

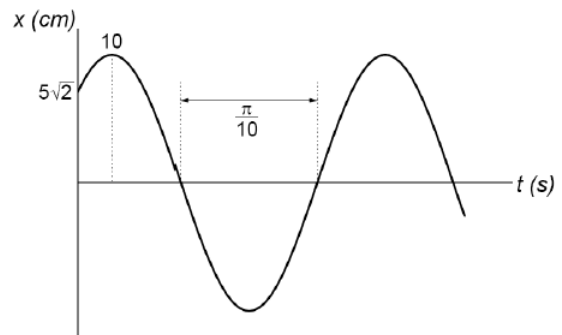
LISTA DE EXERCÍCIOS 1

Esta lista trata de vários conceitos associados ao movimento harmônico simples (MHS). Tais conceitos são abordados no capítulo 3 do livro-texto:

- Moysés Nussenzveig, *Curso de Física Básica*, vol. 2. - Fluidos, Oscilações e Ondas e Calor.

Sistemas massa-mola

1. (Poli 2007) A figura mostra a oscilação de um corpo com massa 0,5 kg preso a uma mola.



- (a) Quanto vale a constante elástica da mola?
- (b) Escreva a equação que descreve $x(t)$.
- (c) Obtenha expressões para as energias potencial, cinética e mecânica total do oscilador em função do tempo.

R: (a) $k = 50 \text{ kg/s}^2 = 50 \text{ N/m}$; (b) $x(t) = 10 \cos(10t - \frac{\pi}{4}) \text{ cm}$; (c) $U(t) = \frac{1}{4} \cos^2(10t - \frac{\pi}{4}) \text{ J}$, $K(t) = \frac{1}{4} \sin^2(10t - \frac{\pi}{4}) \text{ J}$, $E(t) = \frac{1}{4} \text{ J}$.

2. Uma massa de 0,500 kg oscilando presa a uma mola tem a velocidade como função do tempo dada por:

$$v(t) = 3,60 \sin \left[(4,71 \text{ s}^{-1})t - \frac{\pi}{2} \right] \text{ m/s}$$

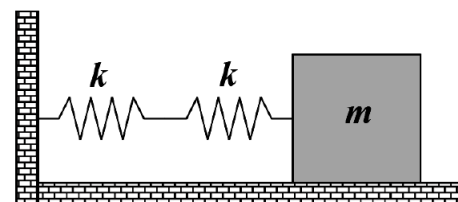
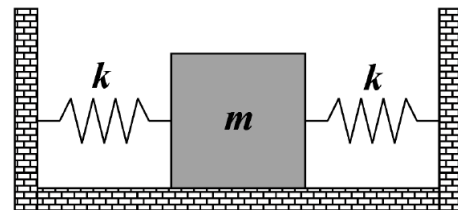
Qual é (a) o período; (b) a amplitude; (c) a aceleração máxima da massa; (d) a constante da mola?

3. Na figura ao lado, mostramos duas molas idênticas (de constante k) ligadas a um mesmo bloco de massa m , sendo que as outras extremidades das molas estão fixas em suportes rígidos. Mostre que a frequência de oscilação do bloco sobre a superfície horizontal sem atrito é dada por:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

Suponha agora que as duas molas sejam conectadas ao bloco de massa m , conforme é indicado na figura ao lado. Mostre que a frequência de oscilação é dada por:

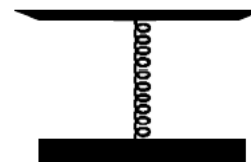
$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{2m}}$$



4. Uma mola de massa desprezível e comprimento 20 cm encontra-se suspensa na vertical, presa por uma extremidade a partir do teto. Uma massa m é agora acoplada à extremidade inferior da mola. Se você segura a massa de forma que a mola continua em seu estado relaxado e então retira sua mão rapidamente, o sistema massa-mola passa a realizar um MHS na direção vertical. Observa-se que a posição mais baixa atingida pela mola está 10 cm abaixo do local em que ela foi liberada.
- (a) Qual a frequência de oscilação? (**R:** 2,2 Hz)
- (b) Qual a velocidade da massa quando ela está a 5 cm abaixo da posição inicial? (**R:** 70 cm/s).

Uma segunda massa de $M = 300$ g é adicionada à primeira, tornando a massa total igual a $M + m$. Quando esse sistema oscila, ele o faz com metade da frequência do sistema de massa m .

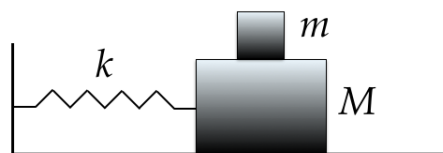
- (c) Determine m . (**R:** 100 g)
- (d) Determine a nova posição de equilíbrio. (**R:** 15 cm abaixo da posição de equilíbrio antiga)
5. Uma balança de açougueiro funciona com uma mola de massa desprezível. A mola está fixada verticalmente numa extremidade ao fundo da balança e na outra extremidade a um prato de massa $m = 100$ g. Com o prato vazio, a mola se encontra comprimida de 0,25 cm.



