SEL0452 – Medidas e Circuitos Elétricos

Universidade de São Paulo
Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação
Prof. Rogério Andrade Flauzino

SEL0452 – Medidas e Circuitos Elétricos
Universidade de São Paulo
Escola de Engenharia de São Carlos
Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação
Prof. Rogério Andrade Flauzino

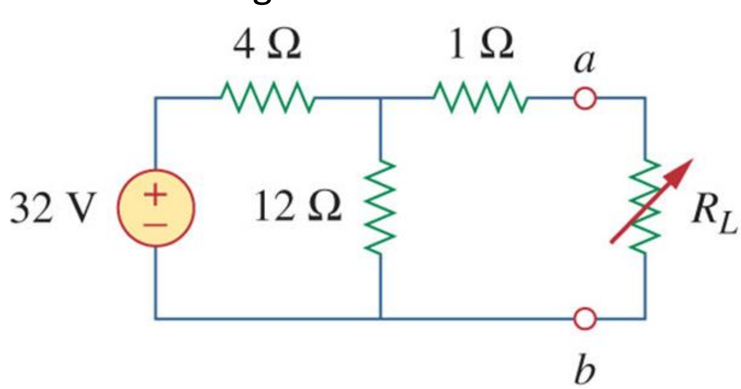
CAPÍTULO 3
TÉCNICAS ADICIONAIS DE ANÁLISE

3.1. Introdução

- Os métodos de análise de circuitos elétricos são ferramentas eficientes.
- Contudo, quando se tem parâmetros não-lineares ou variantes tem-se limitações no uso desses métodos.
- Assim, nesse capítulo vamos apresentar técnicas que permitem simplificar circuitos (e consequentemente a análise), bem como serão introduzidos importantes teoremas de circuitos elétricos.

3.1. Introdução

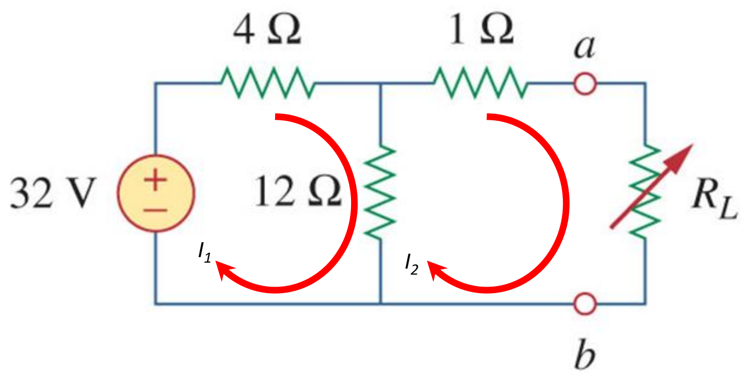
- Para ilustrar as afirmações anteriores vamos considerar o seguinte circuito:



Como a tensão nos terminais *a*-*b* varia em função de R_L?

3.1. Introdução

- Vamos equacionar o circuito por meio do método das correntes de malha:



3.1. Introdução

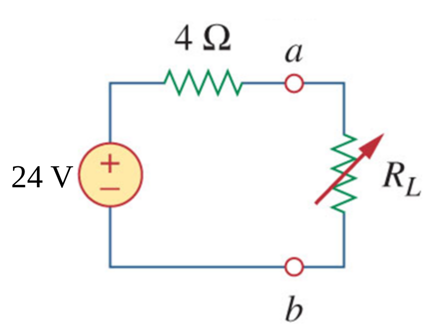
- As equações são as seguintes:
- $\begin{cases} I_1(4+12) - I_2(12) = 32 \\ -I_1(12) + I_2(1+12+R_L) = 0 \end{cases}$
- Da segunda equação, tem-se:
- $I_1 = I_2 \frac{13+R_L}{12}$ substituindo na primeira equação, tem-se:
- $16 I_2 \frac{13+R_L}{12} - 12 I_2 = 32$

