

# [3] – Dinâmica de sistemas



EPUSP

## PRO3252 Automação e Controle

**Mauro de Mesquita Spinola**

**Marcelo Schneck de Paula Pessoa**

**EPUSP-PRO**

# As perguntas de hoje

- ❑ Como podemos avaliar o desempenho de um sistema dinâmico?
- ❑ E como podemos avaliar um sistema de controle que estamos projetando?

# Esta aula

- ❑ **Conceitos importantes**
- ❑ **Diagramas causais**
- ❑ **Diagramas e equações de Forrester**
- ❑ **Exemplo: simulação de sistemas contínuos**



# Conceitos importantes



EPUSP

## □ sistema

- Combinação de **componentes** que **interagem** e realizam um um certo objetivo
- Exs. automóvel, cidade, linha de montagem, economia, corpo humano, sistema digestivo etc.
- Jay W. Forrester estudou os sistemas industriais (1961) e depois aplicou os mesmos conceitos a sistemas sociais e econômicos

## □ abordagem sistêmica

- enfatiza as conexões entre as várias partes que constituem um todo

# Conceitos importantes

## □ planta

- objeto físico a ser controlado
- Exs.: forno, avião, reator químico

## □ processo

- operação a ser controlada
- Exs.: químico, econômico, biológico

# Conceitos importantes

## □ modelo

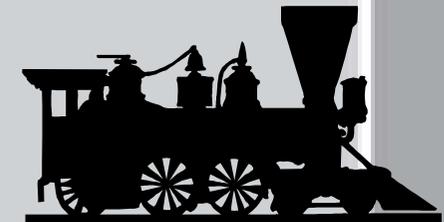
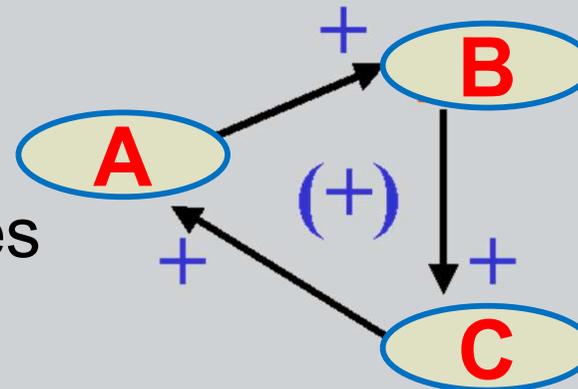
- **Representação abstrata** de um sistema real
- **Simplificação**: a essência da construção de um modelo
- composto por:
  - um conjunto de **definições** que permitem identificar os elementos que constituem o modelo
  - um conjunto de **relações** que especificam as interações entre os elementos que aparecem no modelo



# Conceitos importantes

## □ modelo pode ser:

- físico
- concepção mental
- matemático
- computacional
- uma combinação destes



# Conceitos importantes

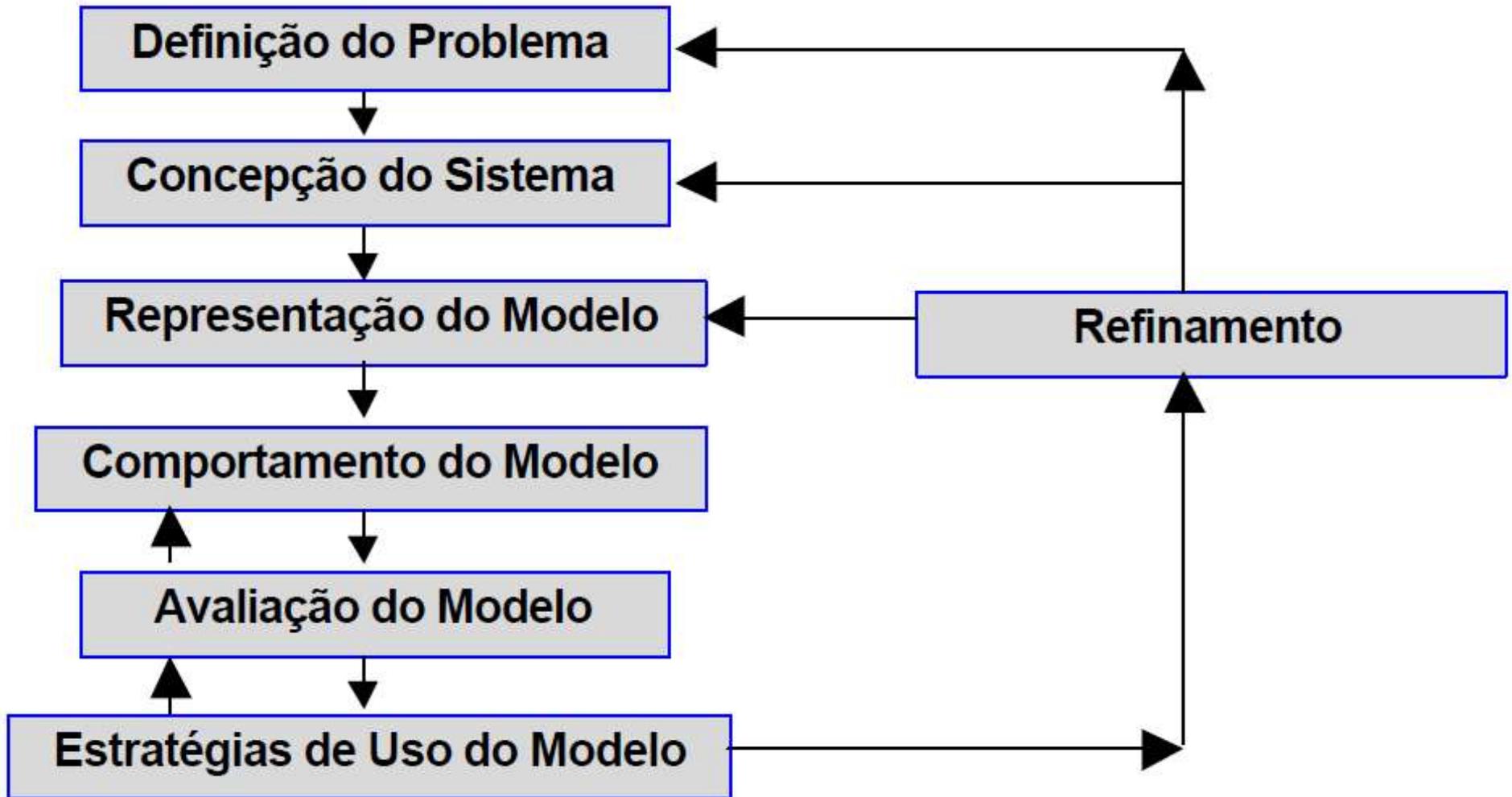


EPUSP

## □ simulação

- **imitar** alguma coisa (ex. criança brincando de casinha)
- geralmente envolve algum tipo de **modelo** ou representação simplificada

# Etapas para modelagem e simulação



# Conceitos importantes



EPUSP

**All models are  
wrong, some are  
useful**

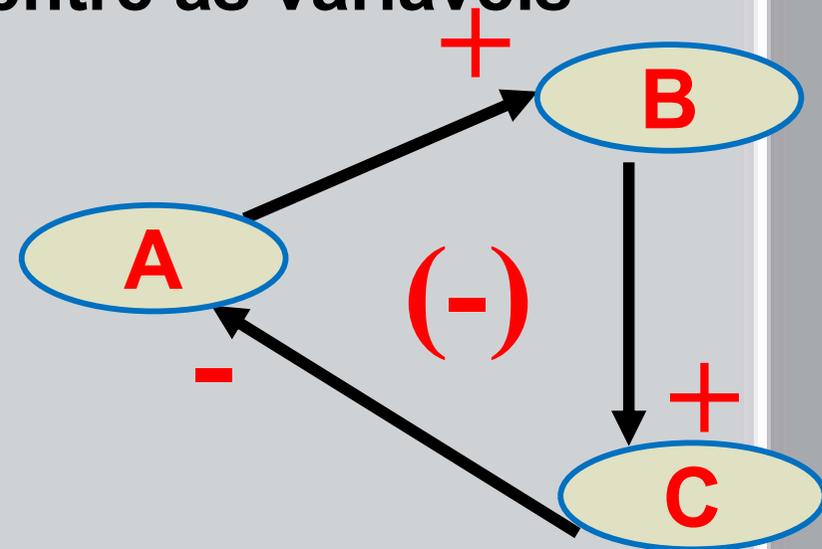
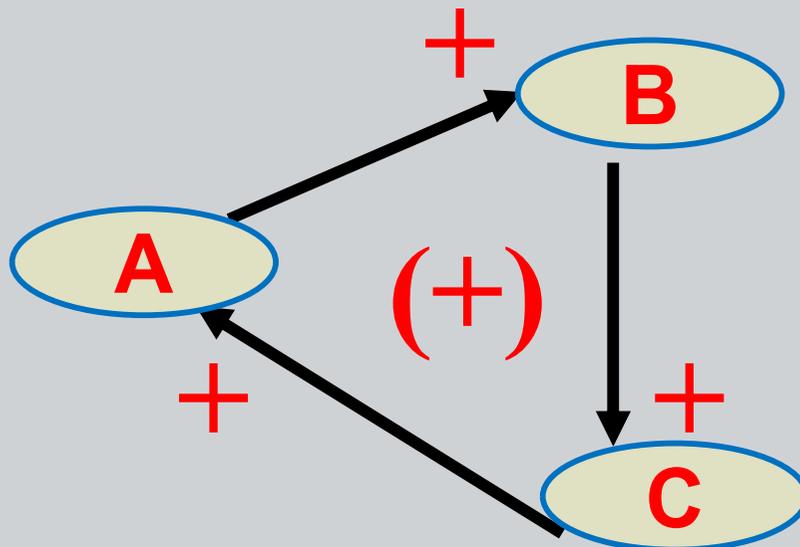
**George Edward Pelham Box**

