

# GEOESTATÍSTICA

- **Estatística clássica**
  - variáveis independentes
  - sem continuidade espacial
- **Estatística espacial**
  - valores associados à localização no espaço e/ou no tempo
  - distribuição contínua dos valores
  - processos de estimativa para pontos não amostrados
- **Geoestatística**
  - variáveis regionalizadas: fenômeno natural
- **Fenômeno natural**
  - aspecto estrutural (determinístico)
  - aspecto errático (casual)
  - correlação espacial
- **Variograma**
  - quantificação da continuidade espacial
- **Procedimentos em geoestatística**
  - análise exploratória dos dados
  - cálculo do variograma experimental
  - modelagem
  - krigagem: estimativa e interpolação
  - simulação

## VARIOGRAMA

- Ferramenta básica, que permite descrever quantitativamente a variação no espaço de um fenômeno regionalizado.
- A natureza estrutural de um conjunto de dados, assumido pela variável regionalizada, é definida a partir da comparação de valores tomados simultaneamente em dois pontos, segundo uma determinada direção.
- A função variograma  $2\gamma(h)$  é definida como sendo a esperança matemática do quadrado da diferença entre os valores de pontos no espaço, separados por uma distância  $h$ .

$$2\gamma(h) = E\{[Z(x+h) - Z(x)]^2\}$$

$$2\gamma(h) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [Z(x+h) - Z(x)]^2$$

- A interpretação do variograma permite obter parâmetros que descrevem o comportamento espacial das variáveis regionalizadas.
- Uma feição resultante da análise dos parâmetros do variograma experimental é a zona de influência: qualquer valor de  $Z(x)$  estará correlacionado com outros valores  $Z(x+h)$  que estiverem dentro de um raio "a" de  $x$ . Esta correlação, ou a influência de um valor em outro, decresce conforme  $Z(x+h)$  aproxima-se de "a".
- O variograma é utilizado para calcular os valores de semivariância, para uma dada distância, os quais são necessários para a organização do sistema de equações de krigagem.
- Necessidade de ajustar uma função matemática que descreva continuamente a variabilidade ou correlação espacial existente nos dados. O variograma experimental não serve para esse fim, porque há necessidade de interpolação e os pontos apresentar-se-ão com uma certa dispersão, principalmente para distâncias grandes, quando o número de pares de amostras diminui.
- O variograma substitui a distância euclidiana "h" pela distância " $2\gamma(h)$ ", atributo específico do local em estudo. A distância dada pelo variograma mede o grau médio de similaridade entre um valor não amostrado e um valor conhecido vizinho.

A **geoestatística** estuda o comportamento das chamadas **variáveis regionalizadas** e fundamentalmente baseia-se nos seguintes pressupostos:

**Ergodicidade:** a esperança referente à média de todas as possíveis realizações da variável é igual a média de uma única realização dentro de um certo domínio;

**Estacionariedade:** na região em que se pretende fazer estimativas, o fenômeno é descrito como homogêneo dentro desse espaço;

**Hipótese intrínseca:** as diferenças entre valores apresentam fraco incremento, isto é, as diferenças são localmente estacionárias.

Para a obtenção de um variograma, portanto, é suposto que a variável regionalizada tenha um comportamento fracamente estacionário, onde os valores esperados, assim como sua covariância espacial, sejam os mesmos por uma determinada área.

Assume-se, desse modo, que os valores dentro da área de interesse não apresentem tendência que possam afetar os resultados.

