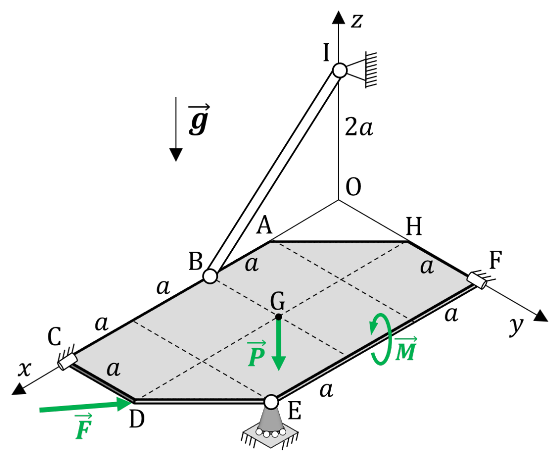
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 3100 – MECÂNICA I – Prova P1 – 12 de Setembro de 2023

- Esta avaliação tem duração de 120 minutos e é composta por 3 questões.
- Não é permitida a utilização de quaisquer dispositivos eletrônicos, tampouco consulta a qualquer material externo.
- As questões podem ser resolvidas a lápis, na ordem escolhida pelo aluno (que deve indicar claramente onde iniciou cada questão).

Questão 1 (3,5 pontos). No sistema em equilíbrio mostrado na figura, a placa homogênea ABCDEFH está no plano Oxy e tem seu movimento restrito pelos anéis em C e F, pela barra BI em B e pelo apoio simples em E. A barra BI se encontra no plano Oxz e tem peso desprezível. Sobre a placa atuam a força $\vec{F} = -2F\,\vec{\imath} + F\,\vec{\jmath}$, aplicada em D, o peso $\vec{P} = -P\,\vec{k}$, aplicado em $G = (2a, a, 0)$ e o binário de momento $\vec{M} = M\,\vec{\imath}$ $(M > 0)$.



Parte 1 – Considerando **unicamente o sistema composto pelos esforços ativos** $(\vec{F}, D)$, $(\vec{P}, G)$ e $\vec{M}$, pedem-se:

a) **(0,4)** a resultante de forças e o momento com respeito ao polo O;

b) **(0,2)** verificar, justificando sua resposta, se o sistema de forças ativas é redutível a uma única força;

c) **(0,2)** calcular o valor do momento mínimo.

Parte 2 – Considerando **todo o sistema**, pedem-se:

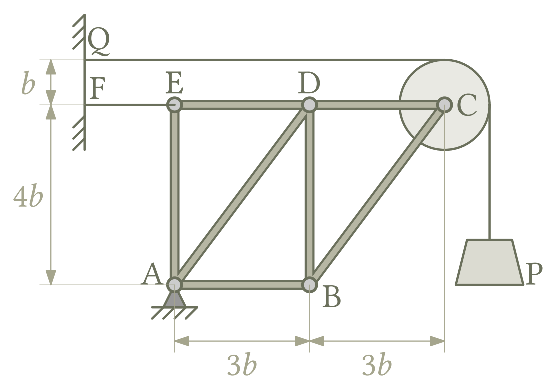
d) **(1,0)** o diagrama de corpo livre da placa;

e) **(1,0)** as equações de equilíbrio da placa;

f) **(0,2)** os esforços atuantes na barra BH;

g) **(0,5)** as reações vinculares em C, E e F.