# Diagramas causais

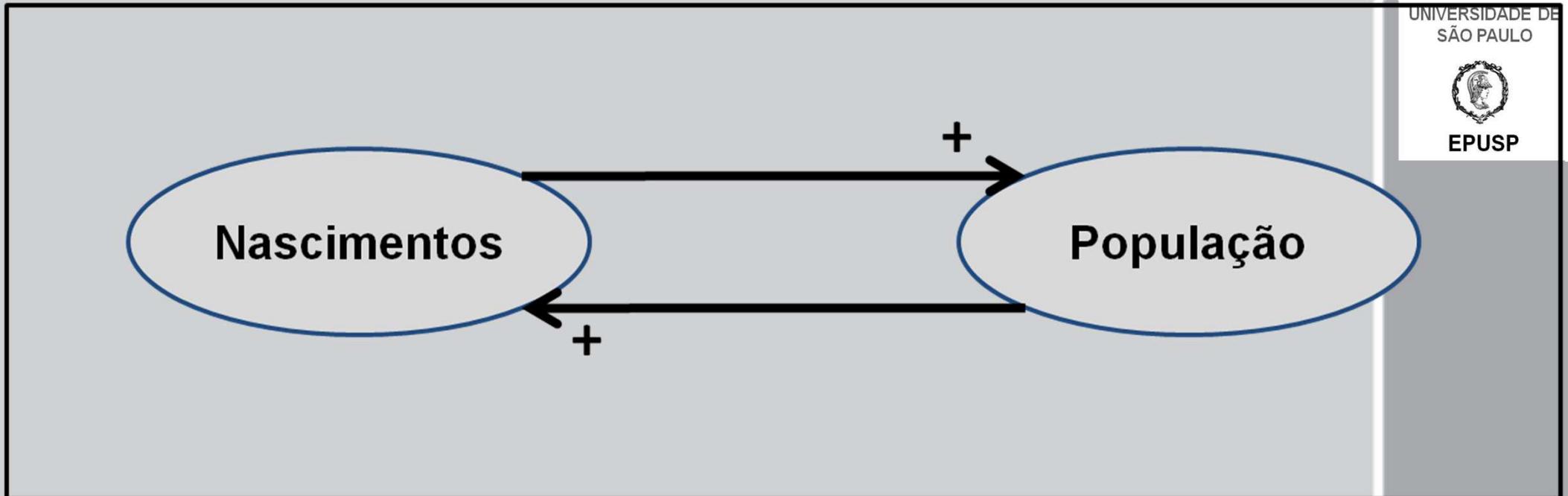


# Diagramas causais

- ❑ Relação causa-efeito
- ❑ Permitem conhecer a estrutura de um sistema dinâmico
- ❑ Especificam as variáveis do sistema
- ❑ Estabelecem as relações entre as variáveis



# Diagramas causais



## □ exemplos

- crescimento de uma população

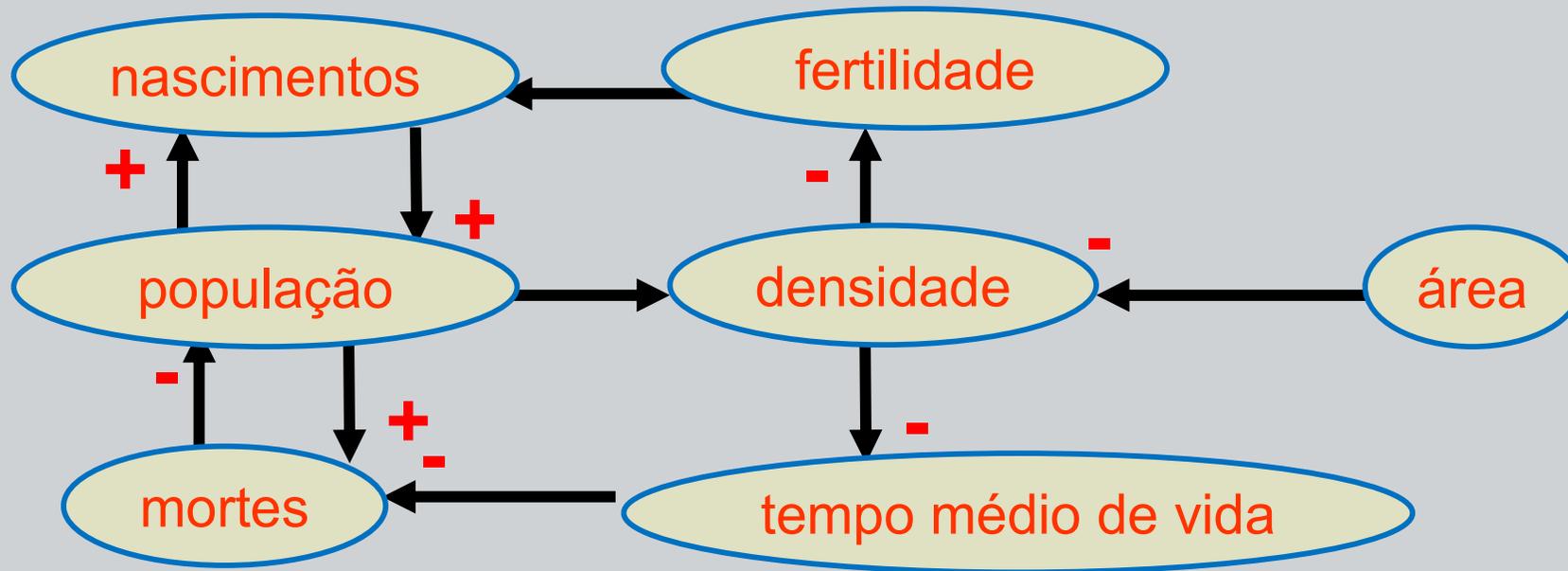
# Diagramas causais



## □ exemplos

- crescimento e regulação de uma população

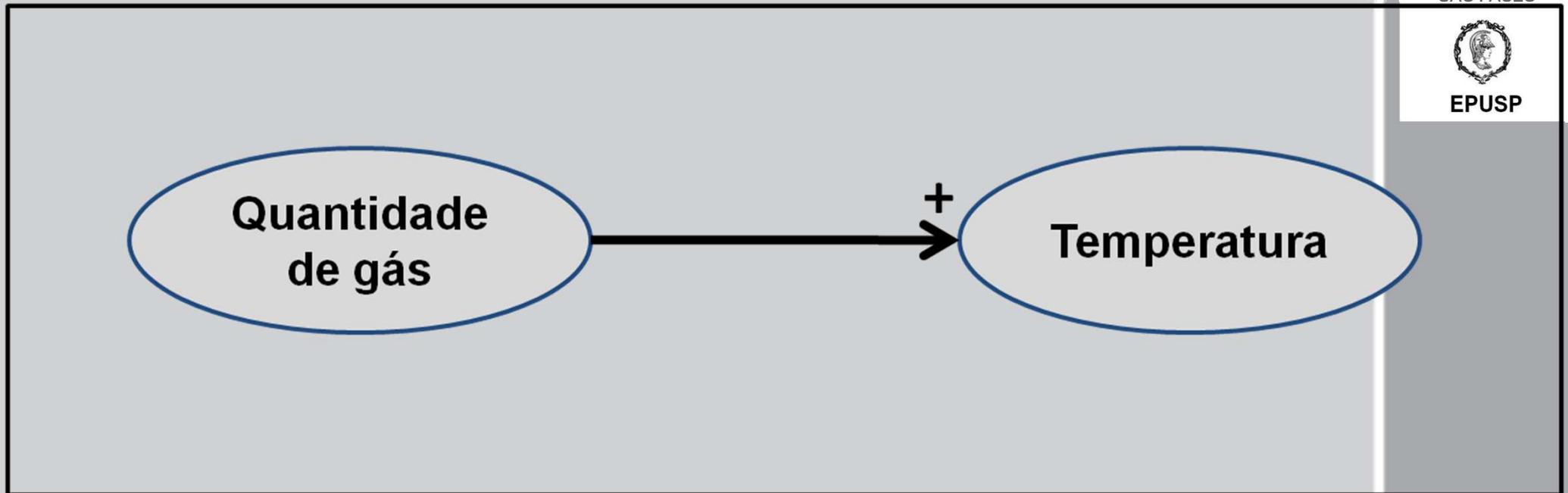
# Diagramas causais



## □ exemplos

- crescimento e regulação de uma população

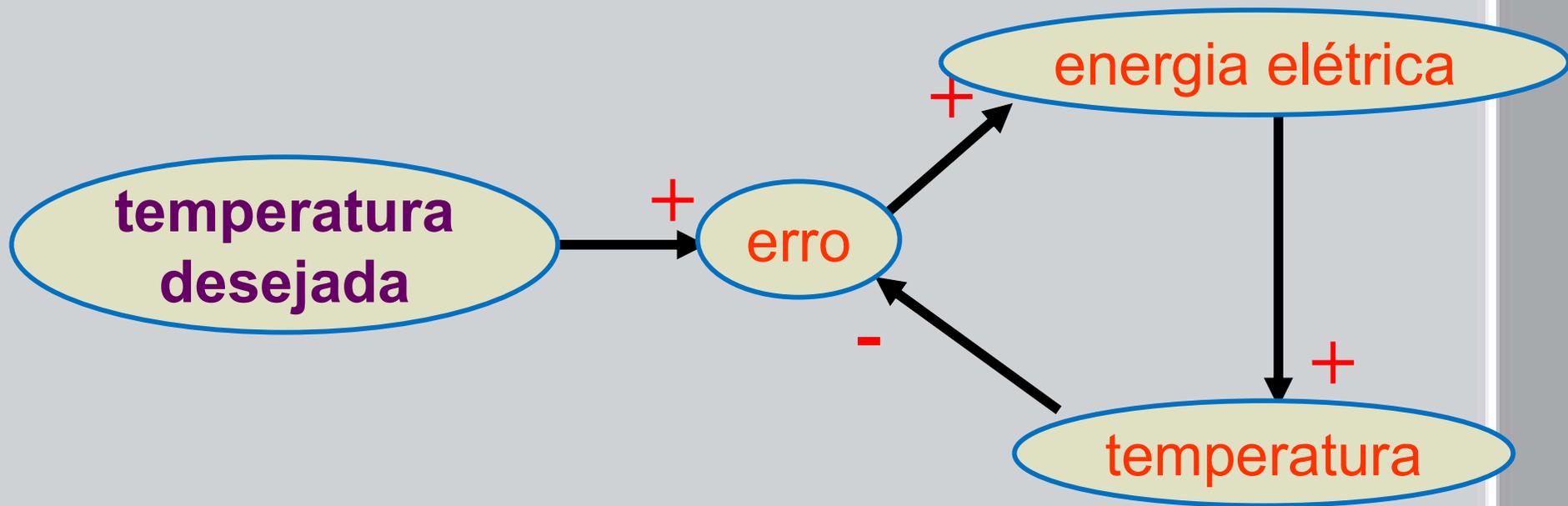
# Malha aberta e fechada



- Malha aberta, exemplo: forno de um fogão doméstico

# Malha aberta e fechada

- ❑ Malha fechada, exemplo: forno de uma padaria



# Exercício:

- Observar o diagrama causal e explicar o fenômeno
  
- Tempo: 5 minutos



# Exercício: ler diagramas causais

(Prof. João Arantes)

