

Tensões na Flexão

O estudo da flexão será dividido em 3 casos:

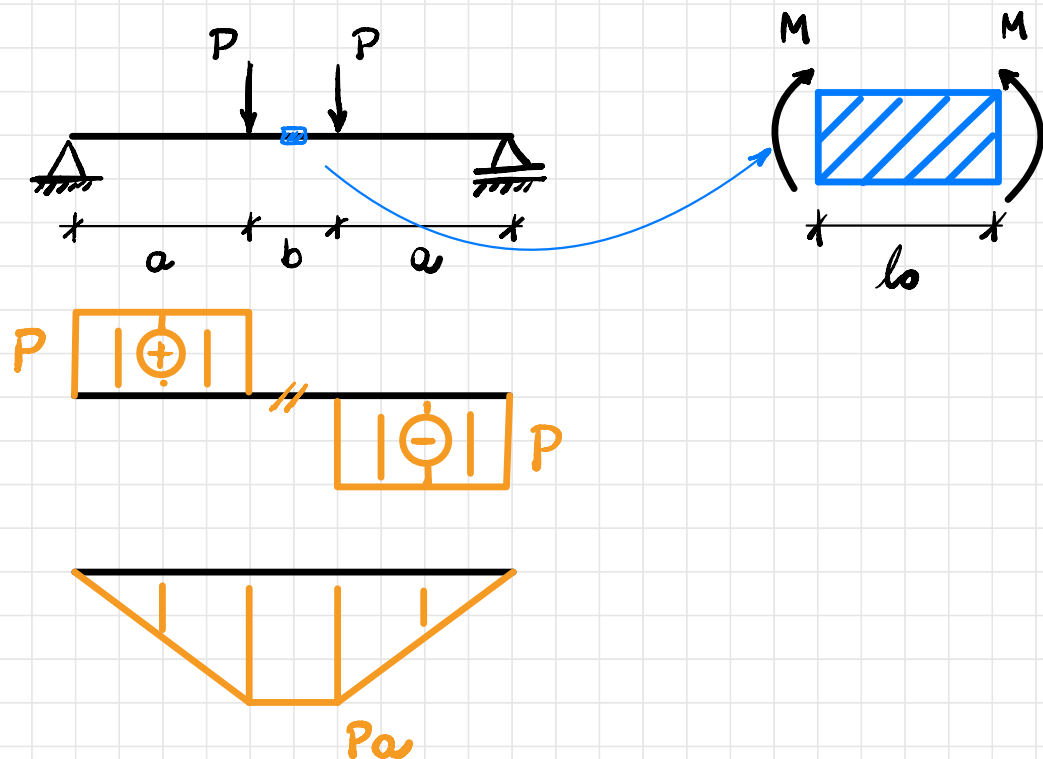
$$\textcircled{1} \text{ Flexão pura } \begin{cases} N=0 \\ V=0 \\ M=\text{cte} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \text{ Flexão simples } \begin{cases} N=0 \\ V \neq 0 \\ M \neq \text{cte} \end{cases}$$

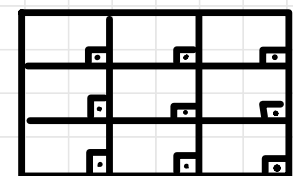
$$\textcircled{3} \text{ Flexão composta } \begin{cases} N \neq 0 \\ V \neq 0 \\ M \neq \text{cte} \end{cases}$$

1 Flexão Pura

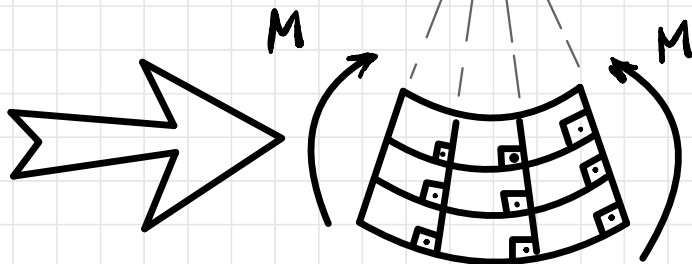
Considere a barra a seguir:



Para uma seção do centro (entre as cargas P)
há apenas flexão pura (sem forças normais e
cortantes e com momento constante). Para casos
assim, por simetria, a seção se deforma para uma
seção de coroa circular.

