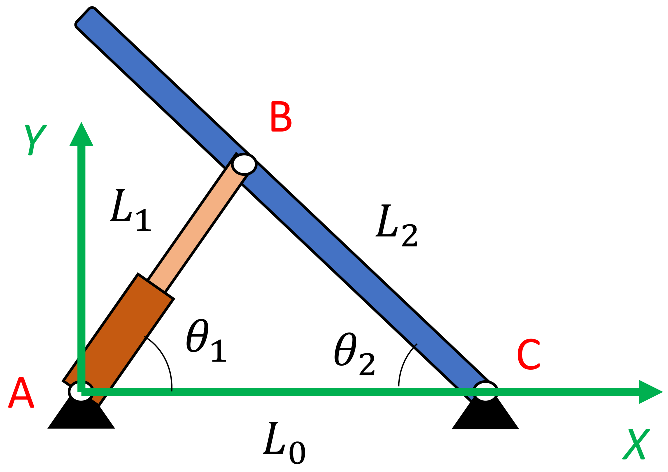
$$\frac{d}{dt}\begin{cases} L_2\dot{\theta}_2 \sin\theta_2 - \dot{L}_1 \cos\theta_1 + L_1\dot{\theta}_1 \sin\theta_1 = 0 \\ L_2\dot{\theta}_2 \cos\theta_2 - \dot{L}_1 \sin\theta_1 - L_1\dot{\theta}_1 \cos\theta_1 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{cases} L_2\ddot{\theta}_2 \sin\theta_2 + L_2\dot{\theta}_2^2 \cos\theta_2 - \ddot{L}_1 \cos\theta_1 + 2\dot{L}_1\dot{\theta}_1 \sin\theta_1 + \\ \qquad L_1\ddot{\theta}_1 \sin\theta_1 + L_1\dot{\theta}_1^2 \cos\theta_1 = 0 \\ L_2\ddot{\theta}_2 \cos\theta_2 - L_2\dot{\theta}_2^2 \sin\theta_2 - \ddot{L}_1 \sin\theta_1 - 2\dot{L}_1\dot{\theta}_1 \cos\theta_1 + \\ \qquad -L_1\ddot{\theta}_1 \cos\theta_1 + L_1\dot{\theta}_1^2 \sin\theta_1 = 0 \end{cases}}$$

Equação de Aceleração do Mecanismo

Análise de Aceleração





A **análise de aceleração** do mecanismo é feita a partir das equações de aceleração.

Da equação (1):

$$\ddot{L}_1 = \frac{L_2\ddot{\theta}_2 \sin\theta_2 + L_2\dot{\theta}_2^2 \cos\theta_2 + 2\dot{L}_1\dot{\theta}_1 \sin\theta_1 + L_1\dot{\theta}_1^2 \cos\theta_1 - L_1\ddot{\theta}_1 \sin\theta_1}{\cos\theta_1}$$

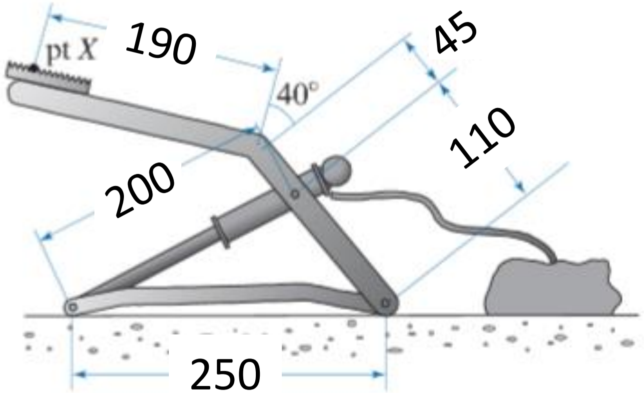
Determina-se $\ddot{L}_1$ em função dos ângulos, das velocidades e da aceleração de entrada $\ddot{\theta}_2$

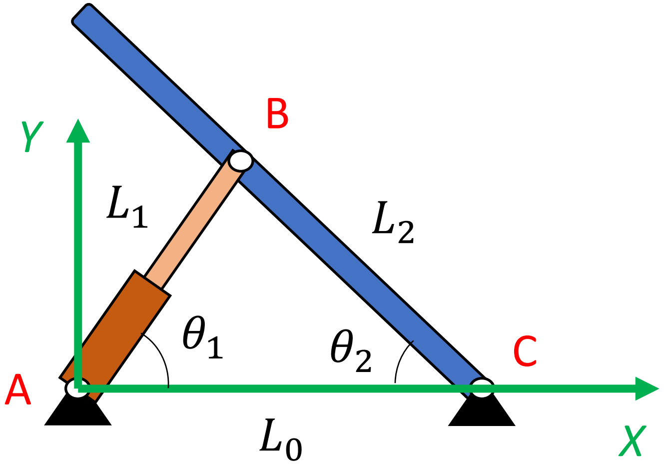
Na equação (2):

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{L_2\ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1+\theta_2) + L_2\dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1-\theta_2) - 2\dot{L}_1\dot{\theta}_1 \cos(\theta_1+\theta_2) + L_1\dot{\theta}_1^2 \sin(2\theta_1)}{L_1 \cos(2\theta_1)}$$