- (a) Determine a constante elástica equivalente da mola. (**R:** 392 N/m)

O açougueiro deixa cair uma posta de carne de massa $M = 1,5$ kg de uma altura $h = 5$ cm acima do prato. O choque com o prato é completamente inelástico. Determine:

- (b) a velocidade do conjunto prato + carne, logo após a colisão; (**R:** $\simeq 0,93$ m/s)
- (c) a amplitude da oscilação subsequente; (**R:** $\simeq 7$ cm)
- (d) o período da oscilação. (**R:** $\simeq 0,40$ s)
- (e) Tomando a posição inicial do prato como origem do eixo vertical y e o instante da colisão como $t = 0$, escreva $y(t)$, a função que descreve a posição vertical do prato.
6. Dois blocos ($m = 1,22$ kg e $M = 8,73$) kg e uma determinada mola ($k = 344$ N/m) estão arranjados em uma superfície horizontal, sem atrito, conforme mostrado na figura. O coeficiente de atrito estático entre os blocos é de 0,42.



Determine a amplitude máxima possível do movimento harmônico simples para que não haja deslizamento entre os blocos. (**R:** 0,119 m)

7. Um bloco de massa M , em repouso sobre uma mesa horizontal sem atrito, é fixado a um suporte rígido através de uma mola, cuja constante elástica é k e inicialmente relaxada. Um projétil de massa m e velocidade v atinge o bloco e nele se fixa.



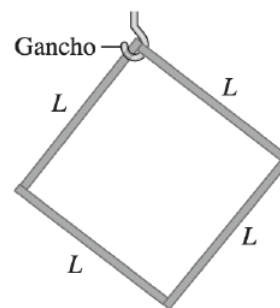
Escreva as funções $x(t)$, $\dot{x}(t)$ e $\ddot{x}(t)$ que descrevem o movimento posterior do bloco. Deixe seu resultado em função de M , v e k .

Pêndulo simples

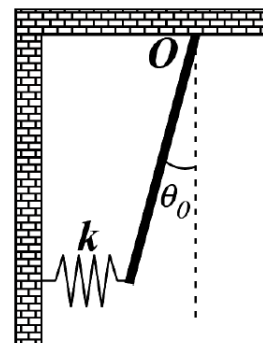
8. Um prédio em São Francisco tem enfeites luminosos que consistem em pequenos bulbos de 2,35 kg com quebra-luzes pendendo do teto na extremidade de cordas leves e finas de 1,50 m de comprimento. Se um terremoto de fraca intensidade ocorrer, quantas oscilações por segundo farão esses enfeites? (**R:** 10,7 m/s²)
9. Depois de pousar em um planeta desconhecido, uma exploradora do espaço constrói um pêndulo simples de 50,0 cm de comprimento. Ela verifica que o pêndulo simples executa 100 oscilações completas em 136 s. Qual o valor de g nesse planeta? (**R:** 10,7 m/s²).

Pêndulo físico

10. Um macaco mecânico de 1,80 kg é suspenso por um pivô localizado a uma distância de 0,250 m de seu centro de massa e começa a oscilar como um pêndulo físico. O período da oscilação com ângulo pequeno é igual a 0,940 s.
- (a) Qual o momento de inércia do macaco em relação a um eixo passando pelo pivô?
- (b) Quando ele é deslocado 0,400 rad da sua posição de equilíbrio, qual é sua velocidade angular quando ele passa pela posição de equilíbrio? (**R:** (a) 0,1007 kg m²; (b) 2,656 rad/s)
11. Um objeto quadrado de massa m é formado de quatro varetas finas idênticas, todas de comprimento L , amarradas juntas. Esse objeto é pendurado em um gancho pelo seu canto superior. Se ele for girado levemente para a esquerda e depois solto, em que frequência ele irá oscilar para a frente e para trás? (**R:** $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3\sqrt{2}}{5}} \sqrt{\frac{g}{L}}$)



12. Uma haste rígida de comprimento L e massa M está suspensa, podendo girar em torno do ponto O , por uma das suas extremidades, como mostra a figura abaixo. Na outra extremidade a barra está ligada a uma mola de constante k que está na posição relaxada quando a barra se encontra na posição vertical. No instante $t = 0$, a barra é deslocada para a esquerda, até um ângulo θ_0 com a direção vertical, e abandonada a partir do repouso. Dado que $I_O = \frac{1}{3}ML^2$ e considerando que a mola sempre permanece na horizontal:

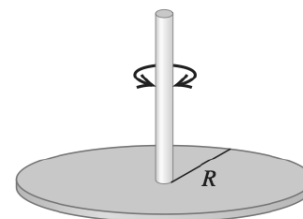


- (a) obtenha a equação diferencial que descreve o movimento da barra.
 (b) Determine a frequência angular ω de oscilação da barra, considerando oscilações de pequenas amplitudes.
 (c) Obtenha a função $\theta(t)$ que descreve o movimento de oscilação da barra.