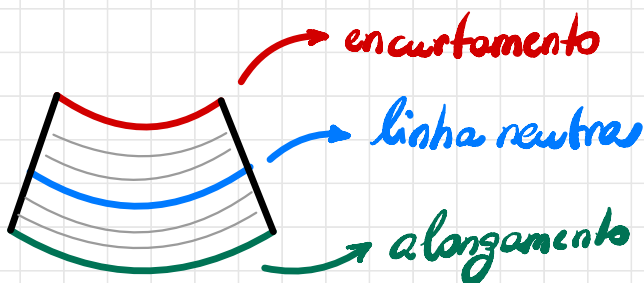


l_0

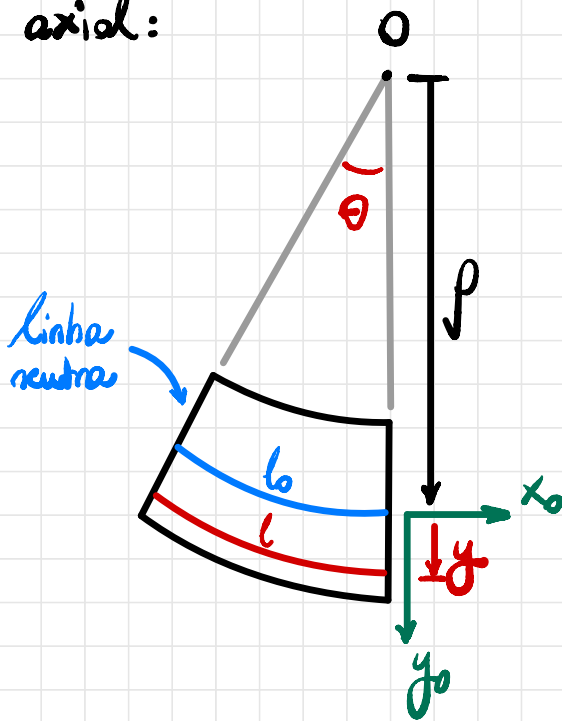


Também por simetria, seções planas e ortogonais ao eixo não deformado permanecem planas e ortogonais ao eixo deformado (ou seja, são arcos de circunferência).

Pode-se perceber que as fibras inferiores da barra alongam-se ao passo que as superiores encurtam-se. Sendo assim, há uma fibra tal que não há deformação. Essa é chamada de linha neutra.



Fazendo algumas considerações para obter a deformação axial:



O comprimento original pode ser escrito como:

$$l_0 = \rho \cdot \theta$$

O comprimento de uma fibra em uma posição y é:

$$l(y) = (\rho + y) \cdot \theta$$

Assim, pode-se calcular a deformação como:

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{(\rho + y) \cdot \theta - \rho \cdot \theta}{\rho \cdot \theta} = \frac{\rho + y - \rho}{\rho}$$

Assim:

$$\epsilon(y) = y / \rho \text{ ou } \epsilon(y) = \kappa y$$

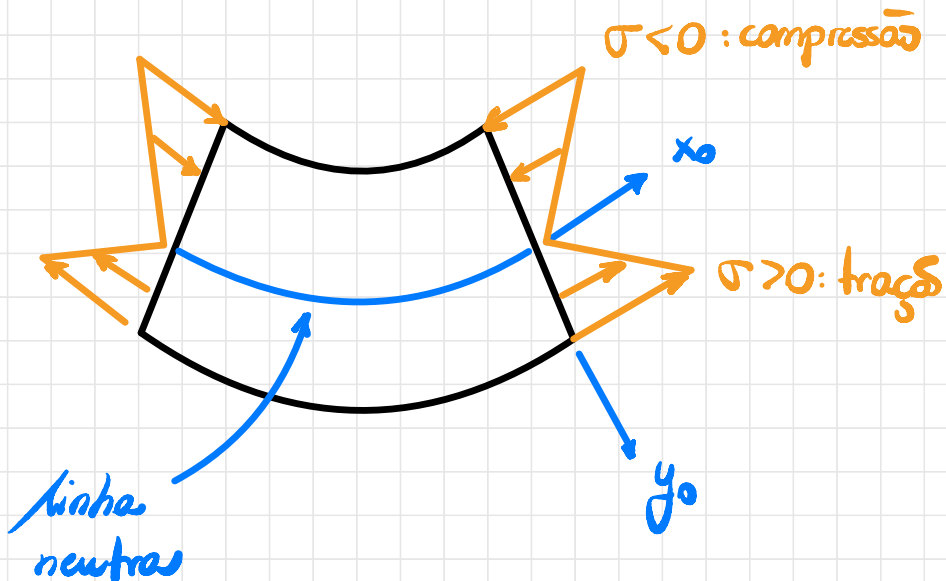
Onde:

$$\begin{cases} \rho: \text{raio de curvatura} \text{ [m]} \\ K = 1/\rho: \text{curvatura} \text{ [m}^{-1}\text{]} \end{cases}$$

Como tem-se deformação, é possível utilizar-se a Lei de Hooke:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \rightarrow \sigma = E K y \quad (\text{I})$$

Ou seja, a tensão varia linearmente com y :



Fazendo o equilíbrio:

$$N = \int dN = \int \sigma(y) dA = 0$$

Substituindo I:

$$\int E K y dA = E K \int y dA = E K M_{sz_0} = 0$$

material com
propriedades constantes

curvatura
constante

Logo:

$$M_{sz_0} = 0$$

Ou seja, a linha neutra é baricêntrica
na flexão pura.

