

Movimento em 2D: força constante

Força **constante** na direção y: $\vec{F}_R = -mg \mathbf{j}$

2a Lei de Newton

$$\begin{cases} m \frac{dv_x}{dt} = F_x = 0 \\ m \frac{dv_y}{dt} = F_y = -mg \end{cases}$$

Posição (x,y)

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_x \\ \frac{dy}{dt} = v_y \end{cases}$$

Temos um **sistema de equações diferenciais** (acopladas)

Movimento em 2D: lançamento

Método de Euler: $\frac{dv_x}{dt} \approx \frac{v_x(t + \Delta t) - v_x(t)}{\Delta t}$ (o mesmo para y):

$$\frac{dx}{dt} \approx \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

Ou seja, **dados** $x(t)$ $y(t)$ $v_x(t)$ e $v_y(t)$ podemos calculá-los em $t + \Delta t$:

$$\left\{ \begin{array}{l} x(t + \Delta t) = x(t) + v_x(t) \Delta t \\ y(t + \Delta t) = y(t) + v_y(t) \Delta t \\ v_x(t + \Delta t) = v_x(t) \\ v_y(t + \Delta t) = v_y(t) - g \Delta t \end{array} \right.$$

Solução numérica: método de Euler

Discretização!

$$v_x(t) \approx v_x(t_n) \equiv (v_x)_n$$

$$x(t) \approx x(t_n) \equiv x_n$$

$$t_n = n \Delta t$$

$$v_y(t) \approx v_y(t_n) \equiv (v_y)_n$$

$$y(t) \approx y(t_n) \equiv y_n$$

Posição e velocidade são dados em intervalos *discretos*!

Fórmula recursiva:

$$\begin{cases} x_{n+1} = x_n + (v_x)_n \Delta t \\ y_{n+1} = y_n + (v_y)_n \Delta t \\ (v_x)_{n+1} = (v_x)_n \\ (v_y)_{n+1} = (v_y)_n - g \Delta t \end{cases}$$

- Começando em $t=0$ [dados $x(0), v_x(0), y(0), v_y(0)$]
podemos calcular tudo em t_1 [$x_1, (v_x)_1, y_1, (v_y)_1$].
- Temos tudo em t_1 , calculamos tudo em t_2, \dots e assim por diante!

Aula 6 – Tarefa 1 – Parte 1

Um corpo é lançado a partir do solo com velocidade inicial $v=10\text{m/s}$ a um ângulo $\theta=45^\circ$ com a horizontal.

- *Calcule sua posição (x,y) nos tempos $t_n=n.\Delta t$ de $t_1=0$ até $t_N=3\text{s}$ com passo de $\Delta t=0.1\text{s}$ usando o método de Euler.*
- *Para cada passo, imprima t_n , $x(t_n)$ e $y(t_n)$ com 5 casas e imprima **o ponto** (x,y) em um gráfico. (Dica 1)*
- ***Discuta:** o que ocorre para tempos longos? Faz sentido físico? Você confia na sua simulação??*

Dica 1 : Para imprimir um ponto (x,y) [**x e y são números e não vetores!**] use **plot(x,y,'b-o')**.