- variável regionalizada  $x(i)$  coletada em pontos  $i$
- $x(i)$  e  $x(i+h)$ : valores de uma variável regionalizada obtidos nos pontos  $i$  e  $i+h$ , separados entre si por múltiplos da distância  $\vec{h}$ , vetor com direção específica, em um espaço a uma, duas ou três dimensões
- valor de cada ponto está relacionado com valores obtidos à partir de pontos situados a uma certa distância; a influência será tanto maior quanto menor for a distância entre os pontos
- grau de relação entre valores numa certa direção pode ser expresso pela **covariância** ou pela **variância**;
- covariância e variância entre valores de uma mesma variável, porem obtidos em **pontos  $x$  e  $x+h$** .
- para qualquer deslocamento  $h$ , os dois primeiros momentos da diferença  $[x(i)-x(i+h)]$  são independentes da localização de  $x$  e função apenas de  $h$   
**média** =  $m = E[x(i)-x(i+h)] = E[Z(x)]$   
**variância** =  $E\{[x(i)-x(i+h)]-m\}^2 = E\{[Z(x) - m]^2\}$
- covariância =  **$C(h) = E[Z(x+h).Z(x)] - m^2$**   
 covariância depende do tamanho de  $h$   
 $h = 0$ ,  $C(h)$  passa a representar a variância =  **$C(0)$**
- semivariância: metade da variância das diferenças  $x(i+h) - x(i)$   
 $\gamma(\vec{h}) = \gamma(h) = \Sigma[Z(x+h) - Z(x)] / 2$
- variância de  $X = [\Sigma x^2 / n] - [(\Sigma x / n)^2]$   
 $\gamma(h) = [1/2 \Sigma (x(i+h) - x(i))^2] / n - [1/2 \Sigma (x(i+h) - x(i)) / n]^2$   
 como  $[1/2 \Sigma (x(i+h) - x(i)) / n] = 0$ ,  
 $\gamma(h) = 1/2[\{\Sigma x(i+h)^2\} / n + \{\Sigma x(i)^2\} / n] - \{\Sigma x(i+h)x(i)\} / n$ ,  
 o que significa que  
 **$\gamma(h) = C(0) - C(h)$**
- sendo  $x(1), x(2), \dots, x(i), \dots, x(n)$ , realizações de uma variável regionalizada, satisfazendo a hipótese intrínseca, a estimativa não tendenciosa da semivariância é dada por  
 **$\gamma(h) = 1/2n \Sigma \{x(i+h) - x(i)\}^2$**
- relações são mostradas quando a função  $\gamma(h)$  é colocada em gráfico contra  $h$  para originar o semivariograma

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n(h)} \sum_{i=1}^n [x(i+h) - x(i)]^2$$

- semivariância distribui-se de 0, quando  $h=0$ , até um valor igual a variância das observações para um alto valor de  $h$
- a distância, segundo a qual  $\gamma(h)$  atinge um **patamar** (soleira/sill), igual a variância dos dados, é chamada de **alcance** (range).
- para a utilização do semivariograma as seguintes **suposições básicas** são requeridas:
  - a) as diferenças entre pares de valores de amostras são determinadas apenas pela orientação espacial relativa dessas amostras;
  - b) o interesse é focado apenas na média e na variância das diferenças, significando que esses dois parâmetros dependem unicamente da orientação (hipótese intrínseca);
  - c) por conveniência assume-se que os valores da área de interesse não apresentam tendência que possa afetar os resultados e assim a preocupação será apenas com a variância das diferenças entre valores das amostras.
- **Semivariograma** mostra, pela **análise estrutural**, o comportamento espacial da variável regionalizada ou de seus resíduos, quando na presença de tendência:
- **tamanho da zona de influência** em torno de uma amostra; toda amostra cuja distância ao ponto a ser estimado for menor ou igual ao alcance, fornece informações sobre o ponto
- **anisotropia**, quando os semivariogramas se mostram diferentes para diferentes direções de linhas de amostragem;
- **continuidade**, pela forma do variograma quando para  $h=0$   $\gamma(h)$  já apresenta algum valor (**efeito pepita/nugget**); pode ser atribuído à **erros de medição** ou ao fato de que os dados não foram coletados a **intervalos** suficientemente pequenos para mostrar o comportamento espacial subjacente do fenômeno em estudo.

