



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Autor: Prof. Dr. Walter Ponge-Ferreira
E-mail: ponge@usp.br

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica - PME
Av. Prof. Mello Moraes, 2231
São Paulo SP 05508-970 BRASIL
Tel.: 55 (0)11 3091-9677
Cel: 55 (0)11 97244-0900

21 de setembro de 2022

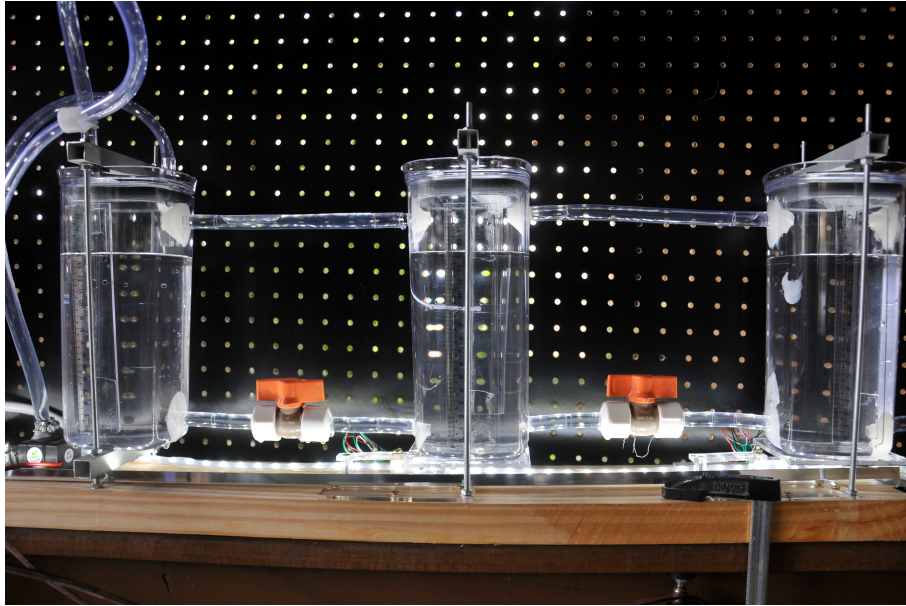


Figura 1: Planta física com três reservatórios de água

1 Preparação, Calibração e Identificação do Sistema

O objetivo da atividade é estudar a dinâmica de três reservatórios de água interconectados e projetar um controlador de nível de água. Serão realizadas atividades de modelagem, simulação, identificação de parâmetros, projeto e implementação de controlador de nível do reservatório.

O sistema físico, mostrado na figura 1, composto de três reservatório de água conectados entre si através de tubulações e válvulas. A vazão de saída do terceiro reservatório é feita para atmosfera. O primeiro reservatório é alimentado por cima através de uma vazão controlada $Q(t)$. O nível de água dos reservatórios pode ser medido através de balanças posicionadas sob os reservatórios ou diretamente filmando-se o nível d'água com uma câmera.

O esquema da instalação hidráulica é apresentada na figura 2, onde h_1 , h_2 e h_3 são as alturas dos níveis dos reservatórios 1, 2 e 3, h_0 é a cota das saídas dos reservatórios em relação ao bocal da tubulação de saída para atmosfera, A_1 , A_2 e A_3 as áreas das seções transversais, p_1 , p_2 e p_3 as pressões hidrostáticas no fundo dos reservatórios, próximo às tubulações de saída, d_1 , d_2 , d_3 , L_1 , L_2 e L_3 os diâmetros e comprimentos equivalentes das tubulações de saída dos reservatórios, $Q(t)$, $q_1(t)$, $q_2(t)$ e $q_3(t)$ as vazões de alimentação

e saída dos reservatórios, e p_0 a pressão atmosférica que atua sobre as superfícies dos três reservatórios e no entorno do bocal de saída. As constantes de resistência de perda de carga nas três válvulas de esfera valem R_1 , R_2 e R_3 , respectivamente.