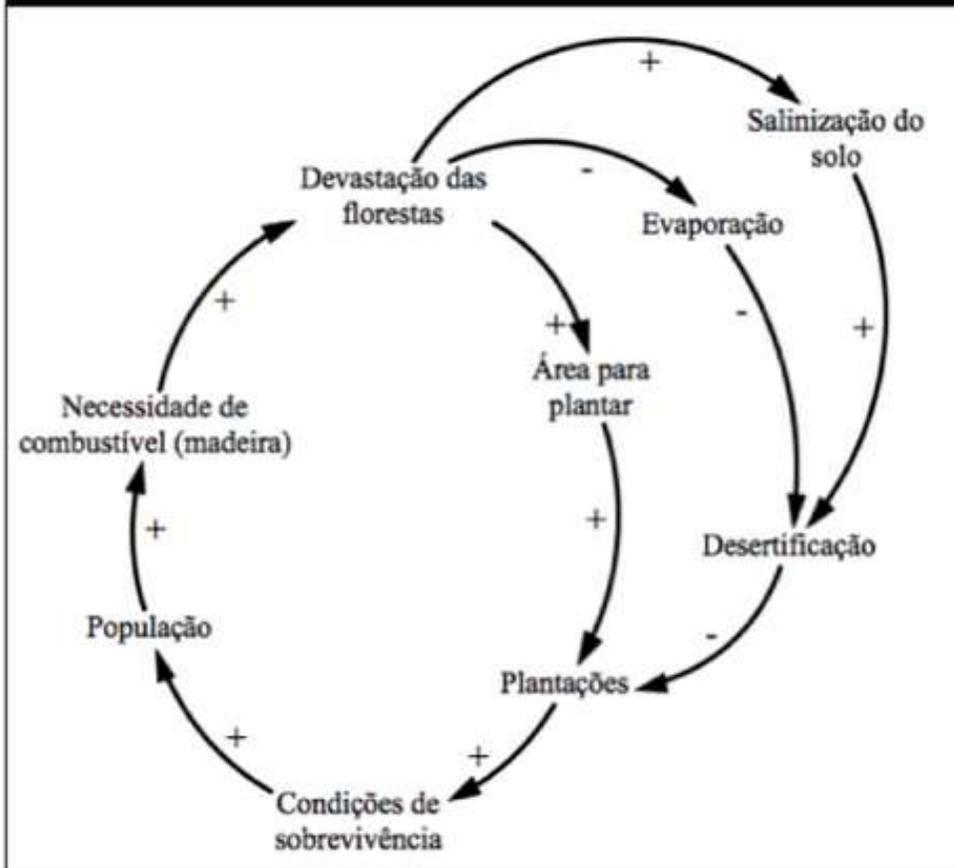


PRO

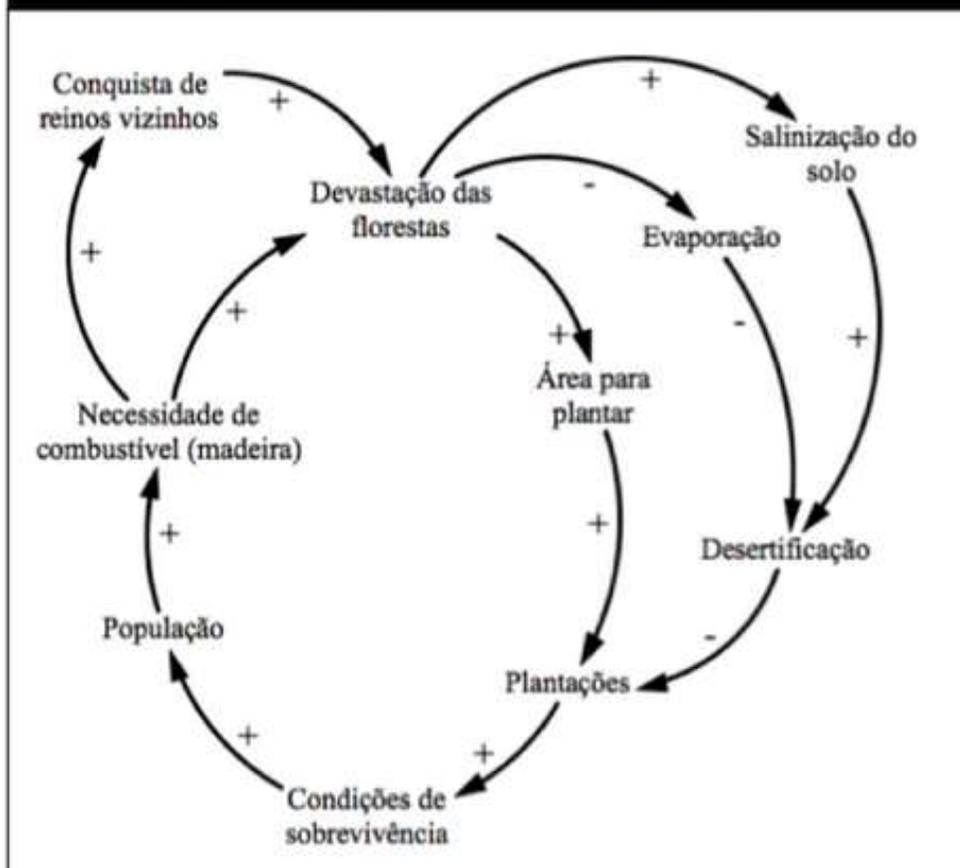
USP

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

## CONSEQUÊNCIAS DA DEVASTAÇÃO



## CRESCIMENTO E CONQUISTA

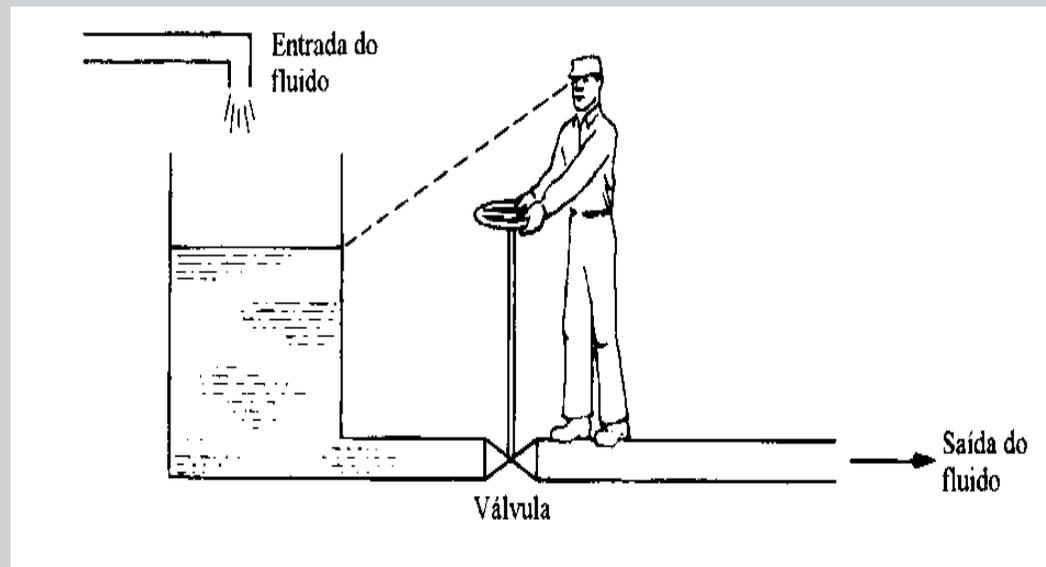


# Exercício

- ❑ Um sargento parava todo dia às 9 horas da manhã em uma joalheria e acertava o seu relógio com um cronômetro colocado na janela. Certo dia, o sargento entrou na loja e indagou o seu proprietário acerca da precisão do cronômetro. “Este cronômetro está de acordo com a hora do observatório nacional”? “Não”, respondeu o proprietário. “Eu o acerto todos os dias às 5 horas da tarde com o tiro do canhão do forte”. E continuou: “Diga-me, sargento, por que o senhor para todos os dias em frente a minha loja e observa o seu relógio”. O sargento então respondeu: “Eu acerto o meu relógio com o seu cronômetro, pois sou eu quem dispara o canhão do forte”.
- O sistema descrito acima é de malha aberta ou fechada?
  - Se o cronômetro da joalheria atrasa 1 minuto a cada 24 horas e o relógio do sargento atrasa 1 minuto a cada 8 horas, qual é o erro entre a hora que o canhão deveria ser disparado e a hora em que é efetivamente disparado após 15 dias? Considere como instante inicial aquele em que o sargento dispara um tiro de canhão pela primeira vez.

# Exercício

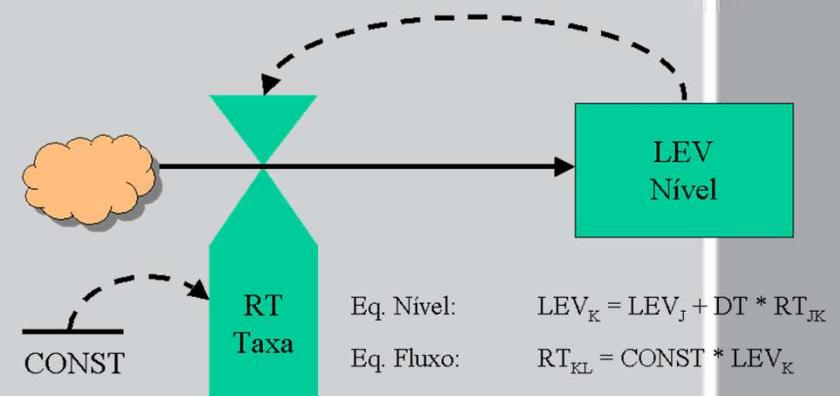
- ❑ Sistema de controle manual. Sistemas de controle usavam no passado um operador humano como parte do sistema de controle de malha fechada. Desenhe o diagrama de blocos do sistema mostrado abaixo.



# Diagramas e equações de Forrester

## □ Diagramas de Forrester

- variável de **NÍVEL** (variável de estado)
  - Exs. nível, temperatura, número de carros num estacionamento
- variável de **FLUXO** (taxa, variação de algum nível no tempo)
  - Exs. vazão, taxa de entrada de automóveis num estacionamento



