Lista de Exercícios X

① Os dois recipientes cilíndricos indicados na Fig. 1 têm bases de raios iguais r_0 e estão cheios de um líquido de densidade ρ até a mesma altura h. O primeiro tem uma parte inferior de altura $h_0 < h$ ligada a um gargalo re raio $r_1 < r_0$, enquanto o segundo é simplesmente um cilindro reto. A aceleração de gravidade é g.

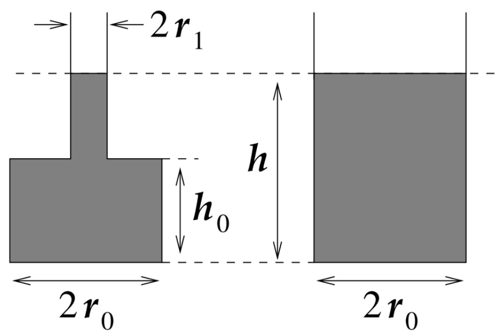

Figure 1: Questão 1.

a) Qual o peso do fluido contido em cada um dos dois recipientes, em termos da dimensões dadas, ρ e g?

b) Qual a força resultante exercida pela pressão do fluido sobre o fundo de cada um dos dois recipientes, em termos das mesmas quantidades?

c) Qual a força resultante exercida pelo fluido sobre as paredes laterais de cada um dos recipientes?

d) Qual a força resultante exercida pela pressão do fluido sobre o disco situado ao pé do gargalo do primeiro recipiente?

e) Compare a resultante de todas as forças exercidas pela pressão sobre a superfície interna de cada um dos recipientes com o peso do fluido em cada um deles.

② O manômetro de tudo inclinado da Fig. 2 é utilizado para medir pequenas diferenças de pressão $p_1 - p_2$ entre os dois tubos. O ramo de diâmetro d é inclinado de um ângulo θ com relação à horizontal, enquanto a altura

N_0 indica a altura do fluido na ausência do ramo inclinado. Suponha que a densidade do fluido ρ, os diâmetros d e D, o deslocamento l, a altura $N-0$ e a diferença de pressão $p_1 - p_2$ sejam todas quantidades conhecidas. Calcule quanto vale o ângulo θ em função das quantidades conhecidas.

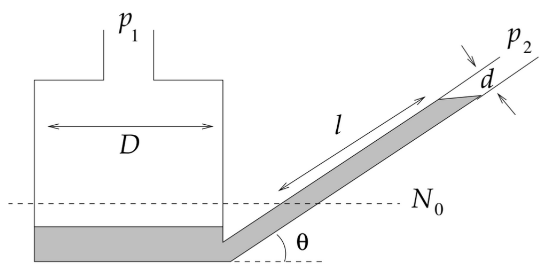

Figure 2: Questão 2.

③ Um tubo em U contendo um líquido de densidade ρ gira com velocidade angular ω em torno de um de seus ramos verticais (ver Fig. (3)). A distância entre os dois ramos do tudo é d. Calcule a diferença de altura de equilíbrio do fluido nos dois ramos do tubo em termos de ω, d e da aceleração de gravidade g. Porque h não depende da densidade do líquido?

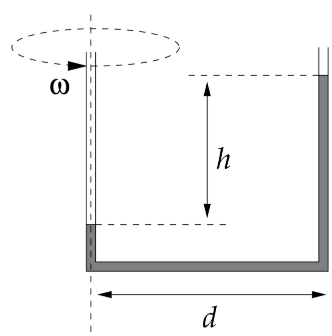

Figure 3: Questão 3.

④ Um pistão é constituído por um disco ao qual de ajusta um tubo cilíndrico de diâmetro d, e está adaptado a um recipiente cilíndrico de diâmetro D (Fig. 4). A massa do pistão com o tubo é M e ele está inicialmente no fundo do recipiente. Despeja-se então pelo tubo uma massa m de líquido de densidade ρ; em consequência, o pistão se eleva de uma altura H. Calcule H.