3.1. Introdução

- $\left(16\frac{13+R_L}{12} - 12\right) I_2 = 32$
- $\left(4\frac{13+R_L}{3} - 12\right) I_2 = 32$
- $(52 + 4R_L - 36)I_2 = 96$
- $(16 + 4R_L)I_2 = 96$
- $(4 + R_L)I_2 = 24$
- Logo, a tensão V_{ab} será:
- $V_{ab} = \frac{R_L}{4+R_L}24$

3.1. Introdução

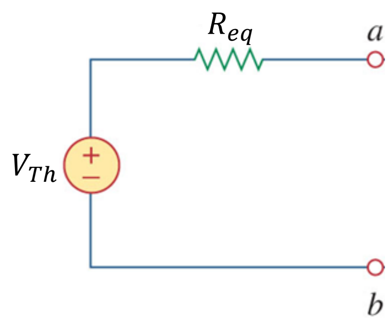
- Observando a última equação vamos realizar uma síntese, ou seja, representar um circuito que se analisado vai conduzir à mesma equação:



A análise se resume, nesse caso, a aplicação da equação do divisor de tensão!

3.2. Equivalente de Thévenin

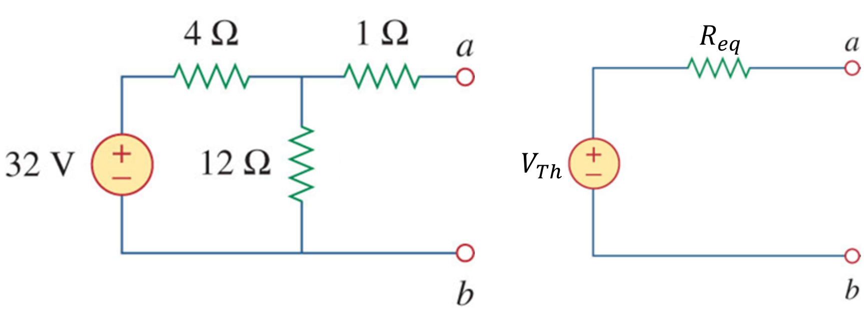
- O equivalente de Thévenin pode ser esquematicamente apresentado da seguinte forma:



Assim, o objetivo é de calcular os parâmetros V_{Th} e R_{eq} nos terminais a e b do circuito.