Aula 6 – Tarefa 1 – Parte 2

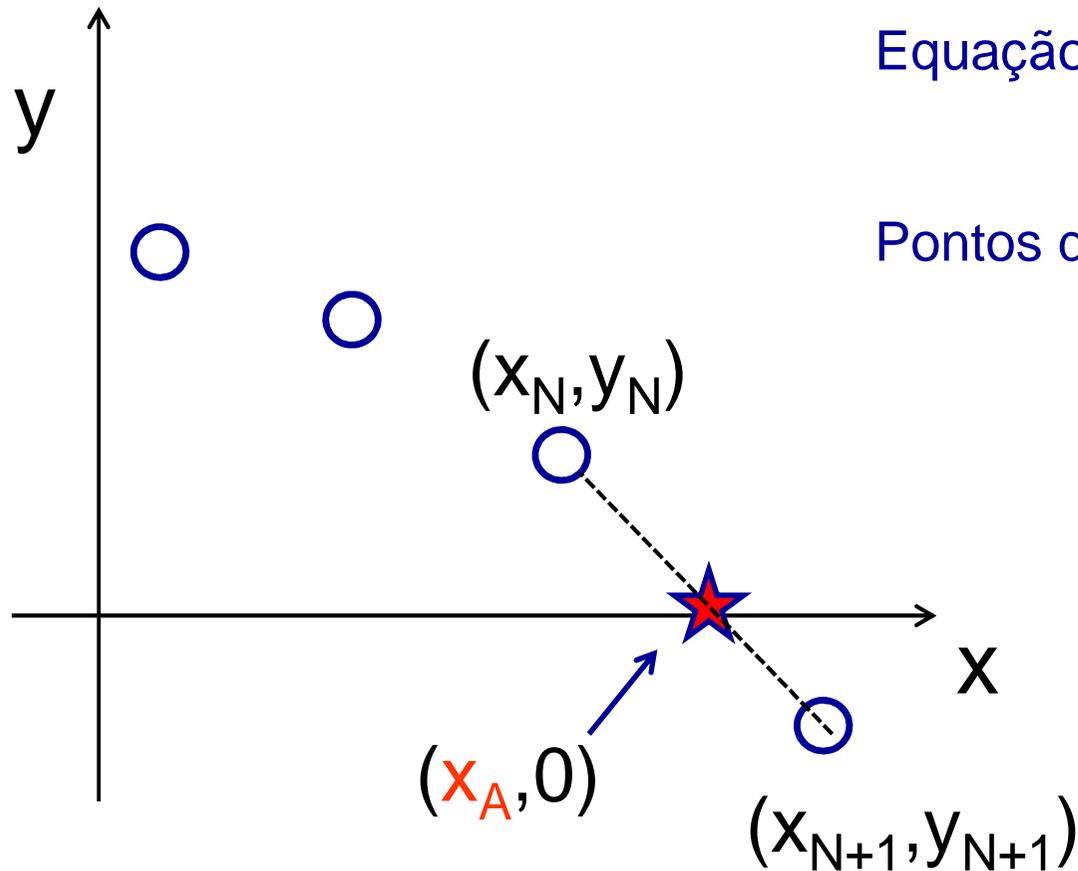
Um corpo é lançado a partir do solo com velocidade inicial $v=10\text{m/s}$ a um ângulo $\theta=45^\circ$ com a horizontal.

- Calcule sua posição (x,y) nos tempos $t_n=n.\Delta t$ a partir de $t_1=0$ com passo de $\Delta t=0.1\text{s}$ usando o método de Euler.
- Para cada passo, imprima t_n , $x(t_n)$ e $y(t_n)$ com 5 casas e imprima **o ponto** (x,y) em um gráfico. **Dica 1:** use **plot(x,y,'b-o')**
- Pare o procedimento quando y for <0 (queda ao chão) (**Dica 2**)
- Estime o valor máximo de x (alcance x_A). Como obter uma melhor aproximação para este valor? (**Dica 3**)

Dica 2 : Use um loop **while** com a condição $(y \geq 0)$ na atualização de x,y !

Dica 3 : Armazene os dois últimos valores de x e y e use uma interpolação linear para estimar x_A sabendo que $y_A=0$.

Interpolação Linear



Equação da reta: $y = Ax + B$

Pontos da reta: $\begin{cases} y_N = Ax_N + B \\ y_{N+1} = Ax_{N+1} + B \end{cases}$

Resolvendo para A e B:

$$\begin{cases} A = \frac{y_{N+1} - y_N}{x_{N+1} - x_N} \\ B = y_N - Ax_N \end{cases}$$

Estimativa para x_A !

$$0 = Ax_A + B \Rightarrow x_A = \frac{-B}{A}$$

Aula 6 – Tarefa 2 (Enviar online até 3a-f!)

Um corpo é lançado a partir do solo com velocidade inicial $v=10\text{m/s}$ a um ângulo θ com a horizontal.

- Para $\theta = \pi/8, \pi/6, \pi/4, \pi/3$ e $3\pi/8$:
 - Plote (no mesmo gráfico) a posição (x,y) do corpo de $t_1=0\text{s}$ com um passo de $\Delta t=0.1\text{s}$ usando o método de Euler.
- Calcule o valor do alcance x_A para cada ângulo e faça um gráfico x_A vs θ .

Dica : Para cada x_A calculado, adicione-o a um vetor (concatenando):

vecx=[vecx xA]; % Adiciona xA ao final de vecx

- Para enviar a tarefa, clique na aba “Envio de Tarefas e Projetos” e depois em “Tarefas da Aula 6”
- Envie com o nome “Aula6_Tarefa2.m”
- Envie a Tarefa 1 como teste AGORA.