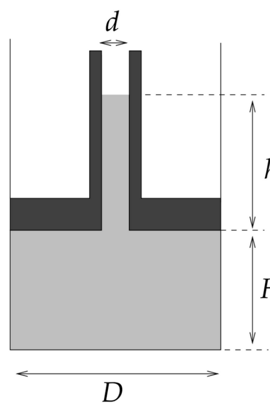

Figure 4: Questão 4.

⑤ Uma caixa d'água tem a forma de um paralelepípedo retangular, cuja base tem lados a e b e cuja altura é c. Ela contém água (densidade ρ_0) até a altura $h < c$.

a) Calcule a força total exercida pela água sobre o fundo e sobre cada uma das paredes laterais do recipiente;

b) Definindo o centro de pressão para uma parede ou para o fundo da caixa como sendo o ponto cujas coordenadas são as médias das coordenadas das posições sobre a parede ou sobre o fundo, ponderadas com a pressão exercida pela água em cada ponto, calcule o centro de pressão para cada uma das paredes e para o fundo da caixa d'água. **Sugestão:** a posição do centro de pressão corresponde à posição do centro de massa de um retângulo plano com densidade superficial de massa proporcional à pressão da água em cada ponto.

⑥ Um densímetro tem a forma indicada na Fig. 5, com uma haste cilíndrica graduada, cuja seção transversal tem área A, ligada a um corpo que contém lastro. Ele é calibrado mergulhando-o em água, marcando com a graduação "1" a altura da haste até a qual ele fica mergulhado, e determinando o volume V_0 da parte mergulhada (abaixo da marca "1"). Seja então h o comprimento do trecho da haste entre a graduação "1" e o nível até onde o densímetro mergulha quando colocado num líquido de densidade desconhecida. Calcule a densidade desse líquido com relação à água em função de V_0, A e h.

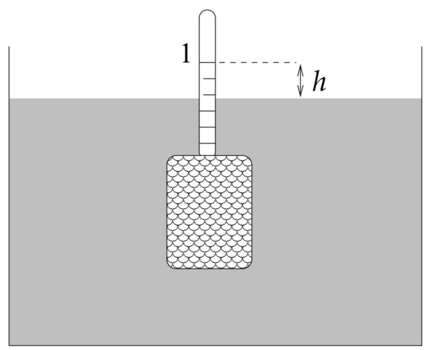

Figure 5: Questão 6.

⑦ Uma classe de modelos usados para o equilíbrio não isotérmico da atmosfera é a do equilíbrio *politrópico*, caracterizada pela relação entre pressão e densidade dada por $p = k\rho^n$, onde k é uma constante e o expoente n é chamado de "expoente politrópico" (não necessariamente inteiro; o caso particular do equilíbrio adiabático de um gas ideal diatômico é um equilíbrio politrópico com $n = C_p/C_v \simeq 1.4$). O valor da constante k pode ser obtido de $k = p_0/\rho_0^n$, p_0 e ρ_0 sendo valores correspondentes a uma altitude de referência (por exemplo, o nível do mar $z = 0$).

a) Supondo que a atmosfera satisfaça a equação de estado de um gas ideal, verifique que o valor da constante k pode também ser expresso como

$$k = \frac{(rT_0)^n}{p_0^{n-1}},$$

onde $r = R/M_{mol}$ (com M_{mol} a massa média de um mol de gas);

b) Verifique que a dependência da pressão com a altitude z é dada por

$$p(z) = p_0 \left(1 - \frac{n-1}{n}\frac{g}{rT_0}z\right)^{\frac{n}{n-1}} ;$$

c) Obtenha expressões para a temperatura T e para a densidade ρ como funções de z (além de n, T_0 e ρ_0, claro).

⑧ Uma “cuia flutuante” tem a forma de uma esfera oca cortada ao meio. O raio externo da esfera é R. A massa da cuia é tal que, colocada na água com a sua borda circular para cima e na horizontal, ela flutua de forma que a altura da parte submersa é $R/2$ e, portanto, igual à altura da parte que permanece acima do nível da água.

a) Determine a posição do centro de empuxo e do dentro de massa da cuia. Para facilitar as coisas, neste último caso suponha a espessura das paredes da cuia desprezível em comparação com R;

b) Estude a estabilidade da cuia flutuante determinando a posição do metacentro.