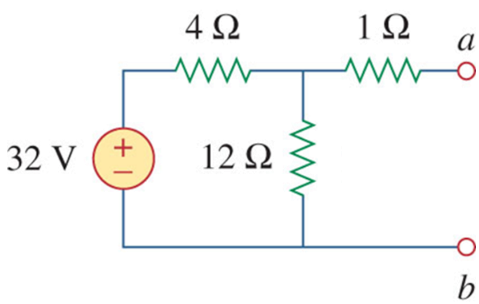
3.2. Equivalente de Thévenin

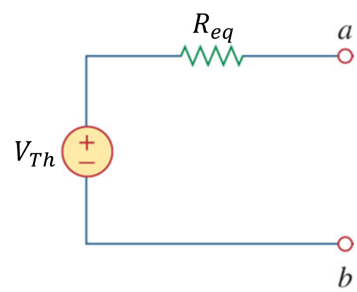
- Cálculo da Tensão de Thévenin



3.2. Equivalente de Thévenin

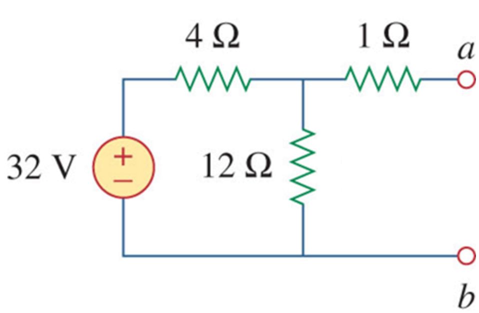
- Cálculo da Resistência Equivalente

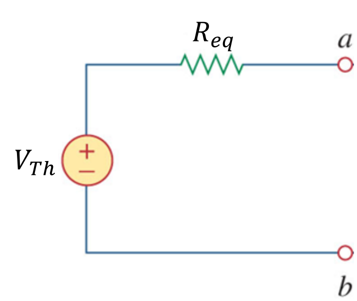




3.2. Equivalente de Thévenin

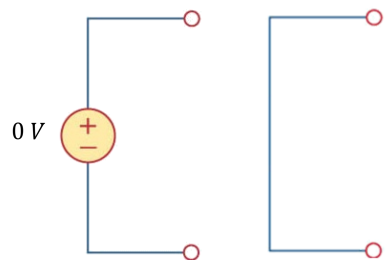
- Cálculo da Resistência Equivalente





3.2. Equivalente de Thévenin

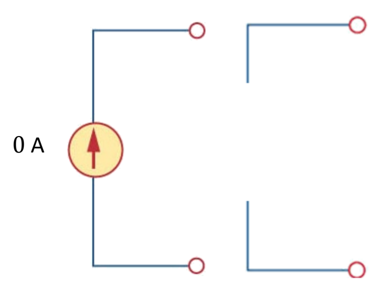
- "Desligando" fontes de alimentação
  - Uma fonte de tensão "desligada" tem entre seus terminais uma tensão igual a zero.



Portanto, para se excluir a influência de uma fonte de tensão no circuito no qual ela se conecta, deve-se substituí-la por uma ramo curto-circuitado.

3.2. Equivalente de Thévenin

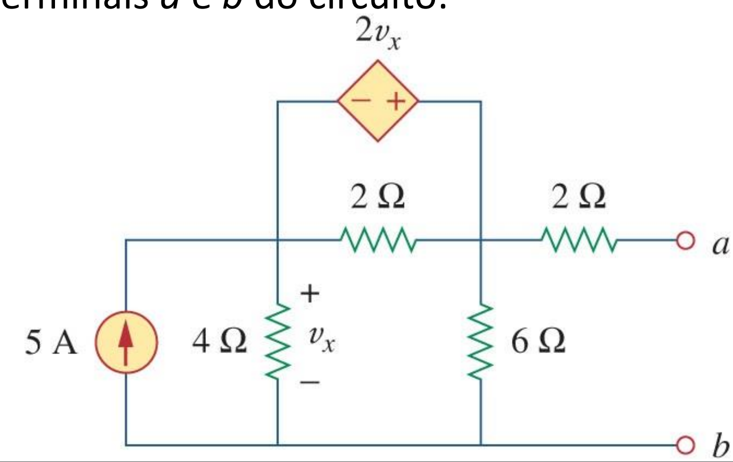
- "Desligando" fontes de alimentação
  - Uma fonte de corrente "desligada" tem uma corrente nula circulando pelo seu ramo.



Portanto, para se excluir a influência de uma fonte de corrente no circuito no qual ela se conecta, deve-se substituí-la por uma ramo aberto.

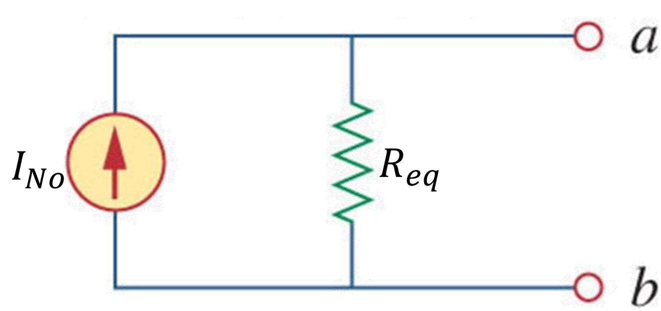
3.2. Equivalente de Thévenin

- Determinar o equivalente de Thévenin nos terminais *a* e *b* do circuito:



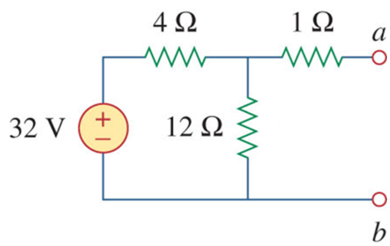
3.3. Equivalente de Norton

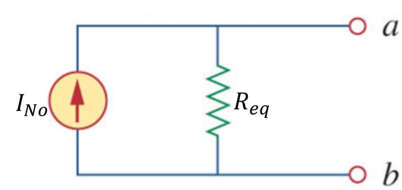
- O equivalente de Norton é equivalente dual do de Thévenin



3.3. Equivalente de Norton

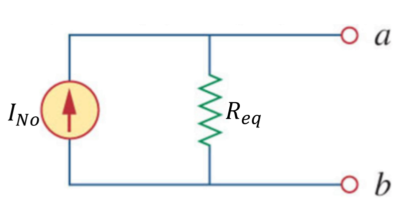
- Cálculo da Corrente de Norton

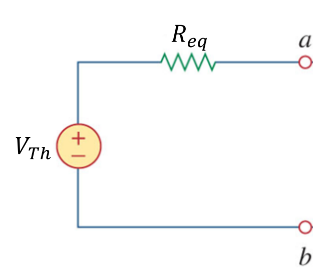




3.4. Equivalente entre fontes

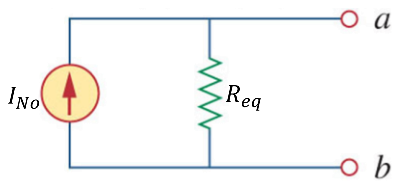
- Vamos calcular o equivalente de Thévenin dado um equivalente de Norton

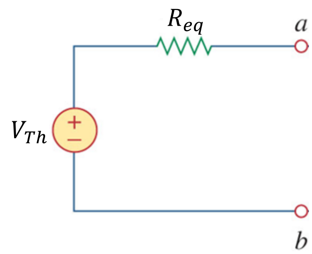




3.4. Equivalente entre fontes

- Vamos calcular o equivalente de Thévenin dado um equivalente de Norton

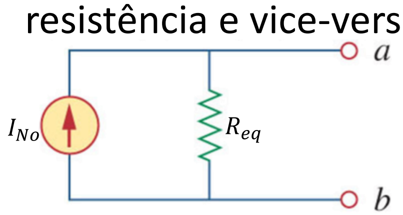


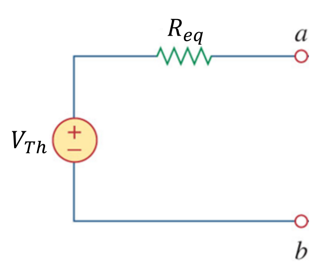


- $V_{Th} = R_{eq} I_{No}$
- Resumindo, a resistência equivalente nos terminais de um circuito pode ser determinada pela razão entre a Tensão de circuito aberto e a corrente de curto-circuito

3.4. Equivalente entre fontes

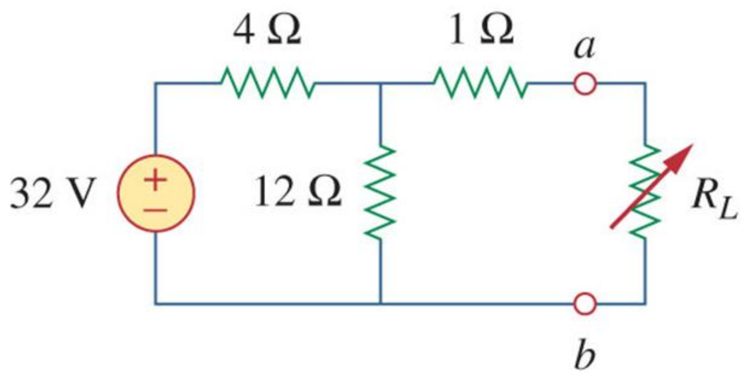
- Além disso tem-se assim uma outra forma de simplificar um circuito elétrico.
- Uma fonte de tensão em série com uma resistência pode ser substituída por uma fonte de corrente em paralelo com essa mesma resistência e vice-versa.



