

Lista de Exercícios - Lógica Proposicional

PCS3438 – Inteligência Artificial

September 30, 2022

1 Sugestão de leitura para estudo

Sugere-se a leitura do seguinte capítulo do livro Inteligência Artificial, 5ª edição: Capítulo 7: Agentes Lógicos

2 Resumo

2.1 Conectivos Lógicos

Os conectivos da lógica proposicional são dados a seguir. A precedência é o critério que especifica a ordem de avaliação dos conectivos ou operadores lógicos de uma expressão qualquer. A lógica matemática prioriza as operações de acordo com a seguinte ordem:

1. \neg negação (não)
2. \wedge conjunção (e)
3. \vee disjunção (ou)
4. \rightarrow implicação (condicional, se ... então)
5. \leftrightarrow bicondicional (se e somente se)

Exemplo: a expressão:

$p \vee q \wedge \neg r \rightarrow p \rightarrow \neg q$

representa:

$((p \vee (q \wedge (\neg r))) \rightarrow p) \rightarrow (\neg q)$

2.2 Propriedades

- Comutatividade em \wedge : $\alpha \wedge \beta \equiv \beta \wedge \alpha$
- Comutatividade em \vee : $\alpha \vee \beta \equiv \beta \vee \alpha$
- Associatividade de \wedge : $(\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma \equiv \alpha \wedge (\beta \wedge \gamma)$

- Associatividade de \vee : $(\alpha \vee \beta) \vee \gamma \equiv \alpha \vee (\beta \vee \gamma)$
- Eliminação da dupla negação: $\neg(\neg\alpha) \equiv \alpha$
- Contraposição: $(\alpha \rightarrow \beta) \equiv (\neg\beta \rightarrow \neg\alpha)$
- Eliminação da implicação: $(\alpha \rightarrow \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \beta)$
- Exclusão da bicondicional: $(\alpha \leftrightarrow \beta) \equiv (\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$
- De Morgan: $\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta)$
- De Morgan: $\neg(\alpha \vee \beta) \equiv (\neg\alpha \wedge \neg\beta)$
- Distribuição de \wedge sobre \vee : $(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) \equiv ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma))$
- Distribuição de \vee sobre \wedge : $(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) \equiv ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma))$
- **Resolução**: $\alpha \vee \beta, \neg\alpha \vee \gamma \models \beta \vee \gamma$
- **Conjunção** $\alpha, \beta \models \alpha \wedge \beta$

2.3 Transformação em Cláusulas

1. $\alpha \leftrightarrow \beta$ substitui por $(\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$
2. $\alpha \rightarrow \beta$ substitui por $\neg\alpha \vee \beta$
3. Trata negação: $\neg(\neg\alpha) \equiv \alpha$; $\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv \neg\alpha \vee \neg\beta$; $\neg(\alpha \vee \beta) \equiv \neg\alpha \wedge \neg\beta$
4. $\alpha \vee (\beta \wedge \gamma) \equiv (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)$

3 Exercícios

1. Decida se cada uma das sentenças a seguir é válida (**tautologia**), insatisfazível (**contradição**) ou nenhuma das opções. Verifique suas decisões usando tabelas-verdade ou por manipulação usando as propriedades definidas na seção 2.

- (a) Fumaça \rightarrow Fumaça
- (b) Fumaça \rightarrow Fogo
- (c) $(\text{Fumaça} \rightarrow \text{Fogo}) \rightarrow (\neg\text{Fumaça} \rightarrow \neg\text{Fogo})$
- (d) $\text{Fumaça} \vee \text{Fogo} \vee \neg\text{Fogo}$
- (e) $((\text{Fumaça} \wedge \text{Calor}) \rightarrow \text{Fogo}) \leftrightarrow ((\text{Fumaça} \rightarrow \text{Fogo}) \vee (\text{Calor} \rightarrow \text{Fogo}))$
- (f) $(\text{Fumaça} \rightarrow \text{Fogo}) \rightarrow ((\text{Fumaça} \wedge \text{Calor}) \rightarrow \text{Fogo})$
- (g) $\text{Grande} \vee \text{Burro} \vee (\text{Grande} \rightarrow \text{Burro})$

2. Converta o seguinte conjunto de sentenças para a forma clausal.

- S1: $A \leftrightarrow (B \vee E)$
- S2: $E \rightarrow D$
- S3: $C \wedge F \rightarrow \neg B$

3. Este exercício usa os predicados $\text{Em}(x,y)$, $\text{Fronteira}(x,y)$ e $\text{País}(x)$, cujos argumentos são regiões geográficas junto a símbolos constantes para as várias regiões. Em cada um dos seguintes itens expressamos uma sentença e um número de expressões lógicas candidatas. Para cada uma das expressões lógicas, determine se ela (1) expressa corretamente a sentença; (2) é inválida sintaticamente e portanto não tem significado; ou (3) é válida sintaticamente mas não expressa o significado da sentença.

Paris e Marseilles localizam-se na França.

- (i) $\text{Em}(\text{Paris} \wedge \text{Marselha}, \text{França})$.
- (ii) $\text{Em}(\text{Paris}, \text{França}) \wedge \text{Em}(\text{Marselha}, \text{França})$.
- (iii) $\text{Em}(\text{Paris}, \text{França}) \vee \text{Em}(\text{Marselha}, \text{França})$.

4. Dadas as sentenças:

- João estuda ou não está cansado.
- Se João estuda, então dorme tarde.
- João não dorme tarde ou está cansado.

Provar que “João está cansado se e somente se estuda”, (isto é, deduzir que “Se João está cansado então estudou” e “Se João estudou então está cansado”), usando lógica proposicional, adotando a nomeação a seguir. Para a prova, parta que seu conhecimento (dado pelas 3 sentenças) representam um conjunção das sentenças e faça as manipulações necessárias usando as propriedades para provar o que se deseja.

- “João estuda” = p;
- “João está cansado” = q;
- “João dorme tarde” = r.