LISTA DE EXERCÍCIOS 3

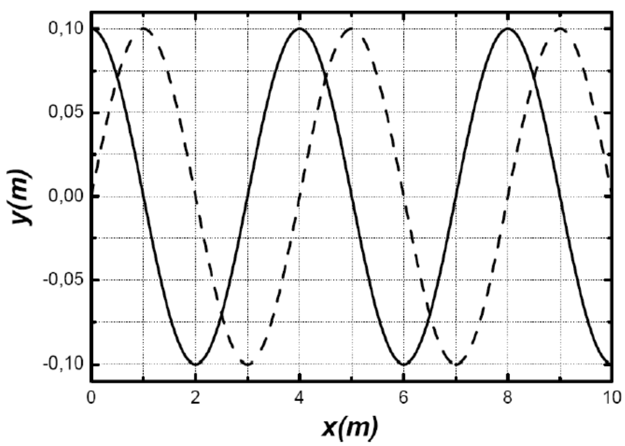
Esta lista trata dos conceitos de ondas harmônicas progressivas (função de onda, intensidade, interferência, velocidade de propagação, frequência, período, comprimento de onda, número de onda, etc), ondas estacionárias, modos normais e ondas sonoras (intensidade, efeito Doppler, velocidades supersônicas). Tais conceitos são abordados nos capítulos 5 (seções 5.1 a 5.7) e 6 (seções 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.8 e 6.9) do livro-texto:

- Moysés Nussenzveig, *Curso de Física Básica*, vol. 2. - Fluidos, Oscilações e Ondas e Calor.

Ondas harmônicas progressivas

1. **Tsunami!** Em 26 de dezembro de 2004, um forte terremoto ocorreu na costa da Sumatra e provocou ondas imensas que mataram cerca de 200 mil pessoas. Os satélites que observavam essas ondas do espaço mediram 800 km de uma crista de onda para a seguinte, e um período entre ondas de 1 h. Qual era a velocidade dessas ondas em m/s e km/h em alto mar? A sua resposta ajuda você a entender por que as ondas causaram tamanha devastação? **R:** 220 m/s $\simeq$ 800 km/h.

2. [Poli 2007] A figura abaixo mostra duas fotografias tiradas em instantes de tempo diferentes de uma corda na qual se propaga, no sentido positivo do eixo x, uma onda harmônica transversal $y(x,t)$. A primeira fotografia (linha cheia) foi tirada no instante de tempo $t = 0$ e a segunda (linha tracejada) no instante de tempo $t = 0,50$ s.



   (a) Determine a velocidade v de propagação da onda na corda;

   (b) Determine a amplitude, o número de onda, a frequência angular a constante de fase e escreva a equação do perfil de onda $y(x,t)$;

   (c) Determine a velocidade transversal máxima de um ponto da corda.

   R: (a) $v = 2$ m/s (b) $A = 9,1$ m; $k = 0,5\pi$ m^{-1}; $\omega = \pi$ s^{-1}; $\delta = 0$; $y(x,t) = 0,1\cos\left(\frac{\pi}{2}x - \pi t\right)$ m (c) 0,1π m/s.

3. Verifique explicitamente que as seguintes funções são soluções da equação de onda:

   (a) $y(x,t) = k(x + vt)$;

   (b) $y(x,t) = Ae^{ik(x-vt)}$, onde A e k são constantes e $i = \sqrt{-1}$;

4. A função de onda de uma onda harmônica numa corda é

$$y(x,t) = 0,001 \sin[62,8x + 314t] \quad (x \text{ e } y \text{ em m e } t \text{ em s})$$

   (a) Em que sentido a onda avança e qual a sua velocidade?

   (b) Calcule o comprimento de onda, a frequência e o período da onda.

   (c) Qual a aceleração máxima de um ponto da corda.

   R: sentido negativo do eixo x com velocidade $v = 5$ m/s (b) $\lambda = 10$ cm; $T = 0,02$ s e $f = 50$ Hz (c) $a_{max} = 98,6$ m/s^2.

5. [Poli 2010] O perfil de uma onda transversal progressiva em uma corda muito longa é dado, em unidades do sistema internacional por:

$$y(x,t) = 2,0 \times 10^{-2} \cos[2\pi(0,5x + 10t)]$$

   Sabendo que a tensão aplicada na corda é de 100 N, determine:

   (a) a amplitude de vibração desta corda;

   (b) o comprimento de onda e a frequencia (em Hz);

   (c) o sentido e a velocidade de propagação da onda;

   (d) a distância, ao longo da corda, entre dois pontos cuja diferença de fase é $\pi/6$;

   R: (a) $A = 2,0 \times 10^{-2}$ m (b) $f = 10$ Hz (c) $v = 20$ m/s no sentido negativo de x (d) 0,17 m.

