

Escola Politécnica da USP
Departamento de Engenharia de Produção

Modelagem matemática de sistemas dinâmicos

exemplos

Marcelo Pessoa
mpessoa@usp.br
2022

Aula especial

- ❑ Esta seção foi preparada com o objetivo de apresentar algumas questões discutidas em aula

São duas questões principais:

- ❑ Melhor compreensão do domínio das frequências
- ❑ Casos reais de aplicação de sistemas de controle



EPUSP

Domínio das Frequências

... e Laplace?

- ❑ Foi Laplace que inventou a transformada para resolver sistemas de automação?

❑ NÃO

Laplace

- ❑ Segundo Tonidandel e Araújo [2001] a transformada de Laplace teve uma longa trajetória e o marquês **Pierre-Simon de Laplace** (1749-1827) estava envolvido com a questão de solução de equações diferenciais



EPUSP

Laplace - Heaviside

- Na época de Laplace havia um inglês chamado **Heaviside** que chegou perto da transformada para resolver problemas de circuito mas faltou rigor matemático e a solução apresentada, embora similar, apresentava somente a questão no domínio do tempo



Laplace – Doetsch - Pipes

- ❑ A aplicação na solução de circuitos elétricos somente se popularizou da forma que utilizamos hoje em 1937
- ❑ Em 1937 o alemão **Gustav Doetsch** publicou um livro ***Theorie und Anwendung der Laplace-Transformation***
- ❑ Nesse mesmo ano **Louis Albert Pipes** publicou uma primeira aplicação prática em engenharia no artigo ***Laplacian Transform Circuit Analysis***



USP

UNIVERSIDADE DE
SÃO PAULO



EPUSP

Laplace

- ❑ Portanto o uso que temos da transformada em automação é bem mais recente e se deve a Pipes
- ❑ O artigo de Tonidandel mostra toda a saga do uso da transformada até chegar aos nossos dias. Vale a pena conferir.