Agora, para o momento:

$$M = \int \sigma(y) \cdot y \cdot dA = \int EKy \cdot y \cdot dA = \int EKy^2 dA$$

$$M = EK \underbrace{\int y^2 dA}_{I_{z_0}} \rightarrow M = EK I_{z_0}$$

Ou seja:

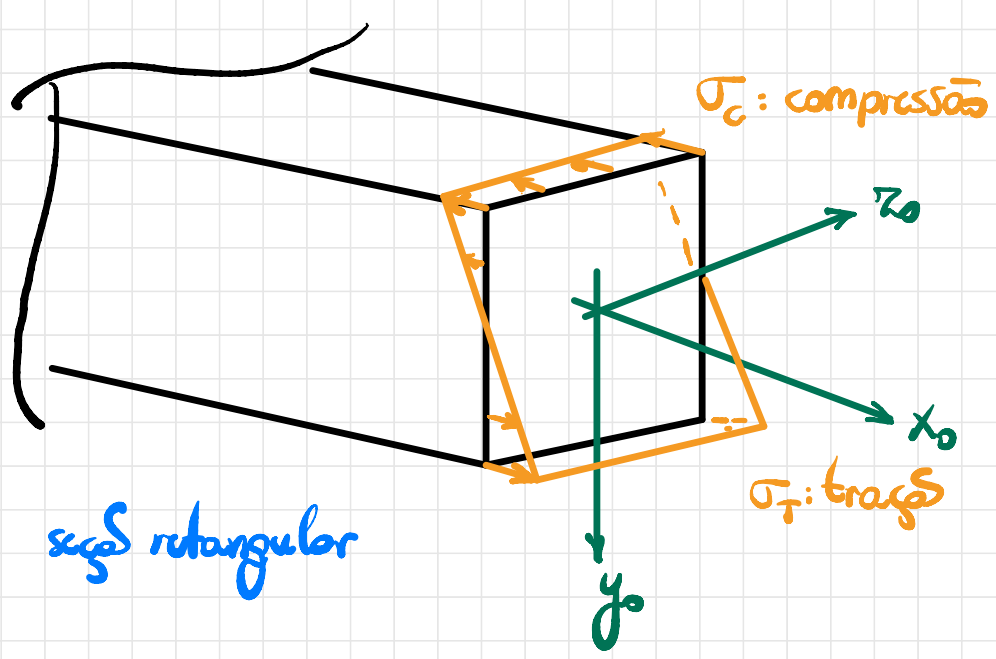
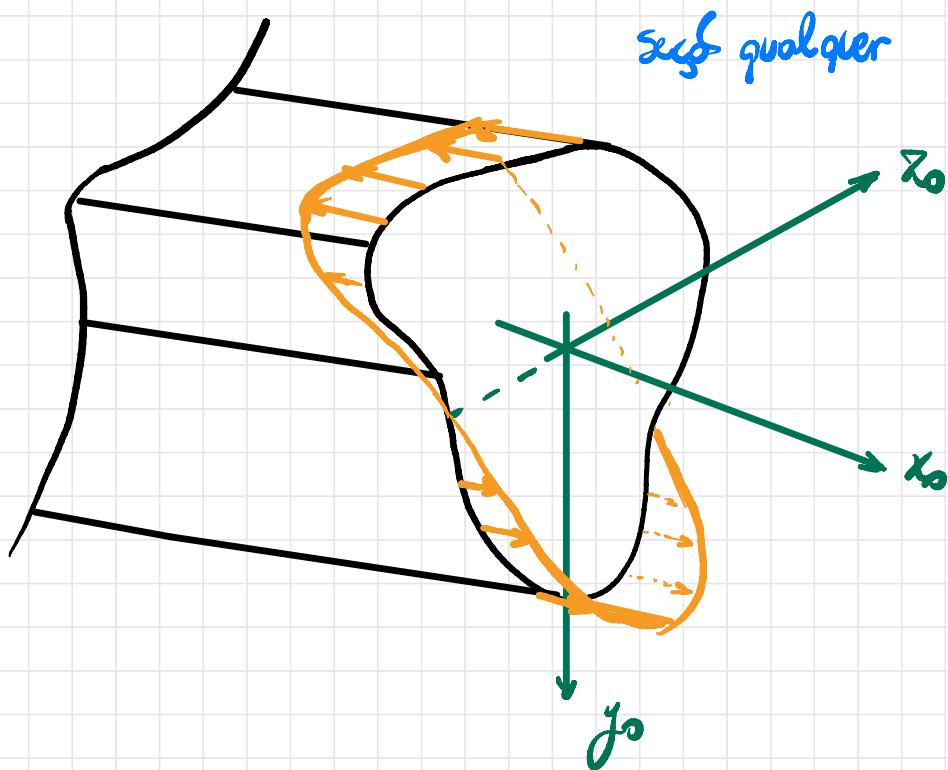
$$K = \frac{M}{EI_{z_0}}$$