6. [Poli 2006] Uma corda uniforme, de 20 m de comprimento e massa de 2 kg, está esticada sob uma tensão de 10 N. Faz-se oscilar transversalmente uma extremidade da corda, com amplitude de 3 cm e frequência de 5 oscilações por segundo. O deslocamento inicial da extremidade é de 1,5 cm para cima.

   (a) Ache a velocidade de propagação v e o comprimento de onda λ da onda progressiva gerada na corda.

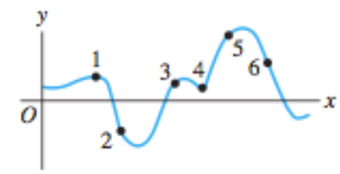
   (b) Escreva, como função do tempo, o deslocamento transversal y de um ponto da corda situado à distância x da extremidade que se faz oscilar, após ser atingido pela onda e antes que ela chegue à outra extremidade.

   (c) Calcule a intensidade I da onda progressiva gerada.

   R: $v = 10$ m/s, $\lambda = 2,0$ m (b) $y(x,t) = 0,03 \cos\left(\pi x - 10\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ m (c) $I = \frac{9\pi^2}{200}$ W.

Ondas não-harmônicas

7. A forma de uma onda em uma corda em um instante específico é mostrada na figura. A onda está se deslocando para a direita, no sentido $+x$.



   (a) Determine o sentido da velocidade transversal dos seis pontos assinalados sobre a curva. Quando a velocidade for nula, mencione este fato. Explique seu raciocínio.
   (b) Determine o sentido da aceleração transversal dos seis pontos assinalados sobre a curva. Explique seu raciocínio.
   (c) Como suas respostas deveriam ser alteradas se a onda está se deslocando para a esquerda, no sentido $-x$?

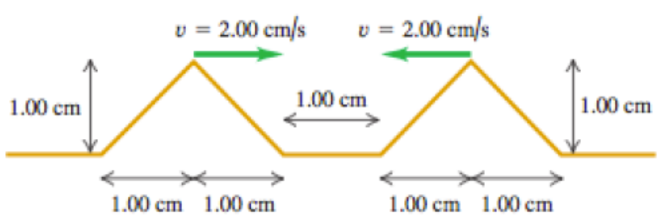
   R: 1, 0; 2, +; 3, -; 4, 0; 5, -; 6, + (b) 1, -; 2, +; 3, -; 4, +; 5, -; 6, 0; (c) em (a), as respostas teriam o sinal contrário e em (b) não haveria alteração.

Superposição (interferência) de ondas

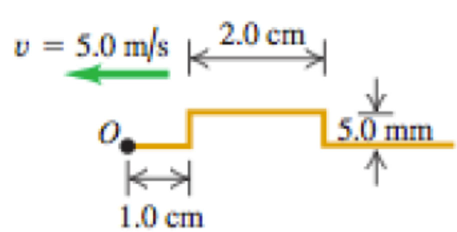
8. Determine a amplitude da onda resultante da combinação de duas ondas senoidais que se propagam no mesmo sentido, possuem mesma frequência, têm amplitudes de 3,0 cm e 4,0 cm, e a onda de maior amplitude está com a fase adiantada de $\frac{\pi}{2}$ rad.

   R: $y(x,t) = 5,0 \sin(kx - \omega t + 0,93)$ cm.

9. Dois pulsos ondulatórios triangulares estão se aproximando em uma corda esticada, como indicado na figura. Os dois pulsos são idênticos e se deslocam com velocidade igual a 2,0 cm/s. A distância entre as extremidades dianteiras dos pulsos é igual a 1,0 cm para $t = 0$. Desenhe a forma da corda para $t = 0,250$ s, $t = 0,750$ s, $t = 1,000$ s e $t = 1,250$ s.



10. **Reflexão**. Um pulso ondulatório deslocando-se sobre uma corda para $t = 0$ possui as dimensões indicadas na figura. A velocidade da onda é igual a 5,0 m/s.



(a) Se o ponto O for uma extremidade fixa, desenhe a onda total sobre a corda para $t = 1,0$ ms, 2,0 ms, 3,0 ms, 4,0 ms, 5,0 ms, 6,0 ms e 7,0 ms;

(b) Repita o item (a) quando o ponto O for uma extremidade livre.