EPUSP

Domínio das frequências

- ❑ e o Domínio do tempo versus o Domínio das frequências ??
- ❑ Vamos conferir

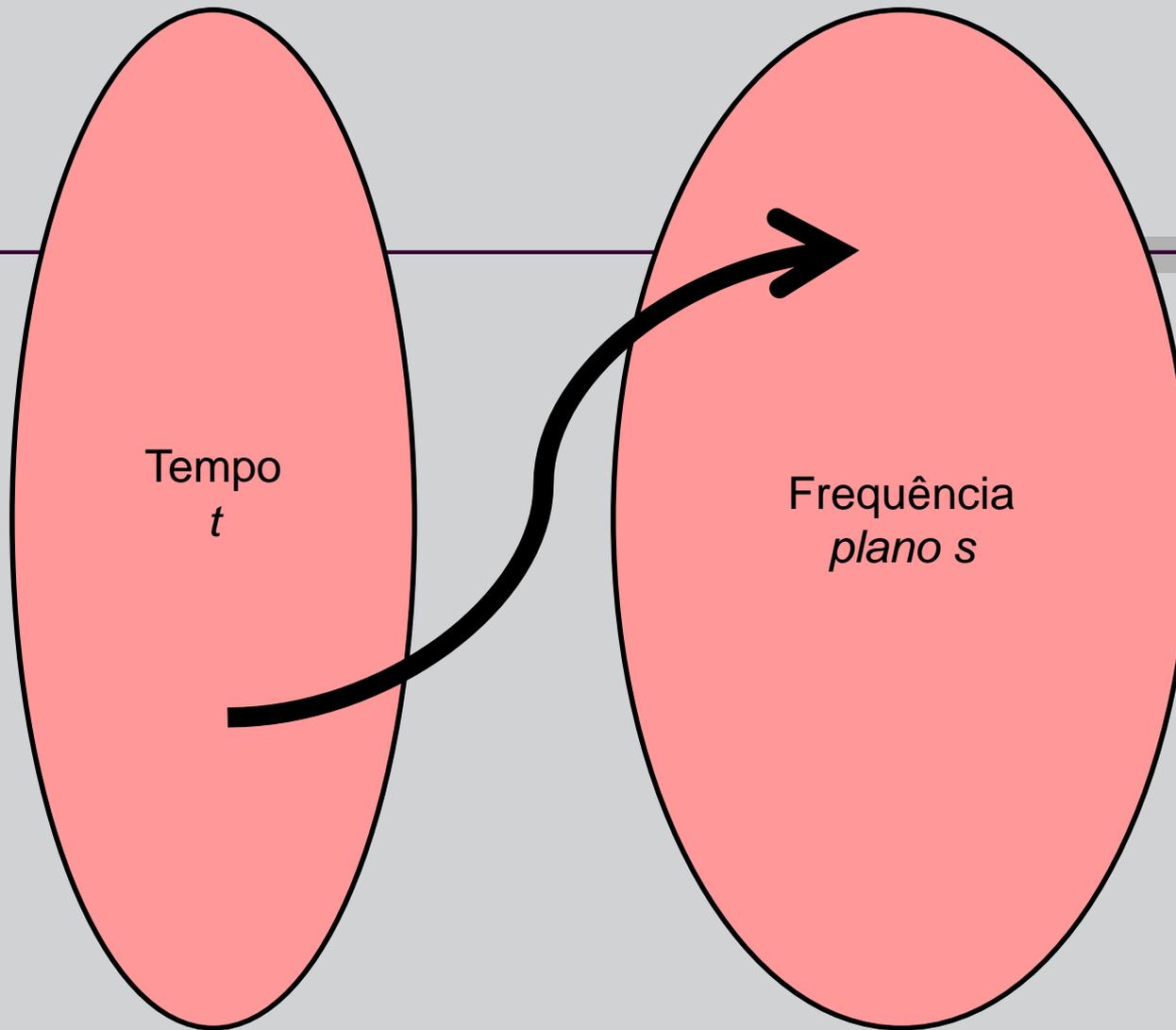


USP

UNIVERSIDADE DE
SÃO PAULO



EPUSP



mapeamento de espaços

A Transformada de Laplace



A transformada de Laplace de $f(t)$ é definida por

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

Como é feita a integração com a variável t o resultado não tem mais essa variável

A variável independente passa a ser s

$$s = \sigma + j\omega$$

recordando

A Transformada de Laplace



- Foram vistas diversas propriedades desta transformação e, na prática, se usa uma tabela de conversão da função no tempo e a sua transformada
- Não devemos esquecer também que a frequência é a variação no tempo, ou seja:

$$f = 1/t$$

recordando

Domínios...

- ❑ **Vamos ver três vídeos de professores que falam dessa questão**



EPUSP

Domínio das frequências canal descontrolado

Domínio do Tempo x Domínio da
Frequência



do

Domínio das frequências

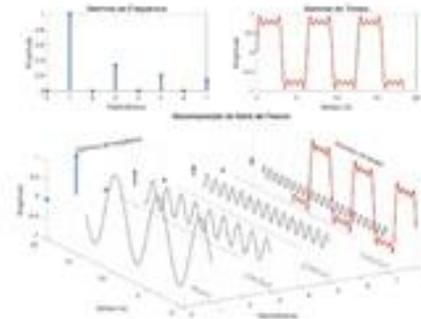
Anísio Braga - UFMG



EPUSP

Sinais

Domínio do Tempo
Domínio da frequência



- Relação entre domínio do tempo e domínio da frequência (série de Fourier).
- Espectro de potência e a métrica de valor eficaz ou *RMS*.
- Distorção Harmônica e Fator de potência verdadeiro

ANÍSIO R. BRAGA,
COLTEC-UFMG



Domínio das frequências

Treinatek



FADE DE
AULO



SP

Domínio das frequências

- ❑ Um gráfico no domínio do tempo mostra como um sinal varia ao longo do tempo
(isso se mede no osciloscópio)
- ❑ Um gráfico no domínio da frequência mostra quanto do sinal reside em cada faixa de frequência
(isso se mede no analisador de espectro)

Wikipedia

Casos de Aplicações

Aplicações

- ❑ Uso da função de transferência
- ❑ Uso dos sistemas de controle



USP

UNIVERSIDADE DE
SÃO PAULO



EPUSP

Pêndulo invertido

Vinicius - TCC



USP

UNIVERSIDADE DE
SÃO PAULO



EPUSP



3:00 min

2015

Mauro Spinola - Marcelo Pessoa - Modelagem

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Departamento de Engenharia de Produção

20

Pêndulo invertido

Igor, Péricles, Raphael, Robson - UFBA



USP

UNIVERSIDADE DE
SÃO PAULO



EPUSP

Pêndulo invertido

- ❑ Mas, para que serve isso além de mostrar a implementação de um modelo complicado?
- ❑ Veja uma aplicação em robôs