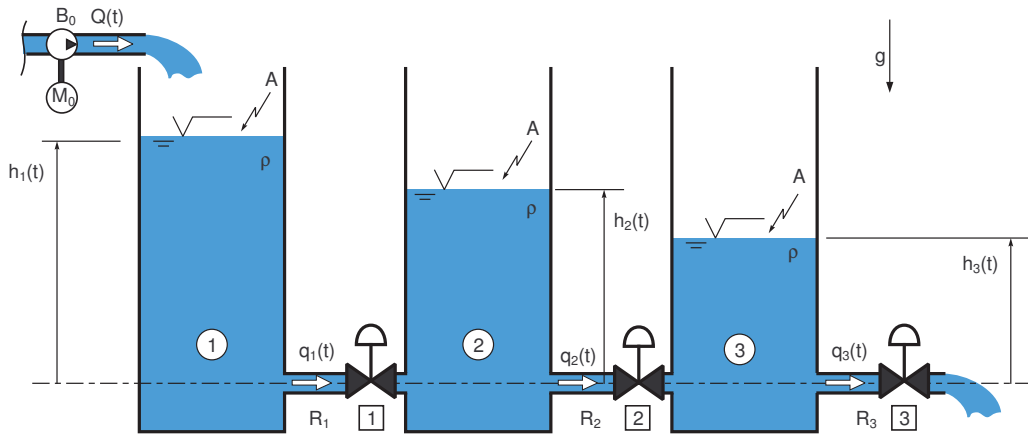


Figura 2: Esquema da instalação hidráulica

A vazão de alimentação externa $Q(t)$ pode ser mantida constante por um outro reservatório pendurado em uma mola e tubulação de saída flexível desaguando em uma cota fixa, conforme mostrado na figura 3. Se a rigidez k da mola for ajustada adequadamente, o sistema mantém a vazão constante, definida somente pela cota $h(t) = H_0$ do nível d'água, que deve se manter fixa, em relação ao extremo aberto à atmosfera da tubulação de saída.

Para isso basta que o equilíbrio estático seja mantido tal que:

$$k x(t) = m(t) g$$

com:

$$m(t) = \rho A y(t)$$

Impondo-se que a altura do nível d'água seja constante, i.e.:

$$h(t) = H_0 - x(t) + y(t) = H_0 = \text{cte} \quad \Rightarrow \quad x(t) = y(t)$$

obtemos:

$$k y(t) = \rho A y(t) g$$

Logo devemos escolher uma rigidez da mola tal que:

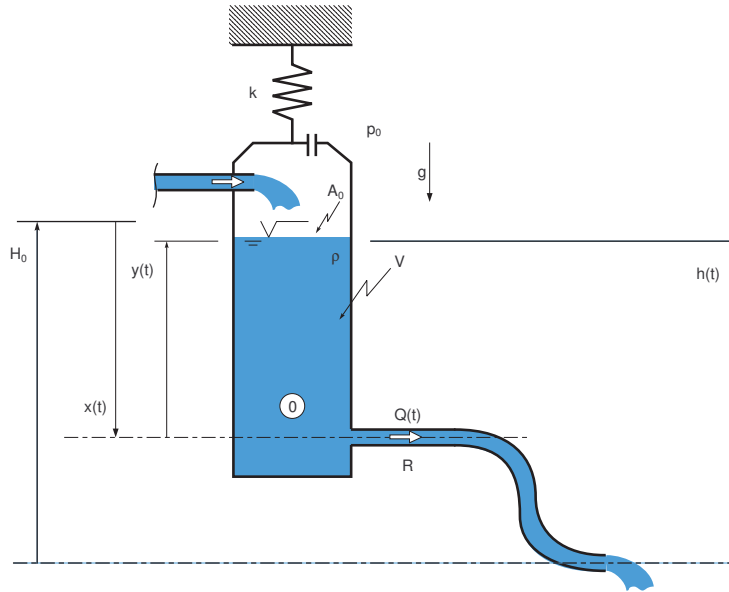


Figura 3: Dispositivo para alimentação com vazão constante

$$k = \rho A g$$

assim a cota do espelho d'água mantém-se constante numa altura H_0 em relação ao bocal de saída e portanto:

$$m g h(t) = R Q^2(t) \quad | \quad h(t) = H_0 \quad \Rightarrow \quad Q(t) = \sqrt{\frac{m g H_0}{R}} = Q_0 = \text{cte}$$

onde Q_0 é a vazão de alimentação constante e R a constante de resistência de perda de carga da tubulação de saída, suposta invariante com a posição $x(t)$ do reservatório. Para que não haja influência da forma da tubulação de saída deve-se utilizar uma tubulação flexível longa, que não sofra grande variação da curvatura a medida que o reservatório se desloca.

Na figura 4 são mostrados três posições do regulador de vazão que mantém o espelho d'água em uma cota fixa a medida que o reservatório esvazia, conforme pode ser observado na sequência das fotos.

Também pode-se utilizar uma bomba de vazão controlável para alimentação do primeiro reservatório que assim permite implementar o controle automático em malha fechada do sistema hidráulico. O controlador será implementado em uma plataforma de baixo custo com controlador PWM do *Arduino* ou *Raspberry Pi*. Essa bomba é alimentada por um quarto reservatório independente de água .

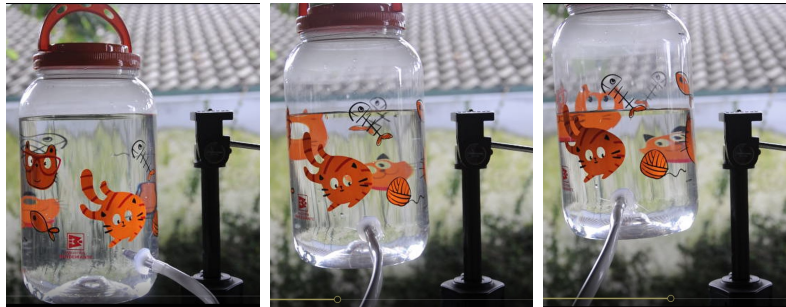


Figura 4: Dispositivo para regulação da vazão de alimentação externa

Para realizar os ensaios é necessário calibrar previamente o dispositivo controlador de vazão, a bomba hidráulica e as *balanças* de medição de massa. Pede-se:

- a) Descrever o sistema hidráulico, seu funcionamento, sistema de regulação de vazão e sistema de medição de nível.
- b) Calibrar a vazão da bomba de alimentação.
- c) Calibrar a indicação do medidor de nível nos dois reservatórios.
- d) Calibrar o regulador de vazão, para permitir ajustar a vazão em um valor adequado.
- e) Realize algumas manobras no sistema hidráulico para familiarizar-se com o sistema. Registre o comportamento do sistema. Utilize as seguintes manobras:
 - (i) Esvaziamento simultâneo dos três reservatório após estarem completamente cheios.
 - (ii) Obstruir a saída do terceiro reservatório e obstruir inicialmente a passagem entre reservatórios. Deixar um reservatório central mais cheio e os outros dois nivelados em um nível mais baixo. Anote o nível dos três reservatórios no início do ensaio. Desobstrua totalmente a passagem entre reservatórios e registrar o sinal de esvaziamento e enchimento dos reservatórios. Registre o nível de equilíbrio.
 - (iii) Obstruir a saída do terceiro reservatório e obstruir inicialmente a passagem entre reservatórios. Deixar o primeiro reservatório em um nível mais alto que o segundo e o terceiro em um nível mais baixo que o segundo, ajustando para que a diferença de nível entre

reservatórios seja a mesma. Anote o nível dos três reservatórios no início do ensaio. Desobstrua totalmente a passagem entre reservatórios e registrar o sinal de esvaziamento e enchimento dos reservatórios. Registre o nível de equilíbrio.

2 Ensaio em um Reservatório

Primeiramente será estudada a dinâmica de um único reservatório. Para isso alimente diretamente o topo do reservatório 3 e mantenha o registro que o conecta ao reservatório 2 fechado.