Questão 2 (3,0 pontos). O sistema ilustrado ao lado é formado por um bloco de peso P, uma treliça ABCDE, uma polia ideal de centro C e dois cabos ideais ancorados a uma parede vertical fixa nos pontos Q e F. Todos os elementos exceto o bloco têm peso desprezível. Considere as dimensões fornecidas na figura. Pede-se:



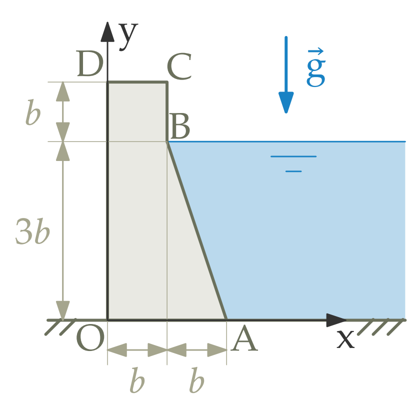
a) **(1,0)** os diagramas de corpo livre (DCLs) da polia de centro C e da treliça ABCDE (considerando-a como um corpo rígido único);

b) **(0,5)** a força de tração no fio EF;

c) **(0,5)** as componentes de reação na articulação em A;

d) **(1,0)** as forças internas nas barras AB e BC, indicando explicitamente se são de tração ou compressão.

Questão 3 (3,5 pontos). Um sistema de conversão de energia hidráulica/elétrica está simplificadamente ilustrado na figura e é formado por uma barragem de concreto de largura w, modelada como um bloco homogêneo OABCD de peso P, e um lago de agua represada com peso específico γ. Considere que não haja percolação (movimento de água sob a barragem) e que o coeficiente de atrito estático entre a barragem e o solo seja μ. Adotando o sistema de coordenadas Oxy indicado na figura determine:



a) **(0,5)** as coordenadas x_G e y_G do centro de massa G da barragem OABCD;

b) **(1,0)** a resultante das pressões hidrostáticas e as coordenadas x_H e y_H do centro de pressões H;

c) **(0,5)** o DCL da barragem OABCD;

d) **(0,5)** menor valor do peso P da barragem para que não ocorra escorregamento;

e) **(1,0)** menor valor do peso P da barragem para que não ocorra tombamento.

Questão 1 (3,5 pontos)

Resolução:

(a)

$$\boxed{\vec{R} = -2F\vec{i} + F\vec{j} - P\vec{k}}$$

$$\vec{M}_O = (G - O) \wedge (-P\vec{k}) + (D - O) \wedge F(-2\vec{i} + \vec{j}) + M\vec{i}$$

$$M_O = a(2\vec{i} + \vec{j}) \wedge (-P\vec{k}) + a(4\vec{i} + \vec{j}) \wedge F(-2\vec{i} + \vec{j}) + M\vec{i}$$

$$\boxed{\vec{M}_O = (M - aP)\vec{i} + 2aP\vec{j} + 6aF\vec{k}} \qquad \textbf{(0,4)}$$

(b)

$$I = \vec{R} \cdot \vec{M}_O = -2F(M - aP) + 2aFP - 6aFP = -2F(aP + M) \neq 0$$

$$\therefore \boxed{\text{não é redutível a uma única força}} \qquad \textbf{(0,2)}$$

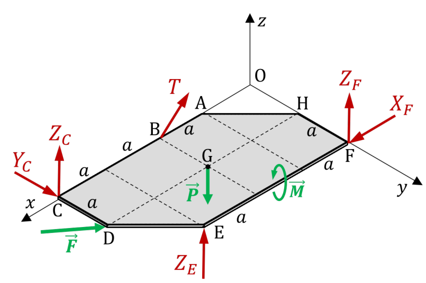
(c)

$$\vec{M}_{min} = \frac{\vec{R} \cdot \vec{M}_O}{||\vec{R}||^2}\vec{R}$$

$$\boxed{\vec{M}_{min} = \frac{-2F(aP + M)}{5F^2 + P^2}\vec{R}} \qquad \textbf{(0,2)}$$

(d)