Ondas estacionárias e modos normais

11. Uma onda estacionária resulta da soma de duas ondas transversais progressivas dadas por:

$$y_1 = 0,05\cos(\pi x - 4\pi t) \quad y_2 = 0,05\cos(\pi x + 4\pi t)$$

onde x, y_1 e y_2 estão em metros e t em segundos.

(a) Qual é o menor valor positivo de x que corresponde a um nó?

(b) Em quais instantes no intervalo $0 \leq t \leq 0,5$, a partícula em $x = 0$ terá velocidade nula?

R: (a) $x = 0,5$ m (b) $t = 0$ s, 0,25 s e 0,5 s.

12. [Poli 2010] Uma corda de comprimento L presa nas extremidades $x = 0$ e $x = L$, submetida a uma tensão de 96 N, oscila no terceiro harmônico de uma onda estacionária. O deslocamento transversal da corda é dado por

$$y(x,t) = 5\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)\sin(6\pi t)$$

onde x e y são dados em metros e t em segundos.

(a) Qual é o comprimento L da corda?

(b) Qual é a massa da corda?

(c) Calcule a velocidade transversal máxima de um ponto situado sobre um ventre da onda.

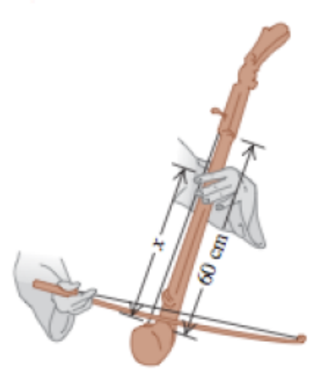
(d) Se a corda oscilar no quinto harmônico, qual será o período de oscilação?

R: (a) $L = 6$ m (b) $m = 4,0$ kg (c) $v_y^{max} = 30\pi$ m/s (d) $T_5 = 0,2$ m.

13. O segmento de uma corda de certo instrumento entre a ponte de apoio das cordas e a extremidade superior (a parte que vibra livremente) possui comprimento igual a 60,0 cm e massa igual a 2,0 g. Quando tocada, a corda emite um nota A_4 (440 Hz).

(a) (a) Em que ponto o violoncelista deve colocar o dedo (ou seja, qual é a distância x entre o ponto e a ponte de apoio das cordas) para produzir uma nota D_5 (587 Hz)? Nas duas notas A_4 e D_5 a corda vibra no modo fundamental.

(b) Sem afinar novamente, é possível produzir uma nota G_4 (392 Hz) nessa corda? Justifique sua resposta.



R: (a) 45 cm, (b) não.

14. Uma corda sob tensão T_i oscila no terceiro harmônico com uma frequência f_3, e as ondas na corda tem comprimento de onda λ_3. Se aumentarmos a tensão da corda para $T_f = 4T_i$, de forma que a corda continue a oscilar no terceiro harmônico, qual será:

    (a) a frequência de oscilação em termos de f_3;

    (b) o comprimento da onda em termos de λ_3?

    R: (a) $f = 2f_3$ (b) $\lambda = \lambda_3$.

15. Uma corda, submetida a uma tensão de 200 N e presa em ambas as extremidades, oscila no segundo harmônico de uma onda estacionária. O deslocamento da corda é dado por:
$$y(x;t) = \frac{1}{10}\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)\sin(12\pi t)$$
onde $x = 0$ numa das extremidades da corda, x é dado em metros e t em segundos.

    (a) Qual é o comprimento da corda?

    (b) Qual é a velocidade escalar das ondas na corda?

    (c) Qual é a massa da corda?

    (d) Se a corda oscilar num padrão de onda referente ao terceiro harmônico, qual será o período de oscilação?

    R: (a) $L = 4$ m (b) $v = 24$ m/s (c) $m = 1,39$ kg e (d) $T = 0,111$ s.

16. **Desafinada**. A corda B de uma guitarra feita de aço (densidade igual a 7800 kg/m^3) possui comprimento igual a 63,5 cm e diâmetro igual a 0,406 mm. A frequência fundamental é $f = 247$ Hz.

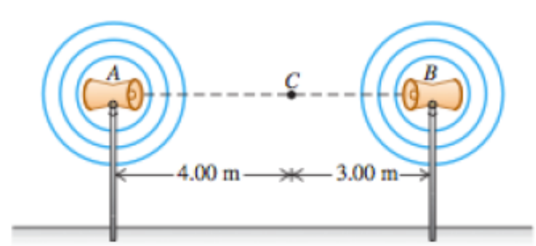
    (a) Ache a tensão na corda.