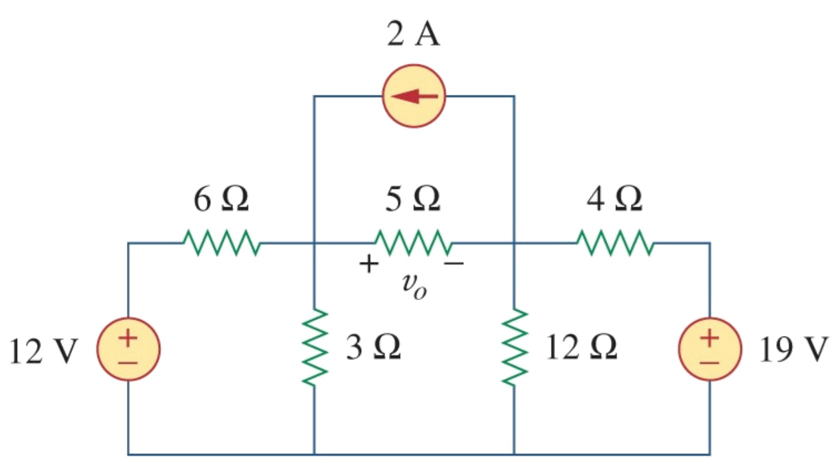


3.4. Equivalente entre fontes

- Vamos simplificar o circuito à seguir empregando essa ferramenta:

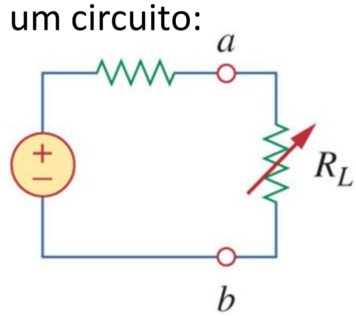


3.4. Equivalente entre fontes



3.5. Teorema da Máxima Transferência de Potência

- Vamos considerar o equivalente de Thévenin nos terminais de um circuito:



- Nosso objetivo será determinar R_L de forma que essa resistência receba a máxima potência possível.

3.5. Teorema da Máxima Transferência de Potência

- A tensão em R_L será:
- $V_L = \frac{R_L}{R_L + R_{eq}} V_{Th}$
- Consequentemente a potência nessa resistência será:
- $P_L = \left(\frac{R_L}{R_L + R_{eq}} V_{Th}\right)^2 \frac{1}{R_L}$
- $P_L = \frac{R_L}{(R_L + R_{eq})^2} {V_{Th}}^2$

3.5. Teorema da Máxima Transferência de Potência

- Para determinar o valor de R_L é necessário derivar P_L em função de R_L e igualar a zero.
- $\frac{\partial P_L}{\partial R_L} = \frac{\left(R_L+R_{eq}\right)^2 - 2R_L\left(R_L+R_{eq}\right)}{\left(R_L+R_{eq}\right)^4} {V_{Th}}^2$
- $\frac{\partial P_L}{\partial R_L} = \frac{{R_L}^2+{R_{eq}}^2+2R_L R_{eq}-2{R_L}^2-2R_L R_{eq}}{\left(R_L+R_{eq}\right)^4} {V_{Th}}^2$
- $\frac{\partial P_L}{\partial R_L} = \frac{{R_{eq}}^2-{R_L}^2}{\left(R_L+R_{eq}\right)^4} {V_{Th}}^2$
- $\frac{\partial P_L}{\partial R_L} = \frac{\left(R_L+R_{eq}\right)\left(R_L-R_{eq}\right)}{\left(R_L+R_{eq}\right)^4} {V_{Th}}^2$
- $\frac{\partial P_L}{\partial R_L} = \frac{R_{eq}-R_L}{\left(R_L+R_{eq}\right)^3} {V_{Th}}^2$

