

2º Prova de Laboratório de Física IV

Nome:.....Numero USP:.....

1) Considere a onda plana dada por:

$$\vec{E}(z,t) = [3\hat{x} \cos(-4z + \omega t) - 3\hat{y} \sin(-4z + \omega t)] \text{ V/cm}$$

(com z em metros). Suponha que essa onda incida perpendicularmente sobre um polaróide cujo eixo de transmissão faz um ângulo de 30° com o eixo Oy . Pede-se:

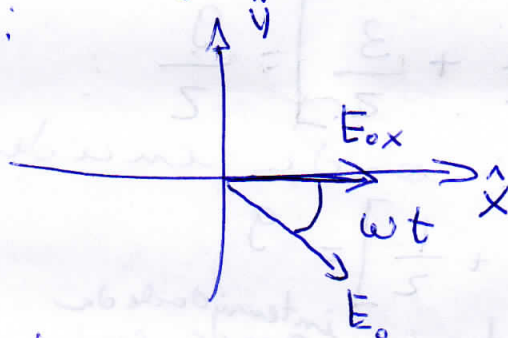
- Qual a polarização inicial desta onda? Justifique (1 ponto)
- Qual o campo elétrico da onda que emerge do polaróide? Qual a razão entre a intensidade da onda após o polarizador e a intensidade da onda inicial? (1,5 pontos).
- Se um segundo polaróide for introduzido com eixo de transmissão alinhado com o eixo Ox , Qual a razão entre a intensidade desta onda e a intensidade da onda inicial? (1,5 pontos)
- Suponha que após passar pelo polaróide do item c) a onda atravesse uma cubeta de 10 cm que contém uma solução de sacarose de concentração 0,5 kg/L. Sabendo que a constante de rotação da sacarose α é de $50^\circ \text{ (}^\circ \text{ml)/(dmg)}$ para o comprimento de onda em questão, determine o estado e a direção da polarização após passar pela cubeta. (1 ponto)

a) Consideramos $z=0$. Neste caso

$$\vec{E}(t) = 3\cos\omega t \hat{x} - 3\sin\omega t \hat{y}$$

Como $E_{0x} = E_{0y} = 3 \Rightarrow$ esta onda pode ser linearmente polarizada ou circularmente polarizada

Fazendo um gráfico no plano xy p/ $z=0$ temos:



i) para $t=0$ $\vec{E} = E_{0x} \hat{x}$

ii) para um t no plano xy temos:

Aproximata onda é circularmente polarizada à direita

b) O campo que emerge do polarizador é a projeção no eixo do polarizador. Como o ângulo entre o eixo y e o eixo do polarizador é 30° temos que o campo emergente é

$$E_p = E_x \cos 60^\circ + E_y \cos 30^\circ$$

$$E_p = 3 \cos(-4z + \omega t) \frac{1}{2} + \sqrt{3} \sin(-4z + \omega t) \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Fazemos $z=0$ p/ simplificar.

$$E_p' = \frac{3}{2} \left[\cos(\omega t) - \sqrt{3} \sin(\omega t) \right]$$

Seja $\hat{n}$ o versor paralelo ao eixo do polarizador. O campo emergente é dado por

$$\vec{E}_e = E_p \hat{n}$$

Para calcular a intensidade da onda emergente usaremos E_p' . Logo

$$I_e = E_p'^2$$

$$I_e = \frac{9}{4} \left[\cos^2(\omega t) - 2\sqrt{3} \sin \omega t \cos \omega t + 3 \sin^2 \omega t \right]$$

fazendo a média temporal

$$I_e = \frac{9}{4} \left[\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \right] = \frac{9}{2}$$

A intensidade da onda incidente

$$I_0 = 9 \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right] = 9$$

Assim a razão entre a ^{intensidade da} onda emergente e incidente é $I_e/I_0 = 1/2$. O que já era esperado!