    (b) Quando a tensão F varia de uma pequena quantidade ΔF, a frequência f varia de uma pequena quantidade Δf. Mostre que
$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{1}{2}\frac{\Delta F}{F}$$

    R: (a) 99,4 N

Ondas sonoras

17. Dois alto-falantes, A e B, emitem sons uniformemente no ar, em todas as direções, a 20°C. A potência acústica emitida por A é igual a 8×10^{-4} W, e a potência de B é igual a 6×10^{-5} W. Os dois alto-falantes estão vibrando em fase com frequência igual a 172 Hz.



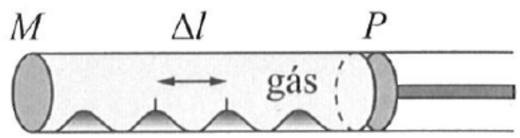
(a) Determine a diferença de fase entre os dois sinais em um ponto C ao longo da reta que une A e B, a 3 m de B e 4 m de A.

(b) Determine a intensidade e o nível da intensidade sonora no ponto C devido ao alto-falante A quando o alto falante B é desligado, bem com a intensidade e o nível da intensidade sonora devido ao alto-falante B quando o alto-falante A é desligado.

(c) Quando os dois alto-falantes estão ligados, calcule a intensidade e o nível da intensidade sonora no ponto C.

18. [HMN 6.5] O tubo de Kundt que costumava ser empregado para medir a velocidade do som em gases, é um tubo de vidro que contém o gás, fechado numa extremidade por uma tampa M que se faz vibrar com uma frequência ν conhecida (por exemplo, acoplando-a a um alto falante) e na outra por um pistão P que se faz deslizar, variando o comprimento do tubo. O tubo contém um pó fino (serragem, por exemplo). Ajusta-se o comprimento do tubo com o auxilio do pistão até que ele entre em ressonância com a frequência ν, o que se nota pelo reforço da intensidade sonora emitida.

Observa-se então que o pó fica acumulado em montículos igualmente espaçados, de espaçamento $\Delta\ell$, que se pode medir.



(a) A que correspondem as posições dos topos dos montículos?

(b) Qual é a relação entre $\Delta\ell$, ν e a velocidade do som no gás?

(c) ~~Com o tubo cheio de CO_2 a 20°C e $\nu = 880$ Hz, o espaçamento médio medido é de 15,2 cm. Qual é a velocidade do som no CO_2 a 20°C?~~

R: (b) $v = 2\nu\Delta\ell$ ~~(c) 267,5 m/s~~

Batimentos

19. Dois violonistas tentam tocar a mesma nota de comprimento de onda igual a 6,50 cm ao mesmo tempo, mas um dos instrumentos está levemente desafinado e toca uma nota de comprimento igual a 6,52 cm. Qual é a frequência de batimentos que esses músicos ouvem quando tocam juntos. **R:** $\simeq$ 16 Hz..

20. Dois tubos de órgão, abertos em uma extremidade e fechados em outra, medem cada um 1,14 m de comprimento. O comprimento de um desses tubos é aumentado em 2 cm. Calcule a frequência de batimentos que eles produzem quando tocam juntos em sua frequência fundamental. **R:** 1,3 Hz.

21. Duas cordas idênticas sob a mesma tensão F possuem uma frequência fundamental igual a f_0. A seguir, a tensão em uma delas é aumentada de um valor bastante pequeno ΔF.

(a) Se elas são tocadas ao mesmo em sua frequência fundamental, mostre que a frequência do batimento produzido é $f_{bat} = \frac{1}{2} f_0 \frac{\Delta F}{F}$.

(b) Duas cordas de violino idênticas, quando estão em ressonância e esticadas com a mesma tensão, possuem uma frequência fundamental igual a 440 Hz. Uma das cordas é afinada novamente, tendo sua tensão aumentada. Quando isso é feito, ouvimos 1,5 batimentos por segundo quando as duas cordas são puxadas simultaneamente em seus centros. Em que porcentagem variou a tensão na corda?
R: $\simeq 0,7$ %.

Efeitos Doppler

22. [HMN 6.12] Dois trens viajam em sentidos opostos, sobre trilhos, com velocidades da mesma magnitude. Um deles vem apitando. A frequência do apito percebida por um passageiro do outro trem varia entre os valores de 348 Hz, quando estão se aproximando, e 249 Hz quando estão se afastando. A velocidade de som no ar é de 340 m/s.