Pêndulo invertido

UFSC

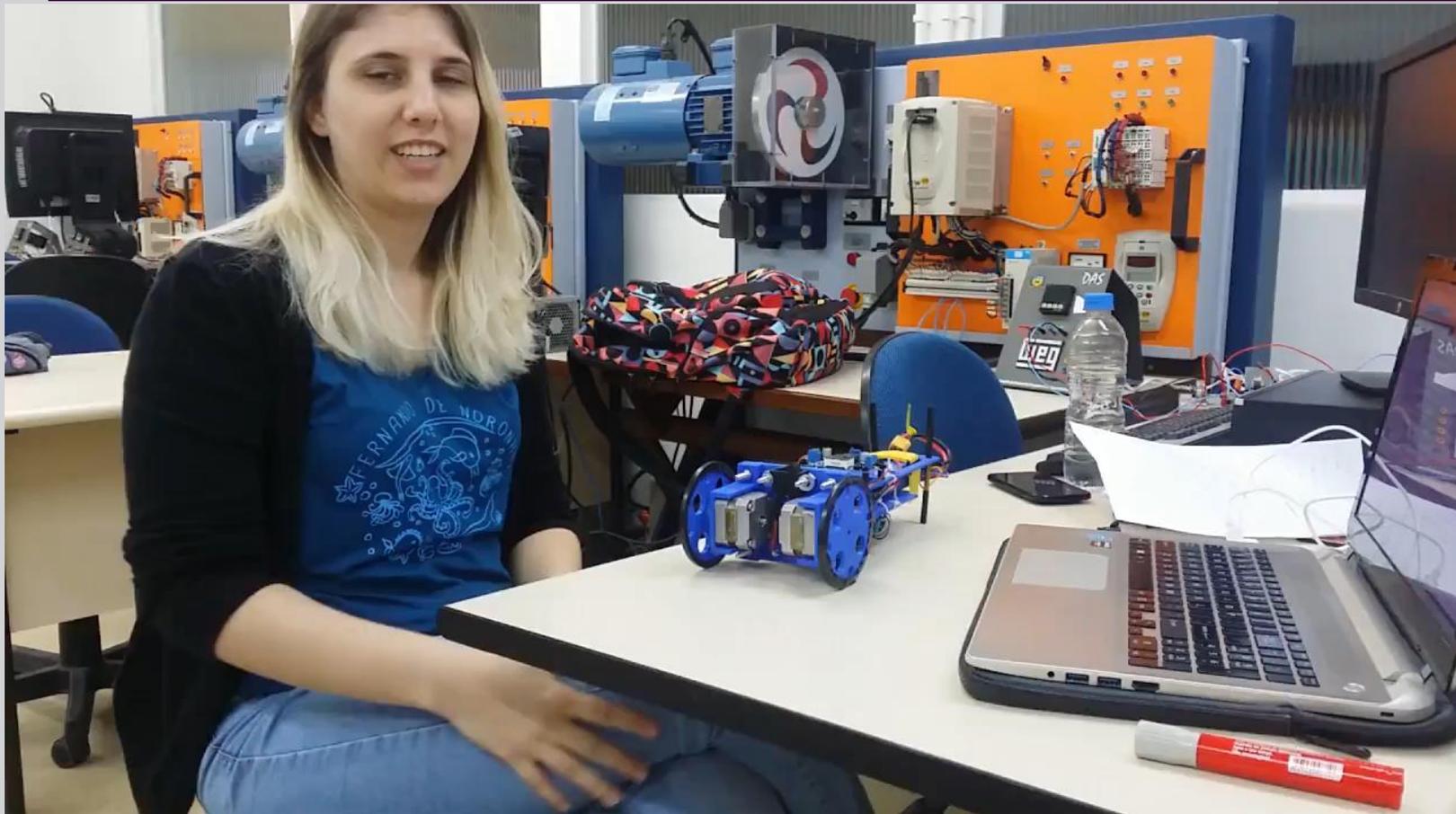


USP

UNIVERSIDADE DE
SÃO PAULO



EPUSP



1:31 min

2015

Mauro Spinola - Marcelo Pessoa - Modelagem

23

Controle PID de robô

Wagner Rambo

- Controle de posicionamento do robô
- Usa arduino
- Utiliza sensor de ultrassom para detectar a distância do robô a um obstáculo
- Implementou em linguagem C
- A demonstração mostra o funcionamento em malha aberta e depois em malha fechada com o controlador PID



USP

UNIVERSIDADE DE
SÃO PAULO



EPUSP

Controle PID em robôs

Wagner Rambo



USP

UNIVERSIDADE DE
SÃO PAULO



EPUSP

20:20 min
25

Suspensão ativa

Caso da BOSE – Edu Vasconcelos

- ❑ Essa é uma aplicação real em uma suspensão ativa construída pela Bose
- ❑ Observar a diferença entre o desempenho de uma suspensão tradicional, passiva, e a suspensão ativa que altera a posição da cabine do veículo para compensar as variações de altura do solo