# Diagramas e equações de Forrester

## □ Símbolos

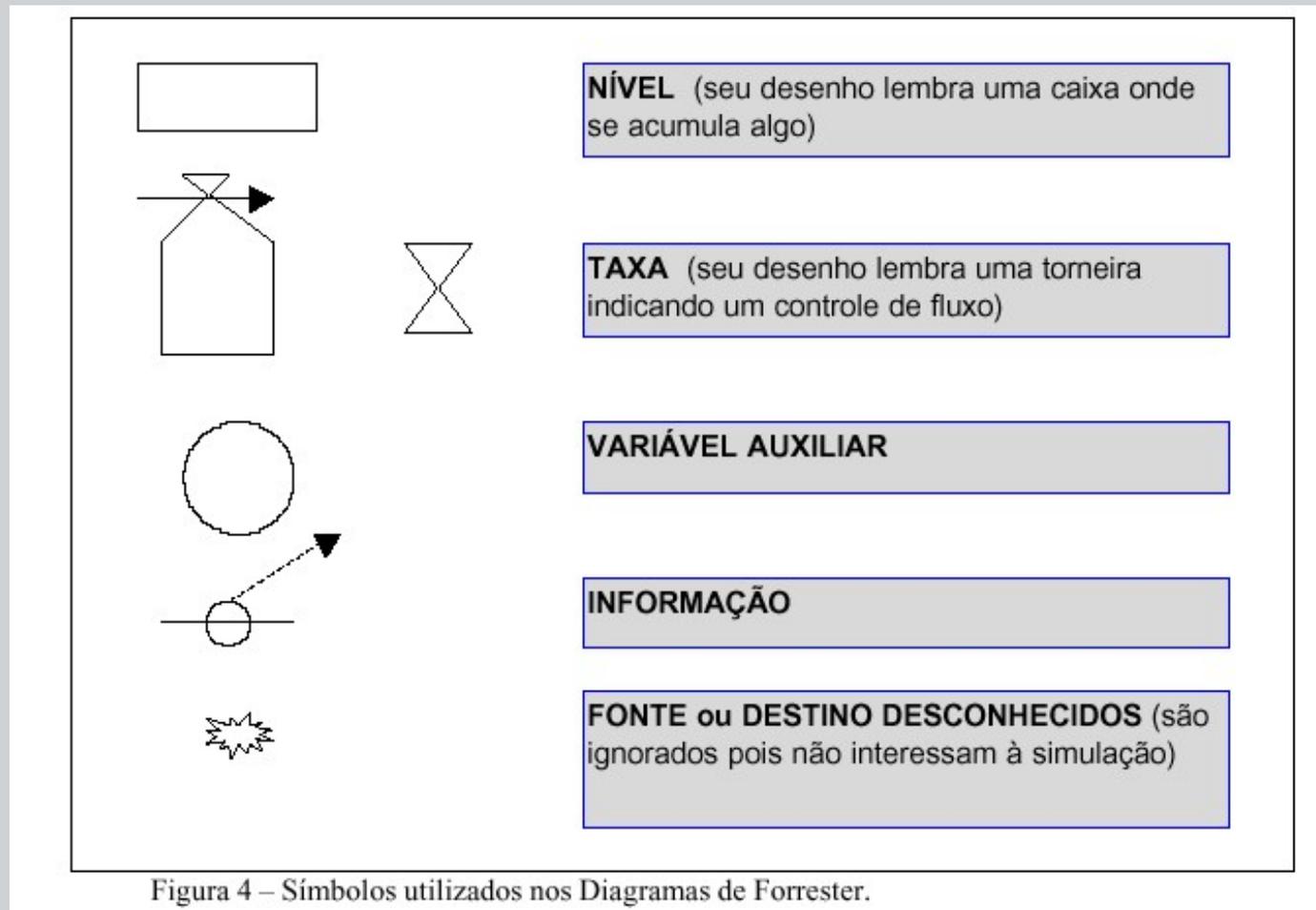
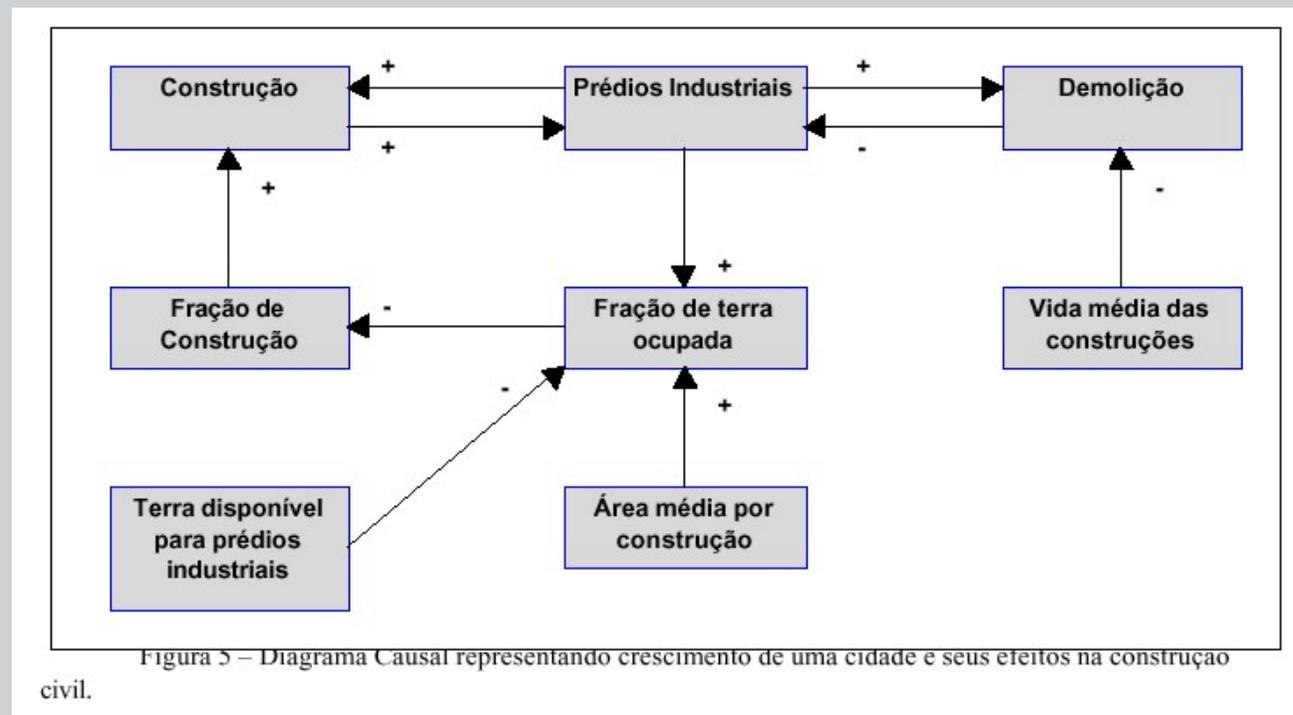


Figura 4 – Símbolos utilizados nos Diagramas de Forrester.

# Diagramas e equações de Forrester

## □ Exemplo: crescimento de uma cidade e seus efeitos na construção civil



# Diagramas e equações de Forrester

## □ Exemplo: crescimento de uma cidade e seus efeitos na construção civil

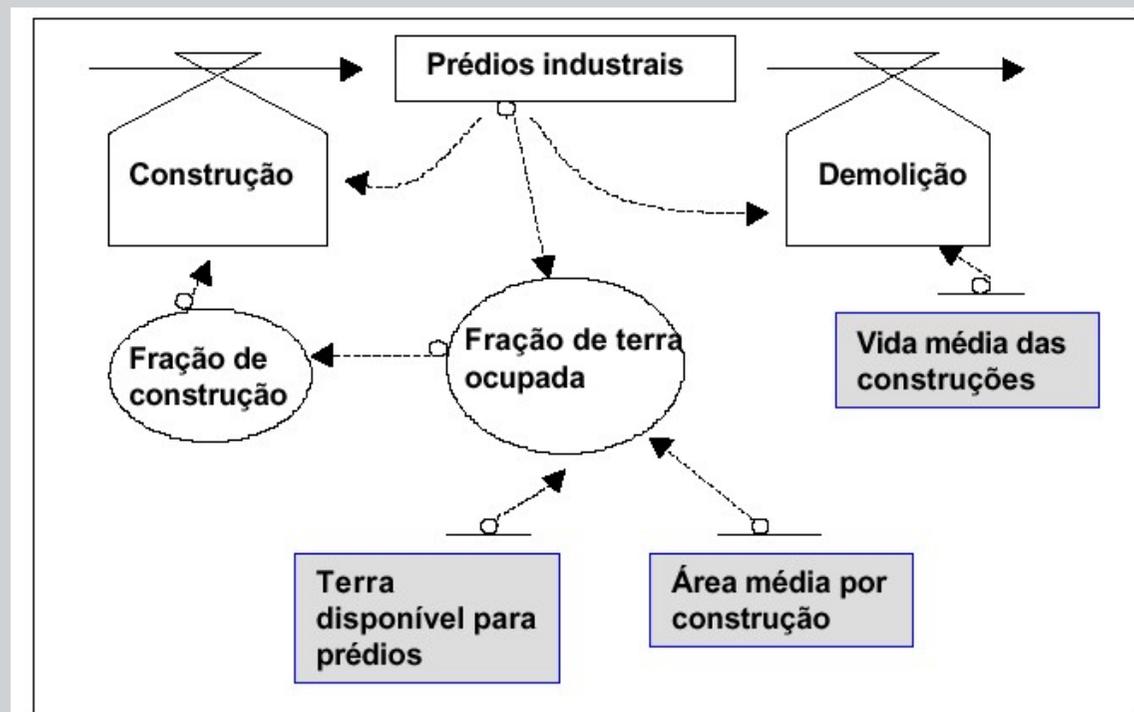


Figura 6 – Diagrama de Forrester para o crescimento da cidade.

# Forno de padaria



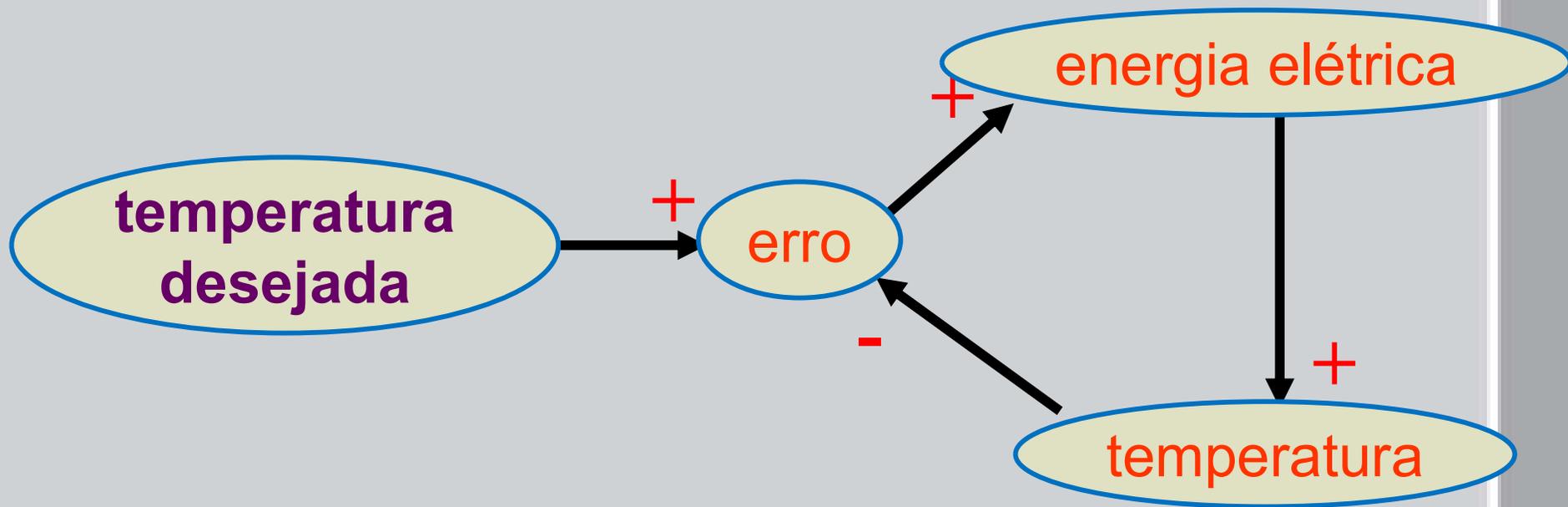
EPUSP

## Controle de temperatura:

- Fazer o diagrama causal do fenômeno (Fig.3.6)
- Fazer o diagrama de Forrester (Fig.3.8)
- Escrever as equações de Forrester
- Simular em planilha Excel
- Simulação no Vensim