    (a) Qual é a velocidade dos trens (em km/h)?

    (b) Qual é a frequência do apito?

    R: (a) 90 km/h, (b) 300 Hz

23. [HMN 6.14] Uma fonte sonora fixa emite som de frequência ν_0. O som é refletido por um objeto que se aproxima da fonte com velocidade u. O eco refletido volta para a fonte, onde interfere com as ondas que estão sendo emitidas, dando origem a batimentos, com frequência $\Delta\nu$. Mostre que é possível determinar a magnitude $|u|$ da velocidade do objeto móvel em função de $\Delta\nu$, ν_0 e da velocidade do som v. O mesmo princípio é utilizado (com ondas eletromagnéticas em lugar de ondas sonoras) na detecção do excesso de velocidade nas estradas, com auxílio do radar.

    R: $|u| = \frac{v\Delta\nu}{2\nu_0+\Delta\nu}$

24. **Medicina com ultra-som**. Uma onda sonora de 2 MHz se propaga ao longo do ventre de uma mulher grávida, sendo refletida pela parede do coração do feto. A parede do coração se move no sentido do receptor do som quando o coração bate. O som refletido é a seguir misturado com o som transmitido, e 85 batimentos por segundo são detectados. A velocidade do som nos tecidos do corpo é 1500 m/s. Calcule a velocidade da parede do coração do feto no instante em que essa medida é realizada.

Velocidades supersônicas e cone de Mach

25. [HMN 6.18] Um avião a jato supersônico está voando a Mach 2 (o dobro da velocidade do som).

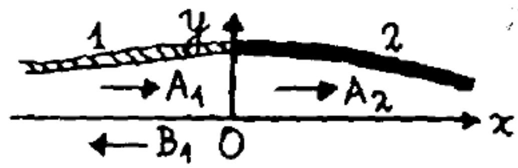
    (a) Qual é o ângulo de abertura do cone de Mach?

    (b) 2,5 s depois de o avião ter passado diretamente acima de uma casa, a onda de choque causada pela sua passagem atinge a casa, provocando um estrondo sônico. A velocidade do som no ar é de 340 m/s. Qual é a altitude do avião em relação à casa?

    R: (a) 30° (b) 981 m.

Desafio

26. [HMN 5.11/5.12] Duas cordas muito longas, bem esticadas, de densidades lineares μ_1 e μ_2, estão ligadas uma à outra. Toma-se a posição de equilíbrio como eixo x e a origem O no ponto de junção, sendo y o deslocamento transversal da corda (figura).



Uma onda harmônica progressiva $y_i(x,t) = A_1 \cos(k_1 x - \omega t)$, viajando na corda 1 ($x < 0$), incide sobre o ponto de junção, fazendo-o oscilar com frequência angular ω. Isto produz na corda 2 ($x > 0$) uma onda progressiva de mesma frequência $y_t(x,t) = A_2 \cos(k_2 x - \omega t)$ (onda transmitida) e dá origem na corda 1 a uma onda que viaja em sentido contrário $y_r(x,t) = B_1 \cos(k_1 x + \omega t)$ (onda refletida). Dada a onda incidente y_i, de amplitude A_1, deseja-se obter a *amplitude de reflexão* $\rho \equiv B_1/A_1$ e a *amplitude de transmissão* $\tau \equiv A_2/A_1$.

(a) Dada a tensão T da corda, calcule as velocidades de propagação v_1 e v_2 nas cordas 1 e 2, bem como os respectivos números de onda k_1 e k_2. O deslocamento total na corda 1 é $y_i + y_r$ e na corda 2 é y_t.

(b) Mostre que, no ponto de junção $x = 0$, deve-se ter $y_i(0,t) + y_r(0,t) = y_t(0,t)$.

(c) Aplicando a 3a lei de Newton ao ponto de junção $x = 0$, mostre que, nesse ponto, deve-se ter também

$$\frac{\partial}{\partial x}(y_i + y_r)\bigg|_{x=0} = \frac{\partial y_t}{\partial x}\bigg|_{x=0}$$

(d) A partir de (b) e (c), calcule as amplitudes de reflexão e transmissão ρ e τ em função das velocidades v_1 e v_2. Discuta o sinal de ρ.

A *refletividade* r da junção é definida como a razão entre a intensidade da onda refletida e a intensidade da onda incidente e a *transmissividade* t como a razão entre a intensidade da onda transmitida e a intensidade da onda incidente.

(e) Calcule r e t.

(f) Mostre que $r + t = 1$ e interprete esse resultado.