## 1. semivariograma experimental

- mínimo de **30** pares
- remoção de **valores anômalos**
- maior  $\Delta h$ , a **metade** da maior distância existente entre os pontos.
- grau de **casualidade** dos dados,  $E = C_0/C$ 
  - $E < 0,15$ : componente aleatória pequena
  - $0,15 < E < 0,30$ : componente aleatória significativa
  - $E > 0,30$ : componente aleatória muito significativa
    - extremo do grau de casualidade é o **modelo de pepita pura**, onde não ocorre covariância entre os valores e a análise semivariográfica **não se aplica**
- iniciar com semivariograma **omnidirecional**

## 2. semivariograma teórico

- **modelagem**: processo que envolve várias tentativas e no qual a **experiência** pesa muito
- pode-se optar por um **ajuste manual**, mais sujeito à erros, ou com o auxílio de **algoritmos**

## 3. ajuste do variograma experimental a um modelo variográfico teórico

- **Comparação visual**
- **Técnicas de ajuste automático:**
  - **Método dos mínimos quadrados**
  - **Critério AIC (Akaike Information Criterion)**
  - **Critério Cressie**
  - **Critério Variowin, etc.**
- **Validação cruzada**

## Modelos teóricos de variogramas

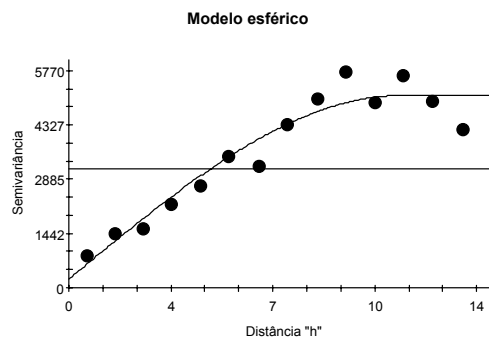
- **Modelos com soleira**

- **modelo esférico:**

$$\gamma(h) = C\left[\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{h}{a}\right) - \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{h^3}{a^3}\right)\right], \text{ quando } h < a$$

$$\gamma(h) = C, \text{ quando } h \geq a,$$

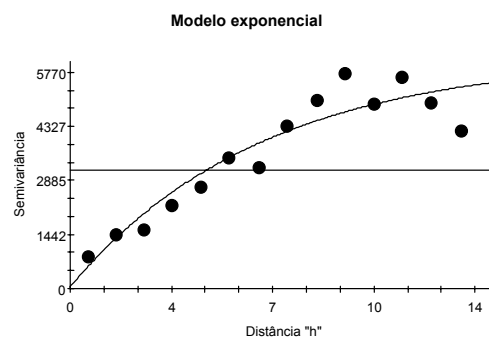
a inclinação da tangente junto a origem ( $h=0$ ) é  $3C/2a$ ; modelo mais comum



- **modelo exponencial**

$$\gamma(h) = C(1 - e^{-h/a})$$

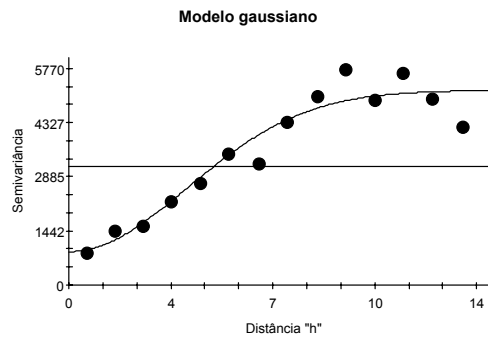
a inclinação da tangente junto a origem é  $C/a$ ;  $C$  é a assíntota de uma curva exponencial e pode ser equalizada junto à soleira.



- modelo **gaussiano**

$$\gamma(h) = C(1 - e^{-h^2/a^2})$$

curva parabólica junto a origem e a tangente nesse ponto é horizontal; indica pequena variabilidade para curtas distâncias



- **Modelos sem soleira**

- modelo **a potência**

$$\gamma(h) = Ch^n, \text{ com } n \text{ entre } 0 \text{ e } 2;$$

quando  $n = 1$ : modelo **linear**;

o modelo mais simples.