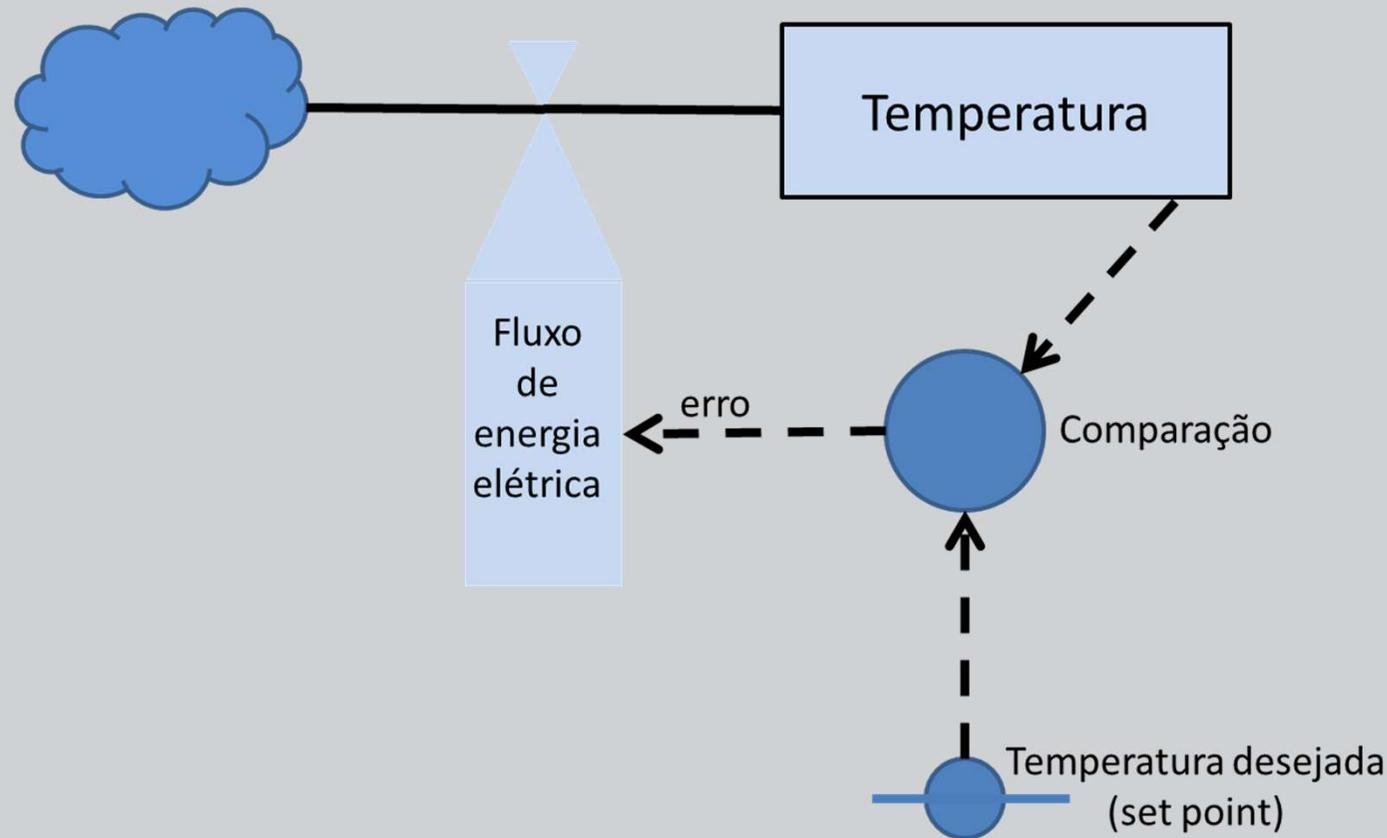
# Forno de padaria

## □ Diagrama causal



# Forno de padaria

## □ Diagrama de Forrester

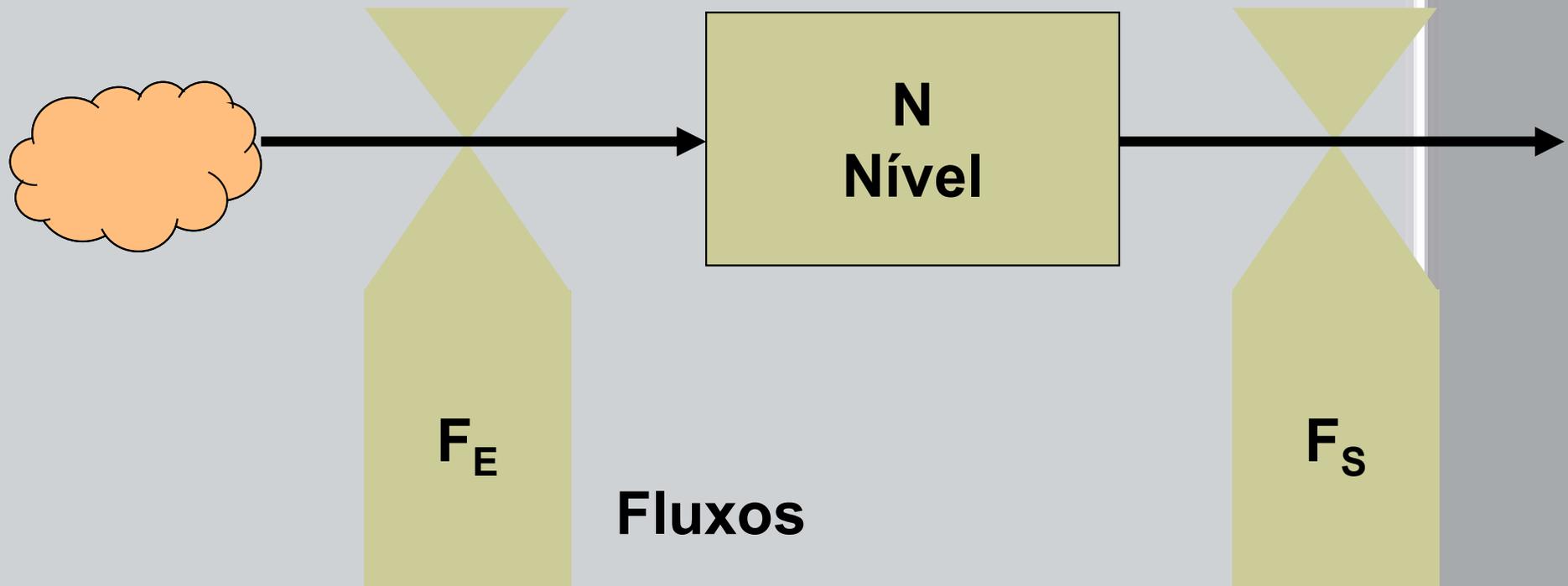


# Exercício

- ❑ Usando a notação, fazer o diagrama de Forrester do crescimento populacional
  
- ❑ Tempo: 5 minutos

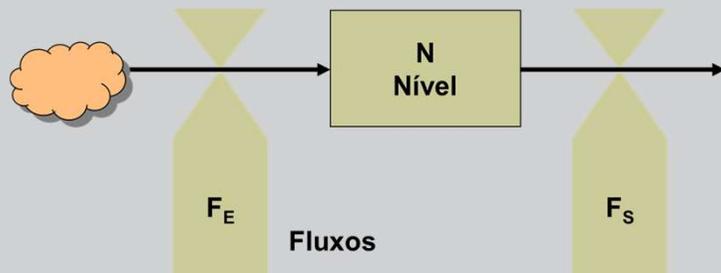


# Diagramas e equações de Forrester



# Diagramas e equações de Forrester

## □ Equações do modelo



$$\frac{dN(t)}{dt} = F_E(t) - F_S(t)$$

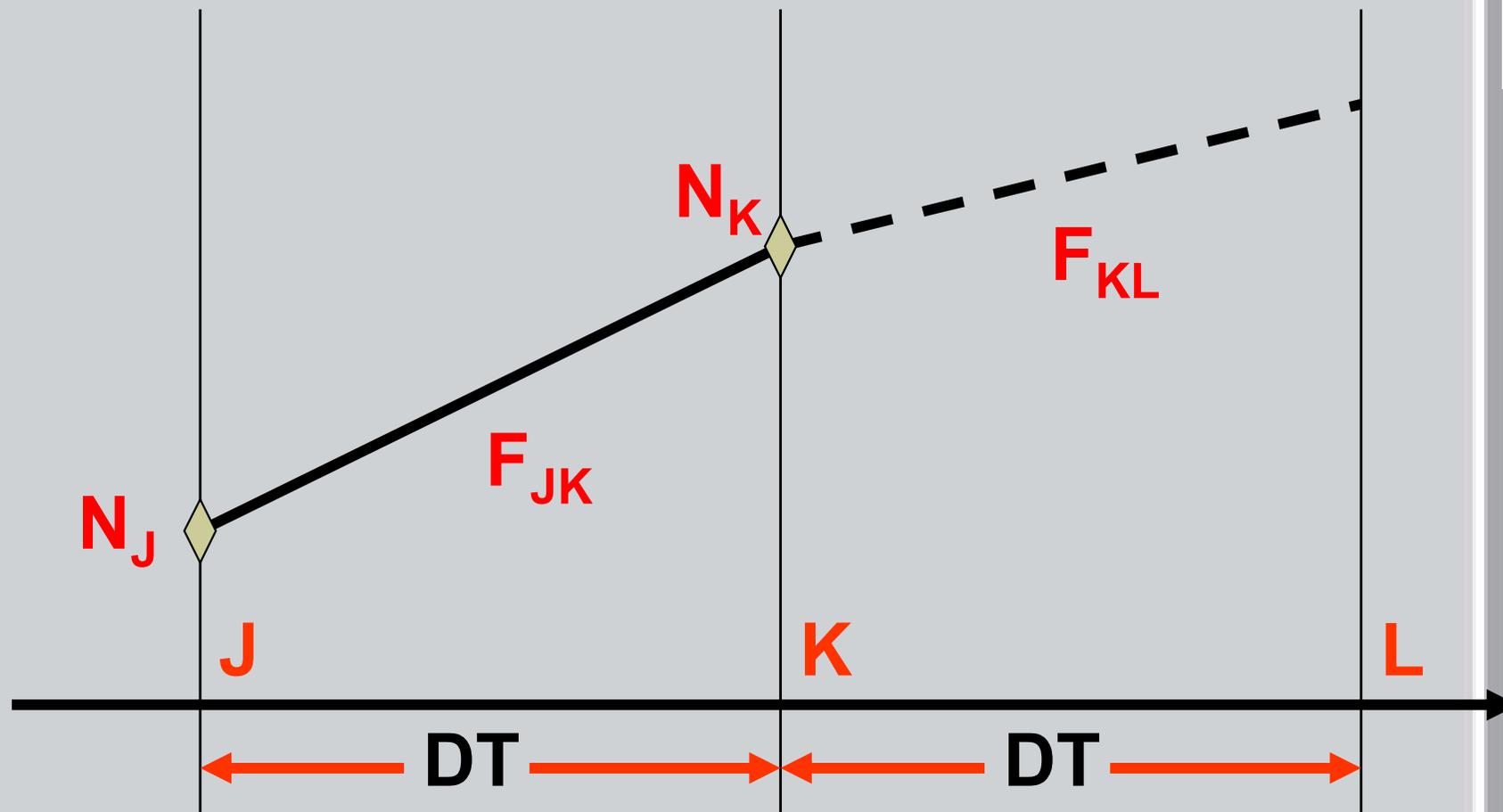
$N(t)$ : variável de nível

$F_E(t)$  e  $F_S(t)$ : variáveis de fluxo

$$N(t + DT) = N(t) + DT * [F_E(t) - F_S(t)]$$

(integração numérica)