Vide figura ao lado **(1,0)**



(e)

$$\vec{i}: \quad -2F - T\frac{\sqrt{2}}{2} + X_F = 0 \quad (1)$$

$$\vec{i}: \quad Y_C + F = 0 \quad (2)$$

$$\vec{k}: \quad -P + Z_C + Z_E + Z_F + T\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \quad (3)$$

$$\vec{M}_C = \vec{0} \Rightarrow$$

$$\vec{i}: \quad -aP + 2aZ_E + 2aZ_F + M = 0 \quad (4)$$

$$\vec{j}: \quad 2aT\frac{\sqrt{2}}{2} + 4aZ_F + aZ_E - 2aP = 0 \quad (5)$$

$$\vec{k}: \quad a.2F - 2aX_F = 0 \quad (6) \qquad \textbf{(1,0)}$$

(f)

$$\text{de (2):} \quad \boxed{Y_C = -F}$$

$$\text{de (6):} \quad \boxed{X_F = F}$$

$$\text{em (1):} \quad -2F - T\frac{\sqrt{2}}{2} + F = 0 \rightarrow \boxed{T = -F\sqrt{2}} \quad \text{(compressão)} \qquad \textbf{(0,5)}$$

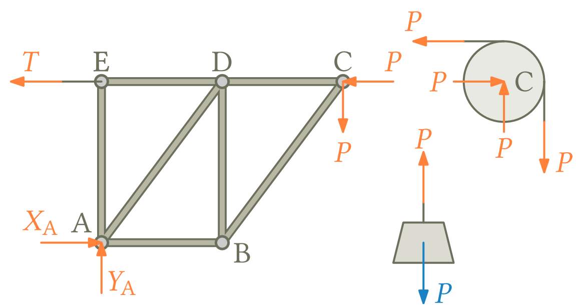
(g) Com os valores já calculados, as equações (3), (4) e (5) fornecem:

$$\boxed{Z_C = F + \frac{M}{2a} + \frac{P}{2}} \quad \boxed{Z_F = \frac{2F}{3} + \frac{M}{6a} + \frac{P}{2}} \quad \boxed{Z_E = -\frac{2F}{3} - \frac{2M}{3a}} \qquad \textbf{(0,5)}$$

Questão 2 (3,0 pontos)

Resolução:

(a) Diagramas de corpo livre indicados na figura abaixo (apresentar o DCL do bloco é *opcional*) **(1,0)**.



(b) Escrevendo a equação de equilíbrio de momentos com respeito ao polo A para a treliça ABCDE:

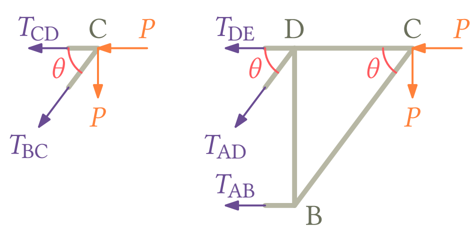
$$M_{Az} = 0 \quad \Rightarrow \quad -4bT - 4bP + 6bP = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{T = \frac{1}{2}P} \qquad \textbf{(0,5)}$$

(c) Escrevendo a equação de equilíbrio de forças para a treliça ABCDE:

$$R_x = 0 \quad \Rightarrow \quad X_A - P - T = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{X_A = \frac{3}{2}P} \qquad \textbf{(0,3)}$$

$$R_y = 0 \quad \Rightarrow \quad Y_A - P = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{Y_A = P} \qquad \textbf{(0,2)}$$

(d) A obtenção das forças internas nas barras BC e AB pode ser feita por meio dos diagramas a seguir obtidos a partir da aplicação dos métodos dos nós e das seções:



Note que $\cos\theta = \frac{3}{5}$ e $\sin\theta = \frac{4}{5}$.

