

Guia de onda metálico

Parte 2

Velocidade da fase da onda propagante no guia

$$V_p = \frac{\omega}{\beta} = \left(\frac{KV}{\beta} \right) = \frac{C}{n_m}$$

$$\frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{n_m k_0} = \frac{\omega}{n_m \frac{\omega}{C}} = \frac{C}{n_m}$$

$$k_0 = \frac{\omega}{C}$$

$$V_p = \frac{\omega}{\beta} = \left(\frac{K}{\beta} \right) v = \frac{C}{n_m}$$

Velocidade de fase

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} n = \frac{n\omega}{C} \Rightarrow \omega = K \frac{C}{n} = KV$$

$$C = \lambda \nu$$

$$2\pi C = \lambda 2\pi \nu$$

$$\frac{\omega}{C} = \frac{\lambda}{2\pi}$$

* como $K > \beta$ (β é componente de K)

$$\underbrace{v_p > v}$$

velocidade de fase da luz guiada
maior do que a velocidade com
a qual se propagaria sem o guia
(espaço livre)

Velocidade de Grupo

→ velocidade com que o modo se propaga no guia

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta}$$

usando então

$$\beta = \frac{n\omega}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{mc\pi}{n\omega} \right)^2}$$

Temor

$$\frac{d\phi}{d\omega} = \frac{n}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{mc\pi}{n\omega}\right)^2} + \frac{n\omega}{c} \frac{1}{2} \left(\left[\frac{mc\pi}{n\omega}\right]^2 \frac{2}{\omega^2} \right) \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{mc\pi}{n\omega}\right)^2}} =$$

$$= \frac{n}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{mc\pi}{n\omega}\right)^2} + \frac{m^2 c \pi^2}{n \omega^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{mc\pi}{n\omega}\right)^2}}$$

$$= \frac{\frac{n}{c} \left(1 - \left[\frac{mc\pi}{n\omega}\right]^2 \right) + \frac{m^2 c^2 \pi^2}{n^2 \omega^2} \left(\frac{n}{c} \right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{mc\pi}{n\omega}\right)^2}} = \frac{n}{c \sqrt{1 - \left(\frac{mc\pi}{n\omega}\right)^2}}$$

Portanto

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = \frac{c}{\left[\frac{n}{\sqrt{1 - \left(\frac{mc\pi}{n\omega} \right)^2}} \right]} = \underline{\underline{\frac{c}{N_m}}}$$

onde N_m é
o índice do grupo
do modo m

Observações

* $V_g < v \Rightarrow$ pois sempre $\sqrt{1 - \left(\frac{mc\pi}{n\omega}\right)^2} < 1$

$$V_g = \left(\frac{c}{n}\right) \sqrt{1 - \left(\frac{mc\pi}{n\omega}\right)^2}$$

* modos de ordem mais alta (m maior)
se propagam mais devagar.

$$\uparrow m \Rightarrow N_m \quad \uparrow \Rightarrow \boxed{V_g \downarrow}$$

- Cada modo vê um índice de refração diferente $\Rightarrow$ tem um certo atraso



efeito dispersão

Número de Modos num guia planar metálico

de acordo com a eq.

$$N_m = n \sqrt{1 - \left(\frac{m\lambda}{2na}\right)^2}$$

N_m deve ser real

Então

$\frac{m\lambda}{2na} < 1 \Rightarrow$ o maior valor de m (M) possível é aquele em que

$$\frac{M\lambda}{2na} = 1 \Rightarrow$$

$$M = \frac{2na}{\lambda}$$

→ Parte inteira

* guia monomodo

$$M=1$$

$\Rightarrow$

$$\frac{\lambda}{n} = 2a$$

$\Rightarrow$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{n} \right) = a$$

condição

tamanho do guia deve ser
metade do comprimento de
onda que nele se propaga.

* guia multimodo

$M \geq 2$ pelo menos mais do que um modo

O que define se o guia é mono ou multi modo é a relação entre λ e a .

Um guia que é mono modo p/ um λ pode ser multi modo p/ outro.

Reduzindo a dimensão do guia a $\Rightarrow \downarrow M$ (maior valor possível de m)

$\downarrow a \Rightarrow \downarrow M$

↳ tornar guia monomodo pela diminuição do tamanho

- menor dimensão $\Rightarrow$ monomodo
- maior dimensão $\Rightarrow$ multimodo

Frequência de corte do modo num guia

β : sempre real (onda propagante)

Lembrando

$$\beta = \frac{n\omega}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{n\hbar\omega}\right)^2}$$

escrevendo

$$\frac{mc^2}{n\hbar\omega} \leq 1$$

o que β seja real

$$\frac{mc^2}{n\hbar\omega} \leq 1 \Rightarrow \frac{v}{\omega} \frac{mc^2}{\hbar} \leq 1$$

$$\omega \geq \frac{mc^2}{\hbar}$$

$$\begin{aligned} E_r &\propto \cos(\beta z - \omega t) \\ &\propto e^{-i\beta z} \\ &\downarrow \text{se } \beta \text{ for imaginário} \\ &e^{-\beta z} \text{ (decai não propaga)} \end{aligned}$$

