Matemática Aplicada à Química - Lista de exercícios – Séries

1) Avalie o resultado da série $\sum_{n=0}^{\infty} 1/3^n$.

2) Avalie o resultado da série $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1}/2^n$.

3) Expresse o número 0.2727272727... como uma fração.

4) Avalie o resultado da série $S=\frac{1}{2^5}+\frac{1}{2^7}+\frac{1}{2^9}+\frac{1}{2^{11}}+\ldots$.

5) Teste a convergência das seguintes séries:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} 1/n!$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3+3}$ (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n)}{n}$ (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n+n}$

6) Encontre os valores de x para os quais as seguintes séries convergem:

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} (2\mathrm{x})^n$ (b) $\sum_{n=0}^{\infty} (x-1)^n$ (c) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2\mathrm{x}-1}{3}\right)^n$ (d) $\sum_{n=0}^{\infty} e^{nx}$

7) Mostre que:

$$\frac{1}{(1-x)^3}=\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)x^{n-1} \quad \text{para } |x| < 1.$$

8) Encontre o seguinte limite através (a) da regra de l'Hôpital e (b) do uso de expansões de Maclaurin:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)-x}{x^2}$$

9) Avalie a integral

$$I=\int_0^a x^2 e^{-x}\cos^2 x\, dx$$

até o termo de ordem a^5 através da sua expansão como série de potências.

10) Diga se a seguinte integral converge ou diverge:

$$I=\int_0^1 \frac{\cos(x)}{x}dx$$

11) Escreva expressões, por meio de séries de Maclaurin, para:

(a) $\cos(x)$ (b) $\ln(1+x)$ (c) $(1+x)^n$

12) Determine a série de Fourier, entre -l e l, para a seguinte função:

$f(x) = 0$ entre $-l \leq x < 0$ e $f(x) = x$ entre $0 \leq x < l$.

13) Determine a série de Fourier, entre $-l$ e l, para a seguinte função:

$f(t) = -1$ entre $-t_0 \leq t < 0$ e $f(t) = 1$ entre $0 \leq t < t_0$ (onda quadrada).

(1) 3/2

(2) 1/3

(3) 27/99

(4) 1/24

(5) (a) Converge; (b) Converge; (c) Diverge; (d) Converge.

(6) -½ < x < ½; (b) 0 < x < 2; (c) -1 < x < 2; (d) x < 0.

(7)Faça a derivada segunda da série geométrica.

(8) -1/2

(9) $I=a^3/3- a^4/4+O(a^5)$

(10) A integral diverge para ∞.

(11) (a) $\cos(x)=1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\ldots$; (b) $\ln(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\ldots$;

(c) $(1+x)^n=1+nx+\frac{n(n-1)x^2}{2!}+\frac{n(n-1)(n-2)x^3}{3!}+\ldots$

(12) $f(x)=\frac{l}{4}-\frac{2l}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2\mathrm{n}-1)^2}\cos\frac{(2\mathrm{n}-1)\pi x}{l}+\frac{l}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}sen\frac{n\pi x}{l}$

(13) $f(t)=\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{[1-(-1)^n]}{n}sen\frac{n\pi t}{t_0}$