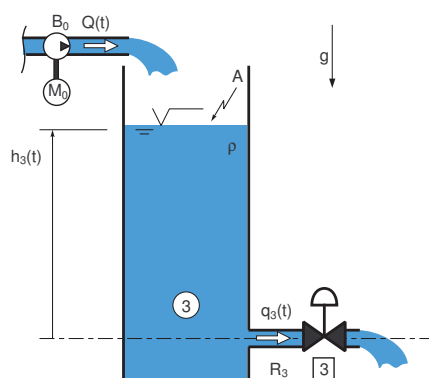


Figura 5: Sistema com um reservatório de água

O modelo mostrado na figura 5 é composto de um reservatório de água (massa específica da água $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$) com área transversal A_3 , altura do nível de água $h_3(t)$ em relação à saída e saída com resistência (perda de carga) R_3 . O reservatório é alimentado com um vazão externa $Q(t)$ controlada. O nível encontra-se inicialmente a uma altura H_3 .

O nível do reservatório pode ser obtido da equação da continuidade:

$$A_3 \frac{dh_3}{dt} = Q(t) - q_3 \quad (1)$$

Perda de carga na saída é modelada pela expressão:

$$p_3 - p_0 = R_3 q_3^2 \quad (2)$$

onde p_3 é a pressão no fundo do reservatório dada por:

$$p_3 - p_0 = \rho g h_3 \quad (3)$$

onde g é a aceleração da gravidade local ($g_{SP} = 9,78 \text{ m/s}^2$) e p_0 a pressão atmosférica.

O volume útil do reservatório é dado por:

$$V_3 = A_3 h_3 \quad (4)$$

Estudar a dinâmica do reservatório através de um modelo analítico, um modelo de simulação e através de experimentos no sistema físico.

Pede-se:

- a) Escrever a equação diferencial que descreve o comportamento dinâmico do sistema.
- b) Levantar os parâmetros físicos do sistema real.
- c) Identificar o parâmetro de resistência de perda de carga na tubulação de saída através de dois ensaios:
 - Ensaio em regime permanente com vazão de alimentação constante, $Q(t) = Q_0$, regulada para que a altura de equilíbrio H_3 fique próximo de um quarto da altura máxima disponível.
 - Ensaio de esvaziamento do reservatório sem alimentação, $Q(t) = 0$, à partir da altura totalmente cheio, $h_3(0) = H_3$.
- d) Determine a solução analítica para resposta livre e para excitação degrau à partir de uma condição inicial dada.
- e) Determine a constante de tempo τ_1 do sistema de primeira ordem linearizado em torno da condição de regime permanente.
- f) Elaborar um modelo dinâmico para simulação numérica:
 - simular a resposta com uma vazão de alimentação constante e determine a altura de equilíbrio em regime permanente.
 - simular a resposta à excitação degrau (aumento de 20% na vazão) à partir da posição de regime permanente.
 - simular a resposta à excitação por impulso (adicione ΔV mL de água em curto intervalo de tempo) à partir da posição de regime permanente.
- g) Propor um controlador de nível do reservatório regulando a vazão de alimentação e medido o nível do reservatório.

- h) Ajustar os parâmetros do controlador para um regulagem adequada do nível, controlado o *overshoot* e o tempo de ajuste (*settling time*) para um excitação degrau.
- i) Simule a resposta do sistema controlado a uma excitação degrau no seu modelo.
- j) Propor um controlador da vazão de alimentação para enchimento rápido do reservatório, sem *overshoot*, e considerando as restrições de alimentação máxima disponível.
- k) Simule o sistema controlado no enchimento rápido.
- l) Implementar as funções de controle no sistema físico real e verifique o comportamento do controlador de nível para uma excitação degrau e no enchimento rápido do reservatório.

3 Ensaio com três Reservatórios

Agora será estudado a dinâmica de três reservatório interconectados. Em uma condição em regime permanente, ajuste a perda de carga dos registros de esfera 1, 2 e 3 para níveis dos três reservatórios decrescentes, com diferença de nível igual entre reservatórios adjacentes, conforme mostrado na figura 6. Tente ajustar para manter o primeiro reservatório com 3/4 do volume máximo, o segundo a 1/2 volume e o terceiro em 1/4 do volume máximo. A alimentação deverá ser realizada pelo topo do *reservatório 1*.