Substituindo na lei de Hooke:

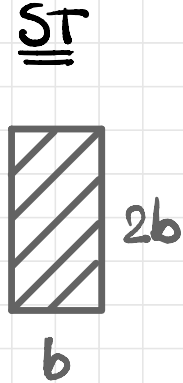
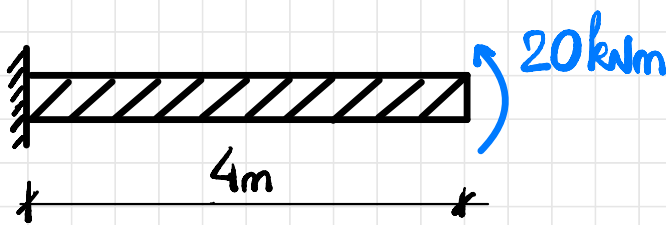
$$\sigma = EKy = E \left(\frac{M}{EI_{z_0}} \right) y$$

$$\sigma = \frac{M}{I_{z_0}} y$$

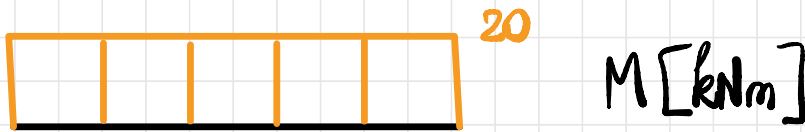
Fórmula das tensões normais na flexão



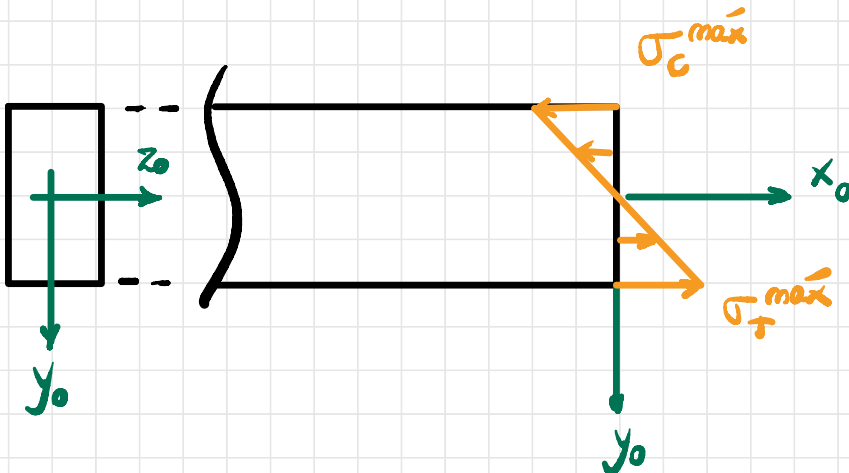
Exemplo: Determine o valor mínimo de b para que a tensão máxima admissível seja 60 MPa .



Traçando o diagrama de momentos:



Olhando a barra em um corte:



Lembrando que $\sigma = \frac{M}{I_{z0}} \cdot y$, as tensões máximas

ocorrem nos pontos de maior valor y em módulo (no caso $y = \pm b$). Nesse caso $\sigma_T^{\max} = |\sigma_C^{\max}|$ e, por isso, será verificada apenas para a tensão de tração:

- calculando I_{z0} :

$$I_{z0} = \frac{bh^3}{12} = \frac{b(2b)^3}{12} = \frac{8b^4}{12} = \frac{2}{3}b^4$$

É assim:

$$\sigma_T = \frac{M}{I_{z0}} \cdot b = \frac{M}{(\frac{2}{3}b^4)} \cdot b \rightarrow \sigma_T = \frac{3M}{2b^3}$$

Impondo a condição de tensão limite:

$$\sigma_T \leq \bar{\sigma} \rightarrow \frac{3M}{2b^3} \leq \bar{\sigma}$$

Logo:

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{3M}{2\sigma}}$$

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 20 \cdot 10^3}{2 \cdot 60 \cdot 10^6}}$$

em N

em Pa

$$b \geq 0,079 \text{ m}$$

Assim b mínimo é 7,9 cm.

Usando um valor arredondado:

