

Lista de Exercícios II - Gabarito

① (a) Solução Particular:

$$x_p(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

com

$$A = \frac{F_0}{m} \frac{1}{((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \gamma^2)}$$

e

$$\phi = \arctan\left(\frac{-\omega\gamma}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)$$

Subcrítico:

$$x_H(t) = e^{-\frac{\mu t}{2m}} (B \cos(\omega' t) + C \sin(\omega' t))$$

com

$$\omega' = \frac{\sqrt{4mk - \mu^2}}{2m}$$

$$B = 1 - A \sin(\phi)$$

$$C = -\frac{A\gamma \sin(\phi) + 2A\omega \cos(\phi) - \gamma}{\sqrt{4\omega_0^2 - \gamma^2}}$$

Supercrítico:

$$x_H(t) = e^{-\frac{\mu t}{2m}} (Be^{\beta t} + Ce^{-\beta t})$$

com

$$\beta = \frac{\sqrt{-4mk + \mu^2}}{2m}$$

$$B = -\frac{A\sqrt{\gamma^2 - 4\omega_0^2} \sin \phi + A\gamma \sin \phi + 2A\omega \cos \phi - \sqrt{\gamma^2 - 4\omega_0^2} - \gamma}{2\sqrt{\gamma^2 - 4\omega_0^2}}$$

$$C = -\frac{A\sqrt{\gamma^2 - 4\omega_0^2} \sin \phi - A\gamma \sin \phi - 2A\omega \cos \phi - \sqrt{\gamma^2 - 4\omega_0^2} + \gamma}{2\sqrt{\gamma^2 - 4\omega_0^2}}$$

Crítico:

$$x_H(t) = e^{-\frac{\mu t}{2m}} (B + Ct)$$

com

$$B = 1 - A \sin \phi$$

$$C = \frac{1}{2}(-A\gamma \sin \phi - 2A\omega \cos \phi + \gamma)$$

(b) Para valores grandes de t , a solução particular domina.

②

$$x(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t) + \frac{\alpha}{k}t$$

com

$$A = x_0 - l, \quad B = \frac{v_0}{\omega} - \frac{\alpha}{\omega k}$$

③ (a)

$$m\ddot{x}_1 = k(x_2 - x_1) - m\omega_0^2 x_1$$

$$m\ddot{x}_2 = -k(x_2 - x_1) - m\omega_0^2 x_2$$

(b)

$$x_1 = A \cos(\omega_0 t + \delta_1) + B \cos(\omega t + \delta_2)$$

$$x_2 = A \cos(\omega_0 t + \delta_1) - B \cos(\omega t + \delta_2)$$

com

$$\omega^2 = 3\omega_0^2$$

(c)

$$A = \frac{x_0}{2}, \quad \delta_1 = 0, \quad B = -\frac{x_0}{2} \quad e \quad \delta_2 = 0$$

④ (a)

$$k = 0.1m^{-1}, \quad \omega = 0.4s^{-1} \quad A = 0.5m$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = 62.8m, \quad \tau = \frac{2\pi}{\omega} = 15.708s, \quad v = \frac{\omega}{k} = 4m/s$$

(b)

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -0.4y$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0.4^2 y$$

⑤

$$A_{res} = \sqrt{(A + B \sin \phi)^2 + B^2}$$
$$\tan \psi = \frac{A + B \sin \phi}{B}$$

⑥ (a) Demonstrar a equação da corda:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = g \frac{\partial x}{\partial y} + gy \frac{\partial^2 x}{\partial y^2}$$

(b)

$$T = \int_0^L \frac{1}{\sqrt{gy}} dy = 2\sqrt{\frac{L}{g}}$$

(c) A tração é proporcional ao peso e a velocidade é proporcional a tração dividido pela densidade \rightarrow a dependência da massa é cancelada.

⑦

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$