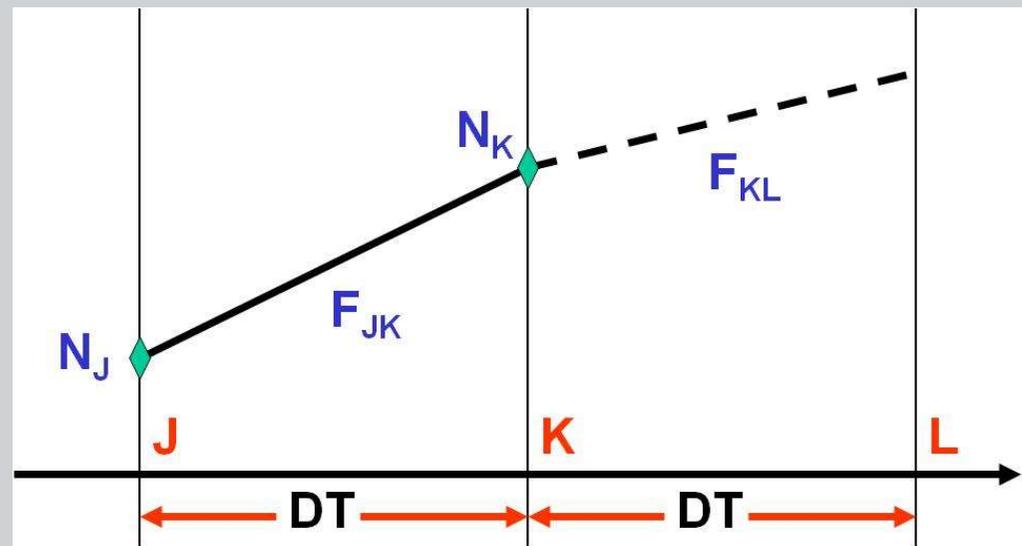
# Diagramas e equações de Forrester



# Diagramas e equações de Forrester

■  $N_K = N_J + F_{JK} * DT$  (Equação de nível)

■  $F_{KL} = f(N_K, N_J)$  (Equação de fluxo)



# Forno de padaria

## ■ Equações de Forrester

### ■ Equação de nível

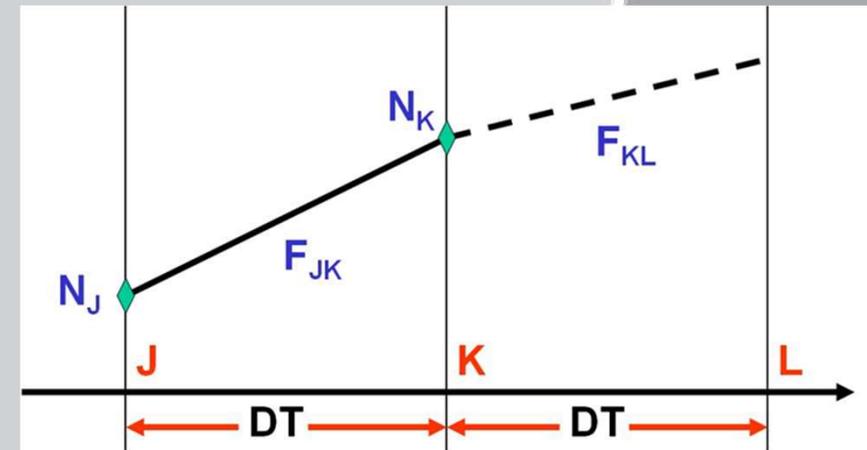
- $TEMP.K = TEMP.J + FLUX.JK * DT$

### ■ Equação de fluxo

- $FLUX.KL = ERRO.K * CT$

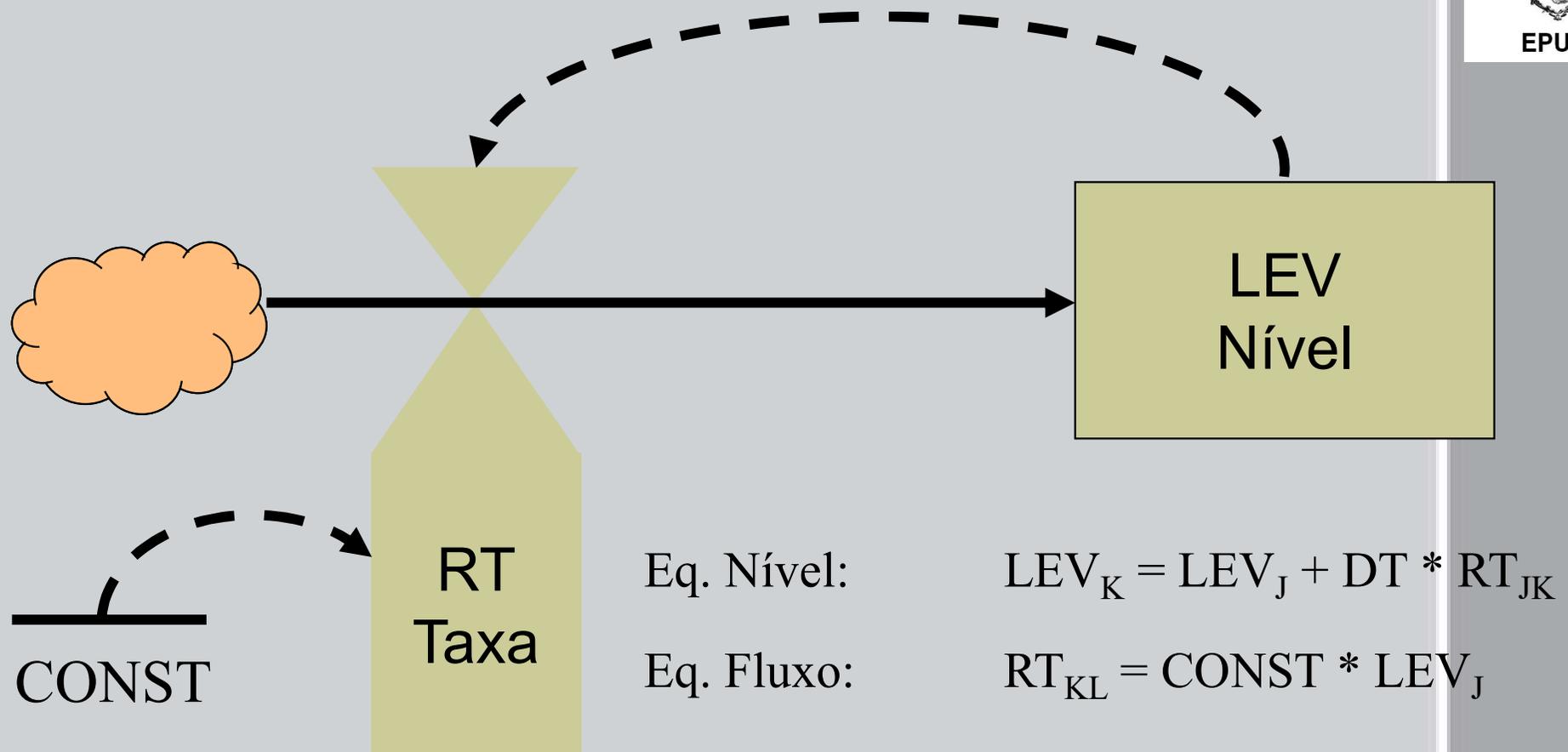
### ■ Equações auxiliares

- $ERRO.K = SP - TEMP.K$



# Diagramas e equações de Forrester

## □ Exemplo: Realimentação positiva



# Simulação

## □ Exemplo: Realimentação positiva



USP

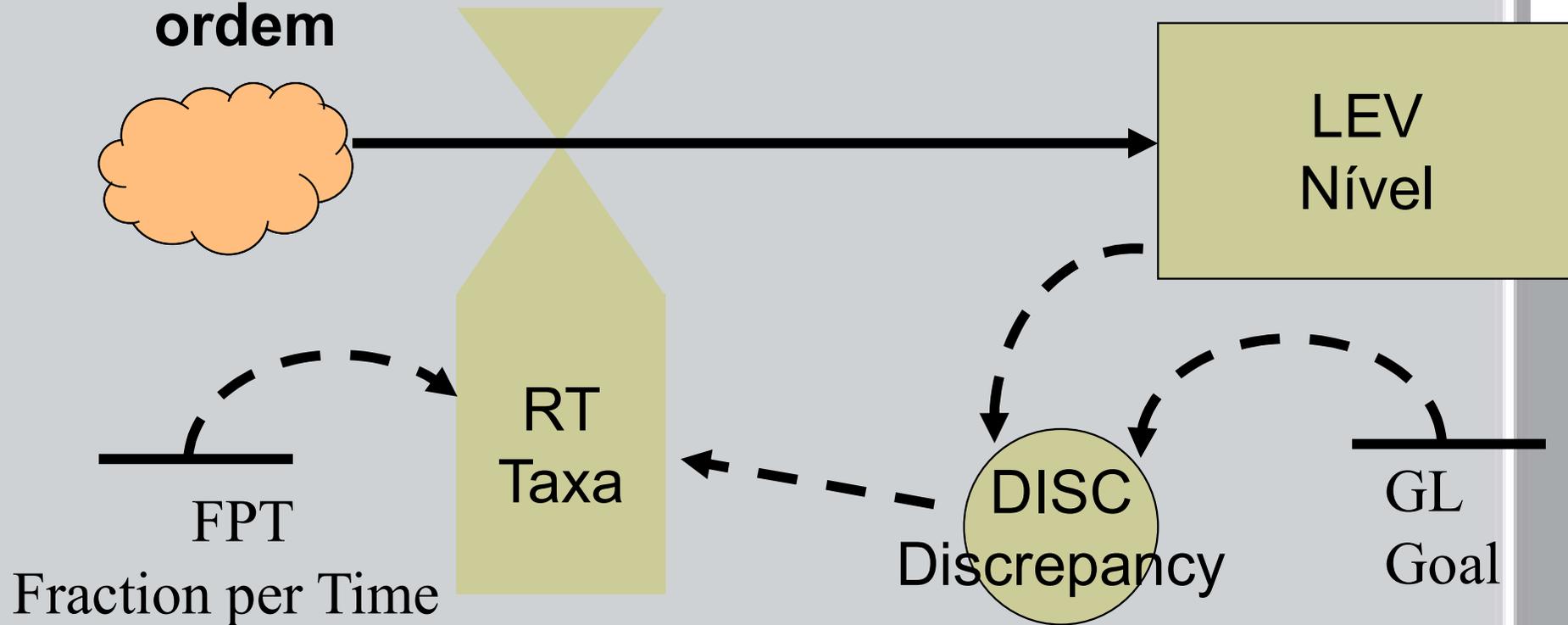
UNIVERSIDADE DE  
SÃO PAULO



EPUSP

# Diagramas e equações de Forrester

- Exemplo: Realimentação negativa de primeira ordem



Eq. Nível:

$$LEV_K = LEV_J + DT * RT_{JK}$$

Eq. Fluxo:

$$RT_{JK} = FPT * DISC_J$$

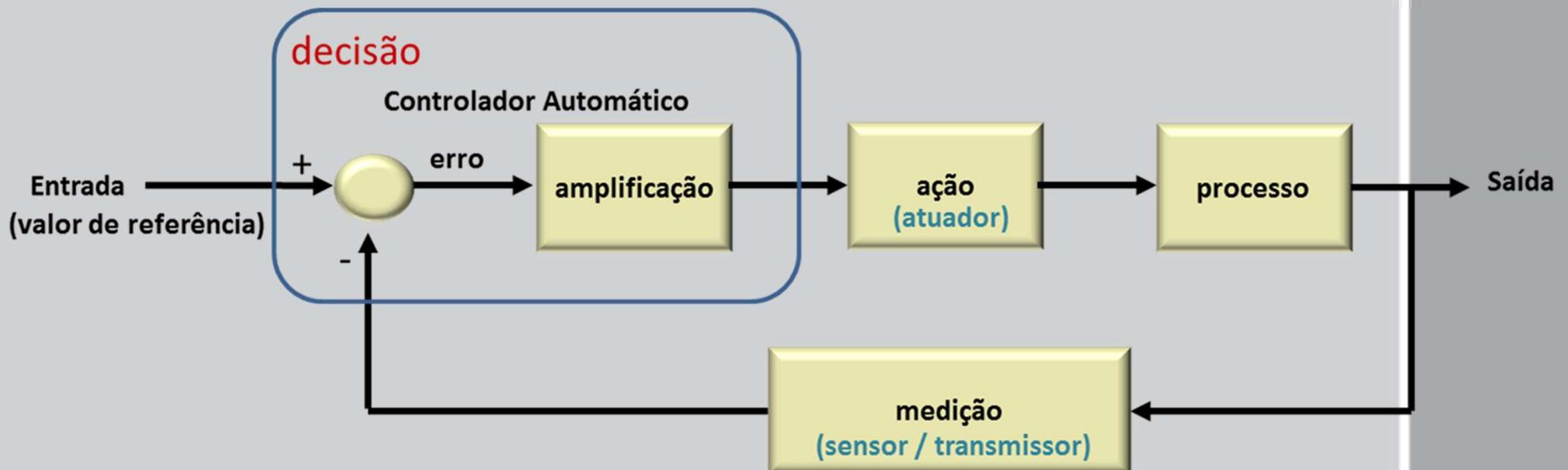
$$DISC_J = GL - LEV_J$$

# Simulação

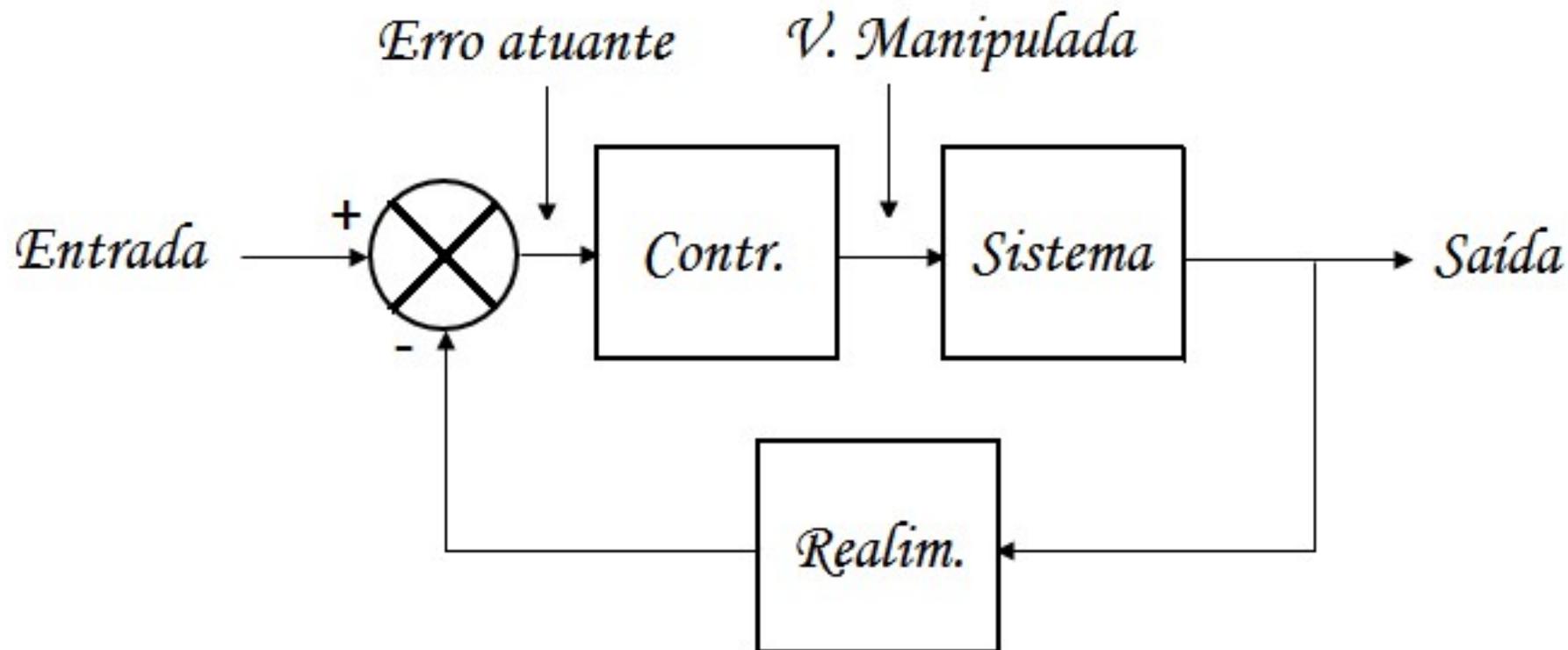
- **Exemplo: Realimentação negativa de primeira ordem**



# Controladores industriais



# Controladores industriais



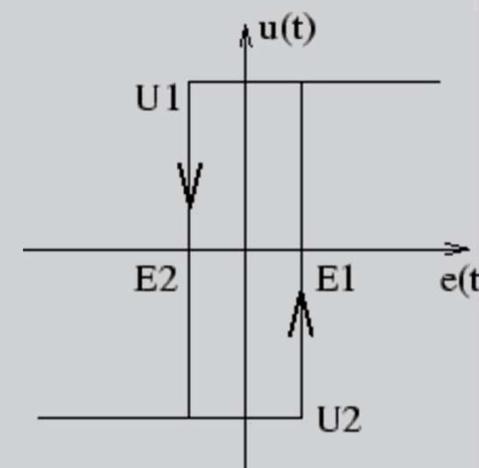
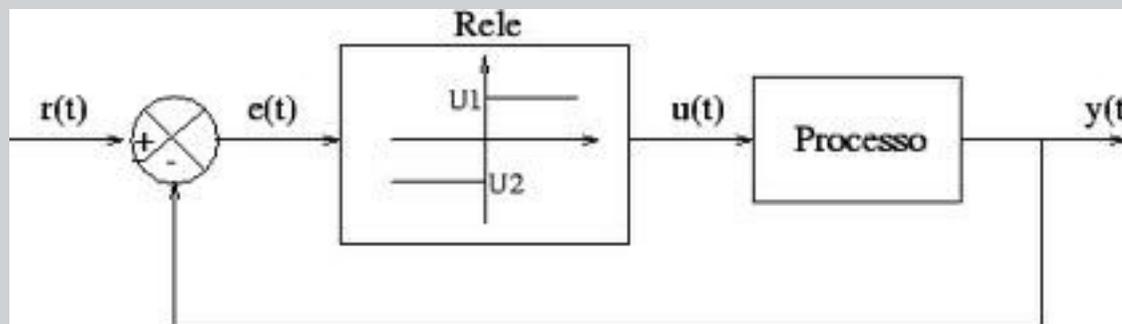
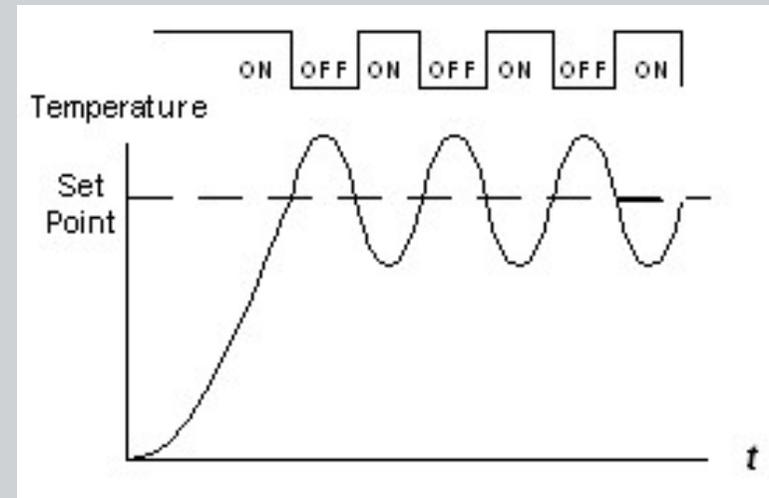
# Controladores industriais

- Controladores de duas posições on-off
- Controladores proporcionais
- Controladores integrativos
- Controladores proporcional-integrativos
- Controladores proporcional-derivativos
- Controladores proporcional-integrativo-derivativos