Como $\omega = 2\pi \nu$ ou $\omega = 2\pi \frac{c}{\lambda}$

$$2\pi \nu \geq \frac{m\pi v}{a} \Rightarrow \nu \geq \frac{mv}{2a}$$

$$\frac{2\pi c}{\lambda} \geq \frac{m\pi v}{a} \Rightarrow \lambda \leq \frac{2a}{m} \frac{c}{v} = \frac{2a}{m} n$$

$$\lambda \leq \frac{2a}{m} n$$



Apenas λ menores que estes podem se propagar no guia metálico plano OU

Apenas frequências maiores que estas podem ser propagar no guia

- ⊛ cada modo terá um frequência abaixo do qual propagação não será possível

$$f_c = m \frac{v}{2a}$$

↑
frequência de Corte
do modo

//

Guias de onda Atuan como filtros
de frequência ou comprimento de
onda

//

//

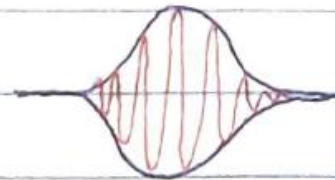
//

Tempo de Atraso do Modo

→ Tempo gasto por um pacote de ondas percorrer distância L

Modo $\Rightarrow$ pacote de onda

$\hookrightarrow V_g$

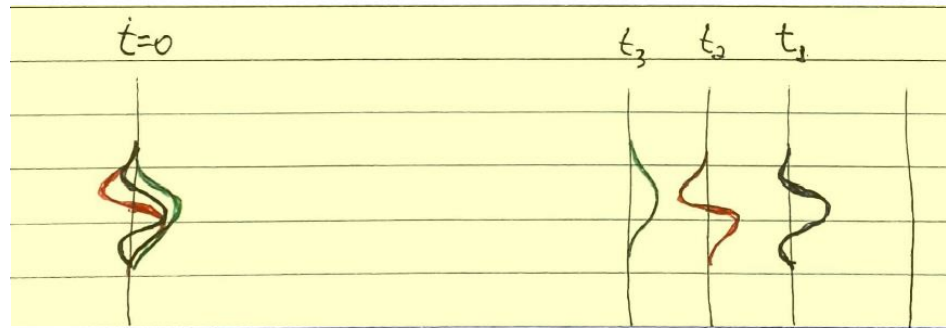


$$\tau_m = \frac{L}{V_{gm}} = \frac{L}{c} N_m$$

$$\tau_m = \frac{L}{c} \frac{n}{\sqrt{1 - \left(\frac{mc\omega}{n\omega_0}\right)^2}}$$

Tempo de atraso depende de modo

$\uparrow m \Rightarrow \uparrow \tau_m$ (maior atraso)



$m=0$

$m=1$

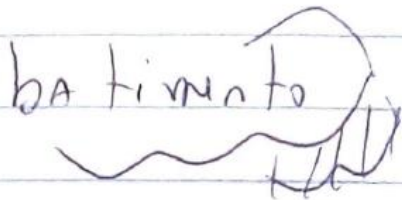
$m=2$

⊕ dispersão modal

Vel fase e Vel. Gruppo

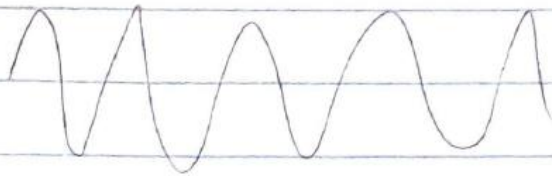
~ para fazer pulso (pacote, grupo) e preciso
soma, ondas c/ ω (e portanto k) diferentes

batingimento



$$\omega_1 = \omega + \Delta\omega$$

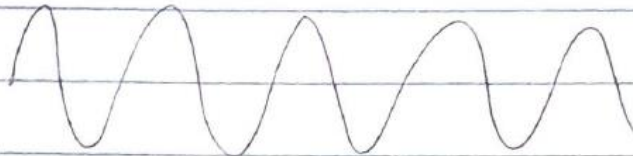
$$k_1 = k + \Delta k$$



$$E_1 = E_0 \cos((k + \Delta k)x - (\omega + \Delta\omega)t)$$

$$\omega_2 = \omega - \Delta\omega$$

$$k_2 = k - \Delta k$$

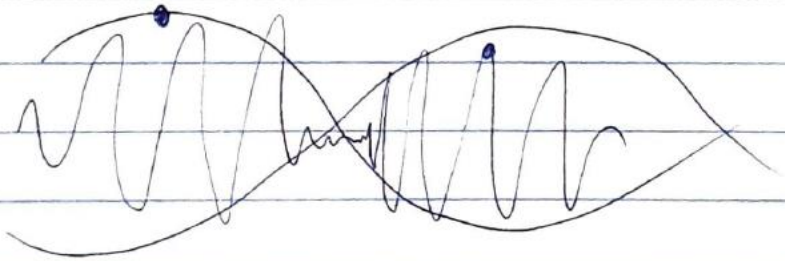


$$E_2 = E_0 \cos((k - \Delta k)x - (\omega - \Delta\omega)t)$$

$$E_r = E_1 + E_2 = 2E_0 \cos(kz - \omega t) \cos(\Delta kz - \Delta \omega t)$$

↑
portadorn
"râpide"

↑
Moduladorn
"lentă"



$$A \Rightarrow \Delta kz - \Delta \omega t = 2\pi n \Rightarrow V_g = \frac{dz}{dt} = \frac{\Delta \omega}{\Delta k}$$

$$B \Rightarrow kz - \omega t = 2\pi n \Rightarrow V_p = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k}$$

Fim