- c) O ~~campo~~ ângulo entre o campo emergente do primeiro polarizador e o eixo do segundo polarizador é de 60° . Logo a intensidade da ~~onda~~ onda que emerge do 2º polarizador é

$$I_F = I_e \cos^2 60^\circ$$

$$I_F = \frac{9}{2} \cdot \frac{1}{4}$$

Logo a razão é $\frac{I_F}{I_0} = \frac{9}{8 \cdot 9} = \frac{1}{8}$

d) $\alpha = \frac{50^\circ \text{ ml}}{\text{dm g}}$ Como $\theta = \alpha \cdot \rho \cdot L$

onde L é o tamanho da cubeta e ρ a densidade

$$\rho = \frac{500 \text{ g}}{1000 \text{ ml}} = 0.5 \frac{\text{g}}{\text{ml}} \text{ e } L = 10 \text{ cm} = 1 \text{ dm}$$

$$\theta = 50^\circ \cdot 0.5 \cdot 1 = 25^\circ$$

A polarização roda para a direita (sentido horário)!

- 2) Considere a onda plana linearmente polarizada ($\lambda = 589 \text{ nm}$) que incide perpendicularmente a um substrato de quartzo cristalino. O vetor campo elétrico desta onda forma um ângulo de 45 graus com o eixo óptico do substrato. Sendo a onda dada por:

$$\vec{E}(z, t) = E_0[\hat{x} \cos(kz + \omega t) + \hat{y} \cos(kz + \omega t)]$$

Pede-se:

- a) Se a espessura deste substrato for $d = 2 \text{ mm}$, qual a diferença de fase entre as duas componentes do campo após sair do substrato? Obtenha a equação do campo elétrico e a polarização da onda emergente? (1,5 pontos).
b) Qual deve ser a mínima espessura para que a onda emergente seja circularmente polarizada? (1,5 pontos)
c) Suponha que desejamos que a onda passe pelo substrato sem alterar sua polarização. Qual deveria ser sua espessura mínima? (1,0 pontos) *do item b*
d) Queremos que a luz emergente retorne ao mesmo estado de polarização da luz incidente com a mesma intensidade. O que devemos fazer? Justifique. (1,0 pontos)

Dado: No quartzo cristalino o índice de refração lento é $n_l = 1.553$ e o rápido é $n_r = 1.543$.

Observação: Você não pode em momento algum alterar o ângulo inicial entre o campo e o eixo ótico do substrato

a) a diferença de fase é dada por

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_l - n_r) d$$

$$\lambda = 589 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$d = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (1.553 - 1.543) d$$

$$\phi = 2\pi \times 33.955$$

Somos incapazes de notar diferenças de fase de $2\pi m$ ($m = 0, 1, 2, \dots$). Assim a diferença de fase efetiva é de

$$\phi_{ef} = 2\pi \times 0.955$$

O campo emergente é

$$\vec{E}(z, t) = E_0[\hat{x} \cos(kz + \omega t) + \hat{y} \cos(kz + \omega t \pm \phi_{ef})]$$

O sinal $\pm$ advém do fato de não termos conhecimento qual é o eixo rápido e/ou lento do substrato!

$$b) \quad \phi = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{\lambda} (m_L - m_L) d$$

$$\frac{\lambda}{4(m_L - m_L)} = d$$

$$d \approx 0.0147 \text{ mm}$$

$$c) \quad \phi = 2\pi$$

$$2\pi = \frac{2\pi}{\lambda} (m_L - m_L) d$$

$$d = \frac{\lambda}{(m_L - m_L)} \approx 0.0589 \text{ mm}$$

d) Devemos introduzir uma lâmina de quanto de onda, após a ~~segunda~~ primeira $\lambda/4$. Mas seu eixo deve estar invertido. Por exemplo o eixo rápido da segunda lâmina deve estar paralelo ao eixo lento da primeira e vice-versa.