Para o diagrama à esquerda, escrevendo a equação de equilíbrio de forças para a direção vertical:

$$R_y = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{4}{5}T_{BC} - P = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{T_{BC} = -\frac{5}{4}P} \quad \text{(compressão)} \qquad \textbf{(0,5)}$$

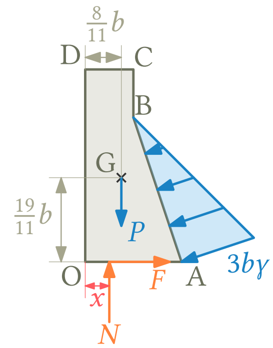
Para o diagrama à direita, escrevendo a equação de equilíbrio de momentos para o polo D:

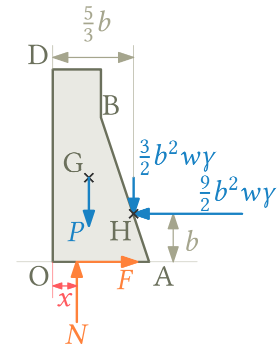
$$M_{Dz} = 0 \quad \Rightarrow \quad -4bT_{AB} - 3bP = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{T_{AB} = -\frac{3}{4}P} \quad \text{(compressão)} \qquad \textbf{(0,5)}$$

Questão 3 (3,5 pontos)

Resolução:

(a) Posição do centro de massa G **(0,5)**:





$$x_G = \frac{\frac{b}{2}(4bb) + \frac{4b}{3}\left(\frac{1}{2}3bb\right)}{(4bb) + \left(\frac{1}{2}3bb\right)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{x_G = \frac{8}{11}b}$$

$$y_G = \frac{2b(4bb) + b\left(\frac{1}{2}3bb\right)}{(4bb) + \left(\frac{1}{2}3bb\right)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{y_G = \frac{19}{11}b}$$

(b) Resultante das pressões hidrostáticas calculada a partir do "volume" do prisma de pressões:

$$|\vec{R}_H| = \frac{1}{2}(b\sqrt{10})\,(3b\gamma)w \quad \Rightarrow \quad \boxed{|\vec{R}_H| = \frac{3}{2}\sqrt{10}\,b^2w\gamma} \qquad \textbf{(0,5)}$$

$$\vec{R}_H = |\vec{R}_H|\left(-\frac{1}{\sqrt{10}}\vec{\imath} - \frac{3}{\sqrt{10}}\vec{\jmath}\right) = \left(-\frac{9}{2}\vec{\imath} - \frac{3}{2}\vec{\jmath}\right)b^2w\gamma$$

Posição do centro de pressões H:

$$(H - A) = \frac{1}{3}(B - A) = \frac{1}{3}\left(-b\,\vec{\imath} + 3b\,\vec{\jmath}\right) \quad \text{e} \quad (H - O) = (H - A) + (A - O) \quad \Rightarrow \quad \boxed{x_H = \frac{5}{3}b} \quad \text{e} \quad \boxed{y_H = b} \qquad \textbf{(0,5)}$$

(c) Ver figuras acima (qualquer uma das representações mostradas é considerada uma resposta correta). **(0,5)**

(d) Do equilíbrio da barragem:

$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{9}{2}b^2w\gamma + F = 0 \quad \Rightarrow \quad F = \frac{9}{2}b^2w\gamma$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N - P - \frac{3}{2}b^2w\gamma = 0 \quad \Rightarrow \quad N = P + \frac{3}{2}b^2w\gamma$$

Na iminência de ocorrer o escorregamento a força de atrito é máxima e pode ser escrita como $F = \mu N$, de onde decorre a condição de peso mínimo:

$$\frac{9}{2}b^2w\gamma = \mu\left(P_{\min} + \frac{3}{2}b^2w\gamma\right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{P_{\min} = \left(\frac{9 - 3\mu}{2\mu}\right)b^2w\gamma} \qquad \textbf{(0,5)}$$

(e) Na iminência de tombamento a força normal está localizada sobre o ponto O ($x = 0$ no DCL), o que implica tombamento no sentido anti-horário e fornece a condição de $P_{\min}$:

$$\sum M_{Oz} = 0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{8}{11}bP_{\min} - \frac{5}{3}b\left(\frac{3}{2}b^2w\gamma\right) + b\left(\frac{9}{2}b^2w\gamma\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{P_{\min} = \frac{11}{4}b^2w\gamma} \qquad \textbf{(1,0)}$$