# Controladores de duas posições on-off

$$u(t) = U_1, \quad e(t) > 0$$

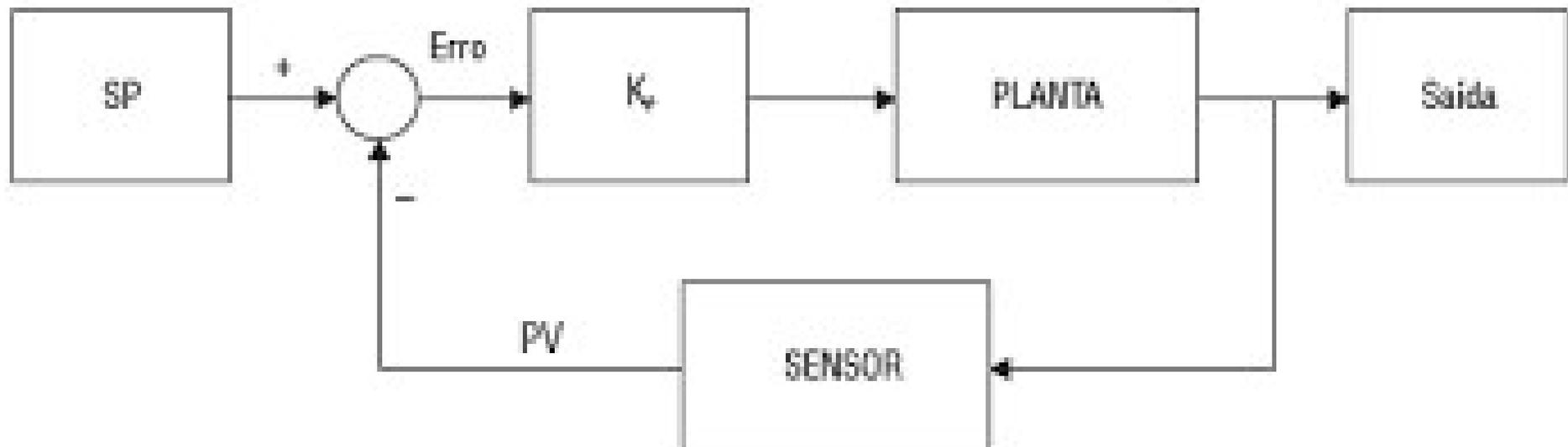
$$= U_2, \quad e(t) < 0$$



# Controladores proporcionais

$$u(t) = K_p e(t)$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p$$

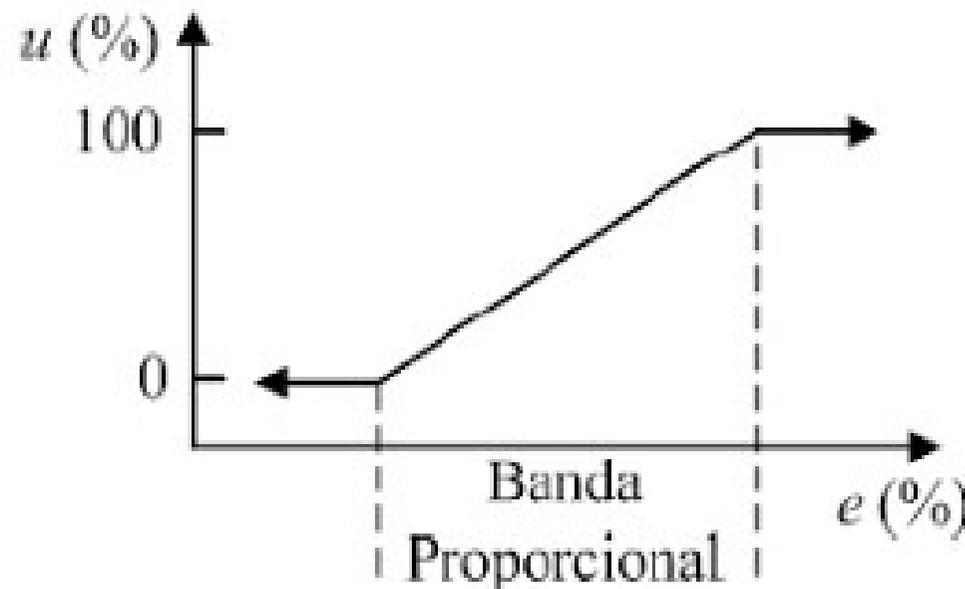
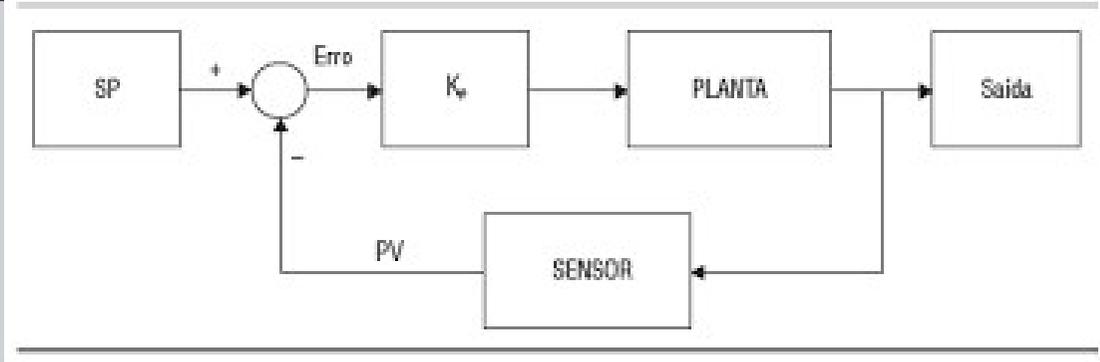


# Controladores proporcionais

$$u(t) = K_p e(t)$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p$$

Figura 2.1 Controlador proporcional.

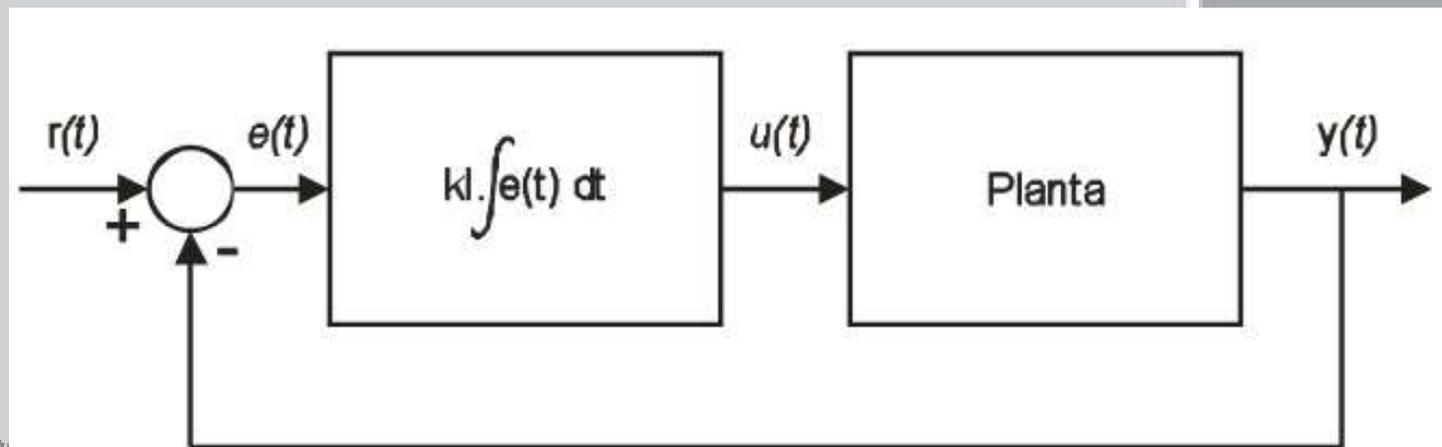


# Controladores integrativos

$$\frac{du(t)}{dt} = K_i e(t)$$

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t) dt$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}$$



# Controladores proporcional-integrativos



UNIVERSIDADE DE  
SÃO PAULO



EPUSP

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt \right]$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

**$T_i$  - tempo integrativo**

# Controladores proporcional-derivativos



$$u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt} = K_p \left[ e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \right]$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p (1 + T_d s)$$

**$T_d$  - tempo derivativo**

# Controladores proporcional-integrativo-derivativos



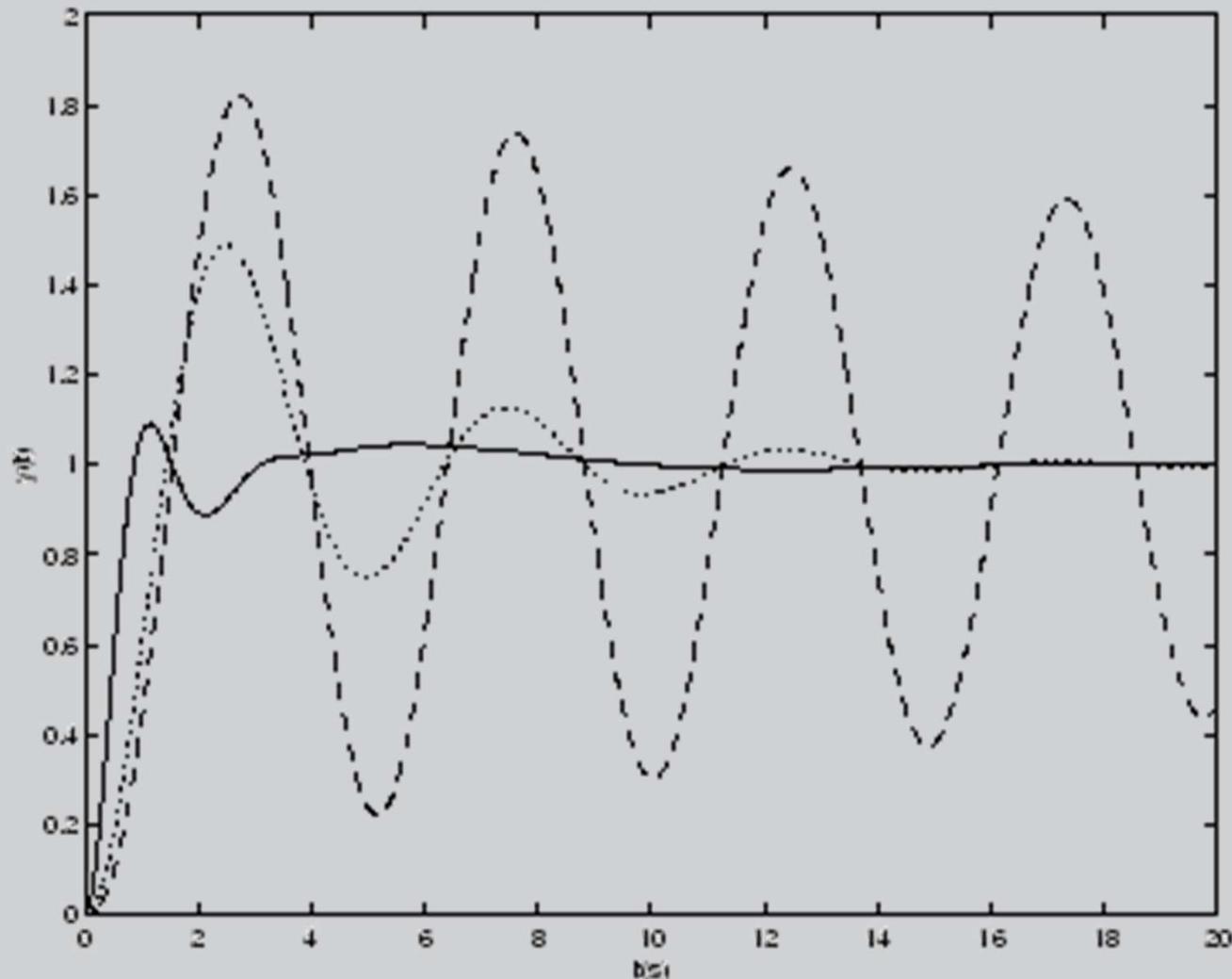
$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

$$u(t) = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right]$$

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

$T_i$  - tempo integrativo  
 $T_d$  - tempo derivativo

# Controladores proporcional-integrativo-derivativos



# Exercício de Simulação Dinâmica

## Instruções:

- Baixar as instruções no Moodle
- Executar o exercício
- Entregar na data marcada



EPUSP

# Próximas aulas

---

- **Modelagem de sistemas dinâmicos usando Transformadas de Laplace**



EPUSP

# [3] – Dinâmica de sistemas



EPUSP

## PRO3252 Automação e Controle

**Mauro de Mesquita Spinola**

**Marcelo Schneck de Paula Pessoa**

**EPUSP-PRO**