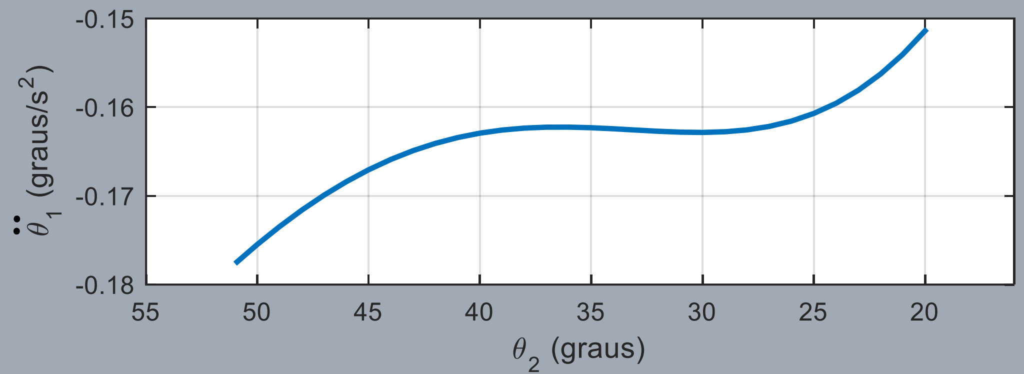
Determina-se $\ddot{\theta}_1$ em função dos ângulos, velocidades e da aceleração de entrada $\ddot{\theta}_2$

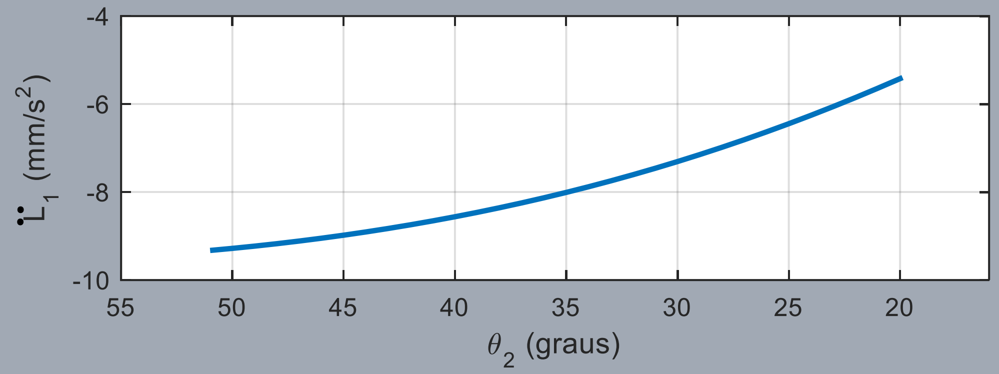
Análise de Aceleração





Considerando-se uma aceleração $\ddot{\theta}_2$ e variando-se o ângulo de entrada θ_2, pode-se determinar as acelerações $\ddot{\theta}_1$ e $\ddot{L}_1$:





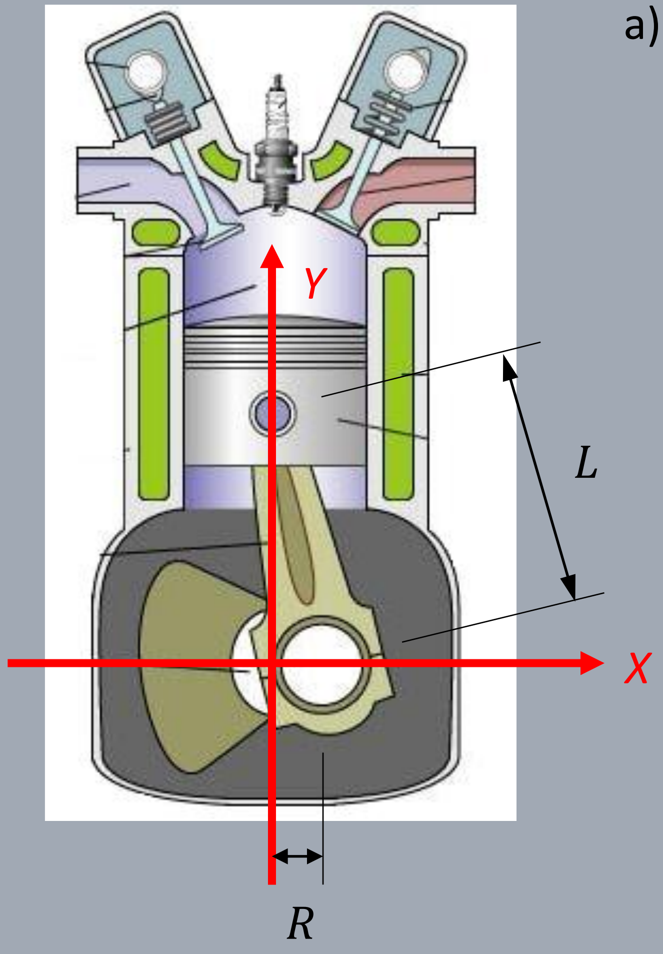
$$\dot{\theta}_2 = -5\ graus/s$$

$$\ddot{\theta}_2 = 0\ graus/s^2$$

ANÁLISE DE ACELERAÇÃO:

- Precisa conhecer as posições e velocidades
- Precisa conhecer a aceleração de entrada

Tarefa



a) A partir da Equação de Posição (encontrada na tarefa anterior), aplique o método descrito nesta aula e encontre uma expressão para:

- a velocidade do pistão em função da posição angular do virabrequim;
- a aceleração do pistão em função da posição angular do virabrequim.

b) Utilize o Matlab/Octave para obter as curvas de Velocidade do Pistão X Ângulo do Virabrequim e Aceleração do Pistão X Ângulo do Virabrequim

Considere:

$R = 50\ mm$

$L = 200\ mm$

$\dot{\theta} = 850\ rpm$ (velocidade de ponto morto do virabrequim)

$\ddot{\theta} = 0\ rpm/s$ (aceleração do virabrequim)

Dúvidas ???

Utilize o FÓRUM no eDisciplinas !

edisciplinas.usp.br