

Matemática Aplicada à Química - Lista de exercícios

Números complexos e transformadas integrais

1) Encontre as partes reais e imaginárias das seguintes quantidades:

(a) $(2-i)^3$ (b) $e^{i\pi/2}$ (c) $e^{-2+i\pi/2}$ (d) $(\sqrt{2}+2i)e^{-i\pi/2}$

2) Se $z=x+iy$, então encontre:

(a) $\operatorname{Re}(z^*)$ (b) $\operatorname{Re}(z^2)$ (c) $\operatorname{Im}(z^2)$ (d) $\operatorname{Re}(zz^*)$ (e) $\operatorname{Im}(zz^*)$

3) Determine o valor de $\tan^{-1}\theta$ para os seguintes números complexos:

(a) $-1-i$ (b) $-1+i$ (c) $1-i$ (d) $-i$

4) Expresse os seguintes na forma $re^{i\theta}$:

(a) $6i$ (b) $4-\sqrt{2}i$ (c) $-1-2i$ (d) $1+i$

5) Expresse os seguintes na forma $x+iy$:

(a) $e^{-i\pi/4}$ (b) $6e^{2i\pi/3}$ (c) $e^{-(\pi/4)i+\ln 2}$ (d) $e^{-2i\pi}+e^{i\pi/4}$

6) Prove que $e^{i\pi} = -1$.

7) Encontre o resultado de (a) $(1+i)^{10}$ e (b) $(1-i)^{12}$.

8) Encontre a transformada de Fourier de $f(t)=1/(t^2+a^2)$.

9) Encontre a transformada de Fourier de $f(t)=1 \quad -a \leq t < a$

$$f(t)=0 \text{ para outros valores de } t$$

10) Encontre a transformada de Fourier de $f(t)=e^{-|t|\tau} \cos(\omega_0 t)$.

11) Mostre que $\hat{F}(-\omega)=\hat{F}^*(\omega)$ se $f(t)$ for real.

12) Faça o gráfico de $f(t)=e^{-0.050t} \cos(t)+2e^{-0.025t} \cos(2t)$ e de sua transformada cossenoidal.

(1) (a) $\text{Re}=2$, $\text{Im}=-11$ (b) $\text{Im}=1$ (c) $\text{Im}=1/e^2$ (d) $\text{Re}=2$; $\text{Im}=-\sqrt{2}$

(2) (a) x (b) x^2-4y^2 (c) $4xy$ (d) x^2+4y^2 (e) 0

(3) (a) $5\pi/4$ (b) $3\pi/4$ (c) $7\pi/4$ (d) $3\pi/2$

(4) (a) $6e^{i\pi/2}$ (b) $\sqrt{18} e^{-0,340i}$ (c) $\sqrt{5} e^{(1,107+\pi)i}$ (d) $\sqrt{2} e^{i\pi/4}$

(5) (a) $(1-i)/\sqrt{2}$ (b) $-3+i3\sqrt{3}$ (c) $\sqrt{2}(1-i)$ (d) 2

(6) Analise a forma polar deste número complexo.

(7) (a) $(1+i)=\sqrt{2}e^{i\pi/4}$, então $(1+i)^{10}=2^5 e^{10i\pi/4}=32i$
(b) $(1-i)^{12}=2^6 e^{-12i\pi/4}=-64$

(8) $\hat{F}_\omega = (\pi/2a^2)^{1/2} e^{-|a\omega|}$

(9) $\hat{F}_\omega = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{\sin(a\omega)}{\omega}\right)$

(10) $\hat{F}_\omega = \left(\frac{1}{(2\pi)^{1/2}}\right) \left[\frac{\tau}{\tau^2 + (\omega + \omega_0)^2} + \frac{\tau}{\tau^2 + (\omega - \omega_0)^2} \right]$

(11) Escreva as expressões para ambas as quantidades e compare.

(12) $\hat{F}_{C,\omega} \approx \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{1/2} \left[\frac{0,050}{0,050^2 + (\omega - 1)^2} + 2 \frac{0,025}{0,025^2 + (\omega - 2)^2} \right]$