3.5. Teorema da Máxima Transferência de Potência

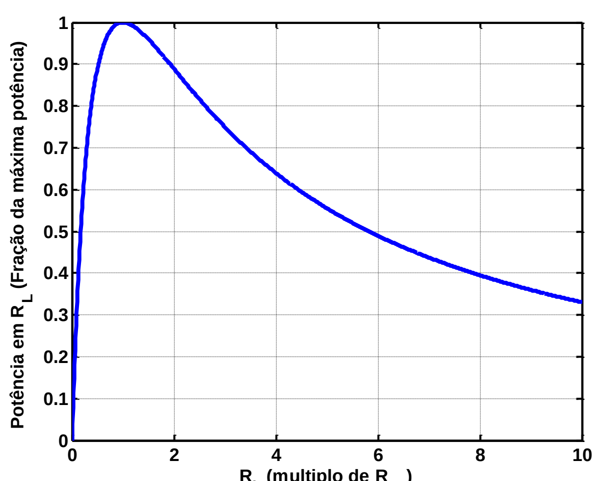
- Para que $\partial P_L/\partial R_L$ seja nula é necessário que:
- $R_{eq} - R_L = 0$
- Ou seja, para que haja a máxima transferência de potência é necessário que a resistência R_L seja igual à resistência equivalente do circuito.
- $R_L = R_{eq}$

3.5. Teorema da Máxima Transferência de Potência

- Assim, a máxima potência possível de ser transferida será de:
- $P_L^{Max} = \frac{R_{eq}}{(R_{eq}+R_{eq})^2} V_{Th}^2$
- $P_L^{Max} = \frac{V_{Th}^2}{4R_{eq}}$

3.5. Teorema da Máxima Transferência de Potência

- Em função de R_L a potência vai variar da seguinte forma:



3.5. Teorema da Máxima Transferência de Potência

- Pelo gráfico anterior é possível verificar que a existe um ponto de inflexão da curva.
- Esse ponto pode ser calculado por meio da derivada segunda da potência.
- $\frac{\partial^2 P_L}{\partial {R_L}^2} = \frac{-\left(R_L+R_{eq}\right)^3 - 2\left(R_{eq}-R_L\right)\left(R_L+R_{eq}\right)^2}{\left(R_L+R_{eq}\right)^6} {V_{Th}}^2$
- $\frac{\partial^2 P_L}{\partial {R_L}^2} = \frac{-\left(R_L+R_{eq}\right) - 2\left(R_{eq}-R_L\right)}{\left(R_L+R_{eq}\right)^4} {V_{Th}}^2$
- $\frac{\partial^2 P_L}{\partial {R_L}^2} = \frac{\left(-3R_{eq}+R_L\right)}{\left(R_L+R_{eq}\right)^4} {V_{Th}}^2$

3.5. Teorema da Máxima Transferência de Potência

- Assim, quando:
- $3R_{eq} - R_L = 0$
- $R_L = 3R_{eq}$
- Tem-se o ponto de inflexão da curva de potência.
- No ponto de inflexão, tem-se ainda:

3.6. Teorema da Superposição de Respostas

- A resposta de um circuito linear a várias excitações simultâneas é igual à soma das respostas individuais a cada uma das excitações.
- A superposição é umas das consequências mais importantes de sistemas lineares.
- Procedimento:
  - Calcula-se a solução para cada fonte, anulando-se as condições iniciais e as demais fontes do circuito.
  - Somam-se as soluções individuais.

3.6. Teorema da Superposição de Respostas