R: (a) $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left[\frac{3g}{2L} + \frac{3k}{M} \cos\theta\right] \sin\theta = 0$; (b) $\omega = \sqrt{\frac{3g}{2L} + \frac{3k}{M}}$; (c) $\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t)$

Pêndulo de torção

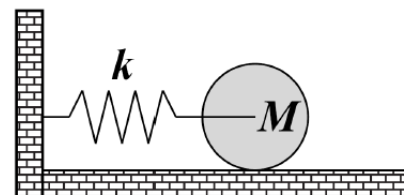
13. Um disco metálico fino de massa igual a $2,0 \times 10^{-3}$ kg e raio igual a 2,20 cm está suspenso em seu centro por uma longa fibra. O disco, depois de torcido e libertado, oscila com um período igual a 1,0 s. Calcule a constante de torção da fibra.



14. Uma esfera sólida de 95 kg com um raio de 12 cm é suspensa por um fio vertical preso ao teto de uma sala. Um torque de magnitude 0,02 N m é necessário para girar a esfera de um ângulo de 0,85 rad. Qual o período da oscilação, quando a esfera é liberada dessa posição? (**R:** $T = 9,6\pi$ s)

Energia no MHS

15. Uma mola horizontal sem massa está ligada ao eixo de rotação que passa pelo centro de massa de um cilindro sólido, de massa M , de forma que ele possa rolar, sem deslizamento, sobre uma superfície horizontal (figura). A constante da mola é $k = 3,0$ N/m. Se o sistema for liberado de uma posição de repouso em que a mola esteja esticada de 0,25 m, ache



- (a) a energia cinética translacional e a energia cinética rotacional do cilindro quando ele passa pela posição de equilíbrio. (**R:** (a) $K_{\text{trans}} = 0,0063$ J; (b) $K_{\text{rot}} = 0,031$ J)

- (b) Mostre que nessas condições o centro de massa do cilindro executa um movimento harmônico simples com período

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{3M}{2k}}$$

Superposição de MHS (Esse tópico não será coberto no bloco 1)

16. Ache o movimento resultante de dois movimentos harmônicos simples na mesma direção, dados por: $x_1(t) = \cos(\omega t - \frac{\pi}{6})$ e $x_2(t) = \sin(\omega t)$. Represente graficamente os respectivos vetores girantes.

Limite de pequenas oscilações

17. Uma partícula de massa m executa um movimento unidimensional e possui uma energia potencial cuja dependência com a coordenada x é $U(x) = \frac{a}{x^2} - \frac{b}{x}$, onde a e b são constantes positivas.

- (a) Determine a posição de equilíbrio para um corpo sob a ação dessa força; (**R:** $x_{eq} = \frac{2a}{b}$)
 (b) Mostre que a equação diferencial do movimento para pequenas oscilações em torno da posição de equilíbrio é

$$\frac{d^2x'}{dt^2} + \left(\frac{b^4}{8a^3m}\right)x' = 0, \quad \text{com } x' = x - x_{eq}$$

- (c) Calcule o período natural das oscilações. (**R:** $T = 2\pi \sqrt{\frac{8a^3m}{b^4}}$)

18. (**Desafio**) Muitas moléculas diatômicas são mantidas unidas por *ligações covalentes* que são muito mais fortes que as do tipo van der Waals (energia potencial do tipo Leonard-Jones). Exemplos de tais moléculas incluem H_2 , O_2 e N_2 . As experiências mostram que, em muitas dessas moléculas, a interação pode ser descrita por um força da forma

$$F(r) = A [e^{-2b(r-R_0)} - e^{-b(r-R_0)}],$$

onde a e b são constantes positivas, r é a distância entre os centros dos dois átomos e R_0 é a separação de equilíbrio. Para a molécula de hidrogênio (H_2), $A = 2,97 \times 10^{-8}$ N, $b = 1,95 \times 10^{10}$ m e $R_0 = 7,4 \times 10^{-11}$ m.

- (a) Calcule a constante da força para pequenas oscilações em torno da posição de equilíbrio.
 (b) Determine a frequência natural de oscilação da molécula de H_2 .

Dicas: use o desenvolvimento em série de Taylor de e^x . A massa do átomo de hidrogênio é igual a 1,008 unidade de massa atômica.