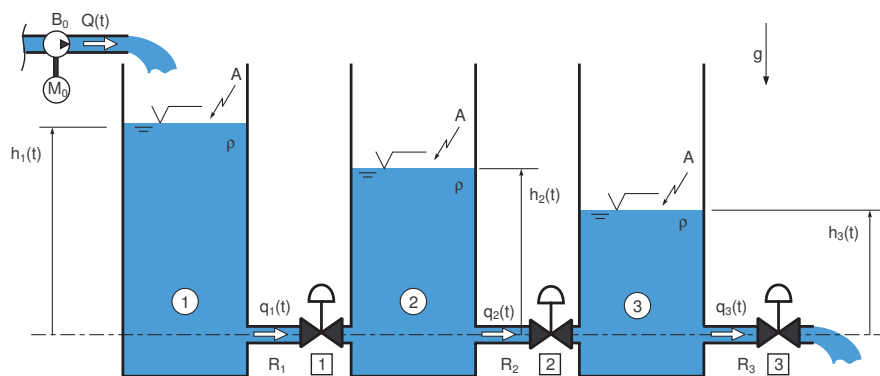


Figura 6: Sistema com três reservatórios de água

Para o sistema de três reservatórios pede-se:

- a) Escrever as equações diferenciais que descrevem o comportamento dinâmico do sistema.
- b) Levantar os parâmetros físicos do sistema real.
- c) Identificar os parâmetros de resistência de perda de carga, R_1 , R_2 e R_3 , dos três registros através de dois ensaios:
- Ensaio em regime permanente com vazão de alimentação constante, $Q(t) = Q_0$.
 - Ensaio de esvaziamento dos reservatórios sem alimentação, $Q(t) = 0$, à partir das alturas de regime permanente, $h_1(0) = H_1$, $h_2(0) = H_2$ e $h_3(0) = H_3$ reguladas no ensaio anterior.
- d) Determine a solução analítica do sistema para resposta livre e para excitação degrau à partir de uma condição inicial dada.
- e) Determine as constantes de tempo τ_1 , τ_2 e τ_3 do sistema linearizado de equações diferenciais ordinárias.
- f) Elaborar um modelo dinâmico para simulação numérica:
- simular a resposta com uma vazão de alimentação constante e determine a altura de equilíbrio em regime permanente.
 - simular a resposta à excitação degrau (aumento de 20% na vazão) à partir da posição de regime permanente.
 - simular a resposta à excitação por impulso (adicione ΔV mL de água em curto intervalo de tempo) à partir da posição de regime permanente.
- g) Propor um controlador de nível do *reservatório 3* regulando a vazão de alimentação do *reservatório 1*.
- h) Ajustar os parâmetros do controlador para um regulagem adequada do nível, controlado o *overshoot* e o tempo de ajuste (*settling time*) para um excitação degrau.
- i) Simule a resposta do sistema controlado a uma excitação degrau no seu modelo.
- j) Propor um controlador da vazão de alimentação para enchimento rápido do *reservatório 3*, sem *overshoot* do *reservatório 1*, e considerando as restrições de alimentação máxima disponível.

- k) Simule o sistema controlado no enchimento rápido.
- l) Implementar as funções de controle no sistema físico real e verifique o comportamento do controlador de nível para uma excitação degrau e no enchimento rápido do *reservatório 3*.

4 Relatório

Escreva um relatório técnico de projeto do controlador de nível de reservatório, apresentando o dispositivo experimental, os modelos dos sistemas, os resultados das simulações, o projeto dos controladores e os resultados experimentais.

5 Bibliografia

Franklin, Powell & Emani-Naeini **Feedback Control of Dynamic Systems**. 7 ed., Pearson Higher Education Inc., NJ, USA. p.62-65, p.82,, p.118-123, p.131-137, p.180-212, p.436-437, p.439-440.