EPUSP

Suspensão ativa

Caso da BOSE – Edu Vasconcelos



UNIVERSIDADE DE
SÃO PAULO



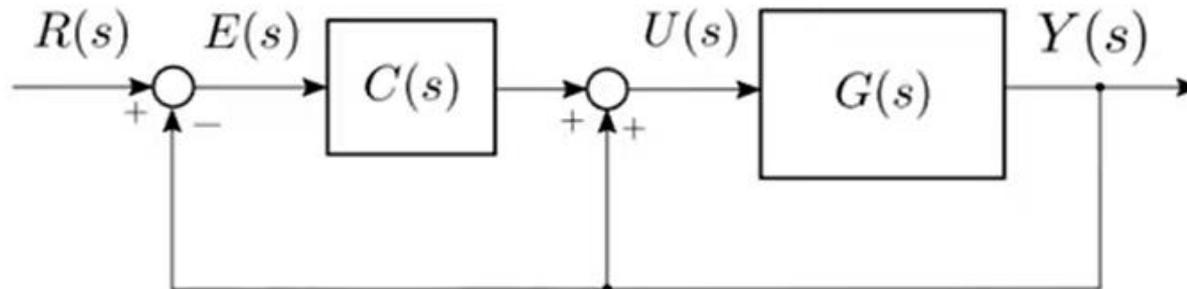
EPUSP



Função de Transferência

Função de Transferência

- Determinar a função de transferência de MF, isto é, a transferência de $R(s)$ para $Y(s)$



Função de Transferência



EPUSP

- ❑ Como determinar o comportamento desse sistema com relação à variável de referência $R(s)$
- ❑ Em outras palavras, quero o comportamento do sistema $Y(s)/R(s)$

Função de Transferência

Prof Pedro Augusto Univ. Fed. Uberlândia



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO



EPUSP

Aula 6

Controle de Sistemas Lineares

24 de Agosto de 2020, Uberlândia, MG

Prof. Pedro Augusto

UFU Universidade Federal de Uberlândia

FENEC

1

12:56 20/07/2020



2:00 min
31

2015

Mauro Spinola - Marcelo Pessoa - Modelagem

Bibliografia

- ❑ Tonidandel e Araújo . ***Transformada de Laplace: uma obra de engenharia***. Revista Brasileira de ensino de física. 2001.
- ❑ Wikipedia Domínio da frequência. Acesso em 16/9/2022
- ❑ Canal descontrola - ***Sinais e Sistemas 36 - O que é o domínio da Frequência*** <https://youtu.be/E2wLfPIS1Vc> Acesso em 17/9/2022
- ❑ Treinatek ***Curso de Análise de vibrações: relações entre o Domínio do tempo e da Frequência*** <https://youtu.be/eDo6ShGpSFE> acesso em 16/9/2022
- ❑ Braga,, Anísio. ***Sinais – Domínio do Tempo e Domínio da Frequência***. UFMG, https://youtu.be/v_dhWDZs0KQ acesso em 16/9/2022
- ❑ Vinicius. ***Controle Moderno Aplicado ao Pêndulo Invertido*** <https://www.youtube.com/watch?v=Pf79Z32B5Kk> acesso em 16/9/2022

Bibliografia

- ❑ Igor, Péricles, Raphael, Robson ***Pêndulo Invertido***
<https://www.youtube.com/watch?v=Vk770Sagcxs> UFBA acesso em 16/9/2022
- ❑ ? ***Pêndulo Invertido em duas rodas – instrumentação e controle DAS***
– UFSC obtido em 16/9//2022
- ❑ Wagner Rambo ***PID básico para robôs*** - <https://youtu.be/PIsZNNjpNkE>
WR kits obtido em 16/9/2022
- ❑ Edu Vasnconcelos ***Suspensão eletromagnética – o futuro chegou*** -
<https://youtu.be/FY0fzVOoEIY> obtido em 16/9/2022
- ❑ Pedro Augusto ***Aula 6 Vantagens da Realimentação – Resposta de sistemas de 1ª ordem*** <https://www.youtube.com/watch?v=m7kvuJrWbdw>
UFU – Federal de Uberlândia. acesso em 16/9/2022

Escola Politécnica da USP
Departamento de Engenharia de Produção

Modelagem matemática de sistemas dinâmicos

exemplos

Marcelo Pessoa
mpessoa@usp.br
2022