

A Tabela 2 ilustra uma tabela genérica do simplex, seja Tabela p , para uma solução básica viável não ótima desse problema. Observe-se que, na posição onde havia a matriz identidade da forma padrão, aparece a inversa B^{-1} correspondente às variáveis básicas desta forma canônica e acima dessa inversa B^{-1} aparece as componentes do vetor dos multiplicadores simplex com sinal trocado. Nesta Tabela 2 estão indicadas a variável não básica atual x_N^N que vai se tornar básica (de acordo com o critério $\min \{\bar{c}_j^N < 0\} = \bar{c}_k^N$) e a variável básica atual x_k^B que cederá o lugar a x_N^N (de acordo com o critério $\min_{\bar{a}_{ik}^N > 0} \{\bar{b}_i / \bar{a}_{ik}^N\} = \bar{b}_r / \bar{a}_{rk}^N$). A próxima tabela do simplex, a tabela $(p+1)$, é obtida aplicando-se o método de Gauss Jordan de eliminação, utilizando como pivô o coeficiente $\bar{a}_{rk}^N$. Para grandes instâncias de um problema de programação linear, a aplicação do método de Gauss-Jordan para todas as colunas da Tabela 2 requer uma quantidade significativa de esforço computacional. Assim surge a proposta de somente aplicar Gauss-Jordan para as últimas

($m+1$) colunas da Tabela, atualizando apenas os valores de B^{-1} , π , $\bar{b}$ e z_0 . A Tabela 3 é a tabela ($p+1$) do simplex contendo apenas os coeficientes das últimas ($m+1$) colunas da tabela ($p+1$) do simplex convencional.

Tabela 2

Tabela p do simplex para uma solução não ótima

$-z$		$\bar{c}_j$		$\bar{c}_R^N$		$-\pi_1 \ -\pi_2 \ \dots \ -\pi_m$	$-z_0$
x_1^B		$\bar{a}_{1j}$		$\bar{a}_{1R}^N$			$\bar{b}_1$
x_2^B		$\bar{a}_{2j}$		$\bar{a}_{2R}^N$			$\bar{b}_2$
						B^{-1}	
x_n^B		$\bar{a}_{nj}$		$\bar{a}_{nR}^N$			$\bar{b}_n$
x_m^B		$\bar{a}_{mj}$		$\bar{a}_{mR}^N$			$\bar{b}_m$

Tabela 3, Tabela ($p+1$) do simplex com as últimas ($m+1$) colunas

$-z$	$-\pi_1$	$-\pi_2$		$-\pi_m$	$-z_0$	
x_1^B					$\bar{b}_1$	$\bar{c}_R^N$
x_2^B					$\bar{b}_2$	$\bar{a}_{1R}^N$
			B^{-1}			$\bar{a}_{2R}^N$
x_n^B					$\bar{b}_n$	$\bar{a}_{nR}^N$
x_m^B					$\bar{b}_m$	$\bar{a}_{mR}^N$

Na Tabela 3 estão os valores das variáveis básicas da solução básica viável atual e o correspondente valor da função objetivo. No entanto, como na Tabela 3 não aparecem os custos reduzidos $\bar{c}_j^N$ de todas as variáveis não básicas x_j^N , não é possível examinar ainda a otimalidade da solução básica viável atual.

Os custos reduzidos $\bar{c}_j^N$ podem ser obtidos a partir da expressão:

$$\bar{c}_j^N = c_j^N - \pi A_j^N \quad (1)$$

Existindo $\bar{c}_j^N < 0$ para a solução básica viável atual, determina-se:

$$\min \{ \bar{c}_j^N < 0 \} = \bar{c}_R^N \quad (2)$$

A variável x_R^N vai se tornar básica; para determinar a variável básica que cederá o lugar a x_R^N , de acordo com o critério do simplex.

$$\min_{\bar{a}_{ik}^N > 0} \{ \bar{b}_i / \bar{a}_{ik}^N \} = \bar{b}_R / \bar{a}_{Rk}^N \quad (3)$$

é necessário previamente calcular

$$\bar{A}_R^N = B^{-1} A_R^N \quad (4)$$

A coluna de x_R^N , com $\bar{c}_R^N$ e $\bar{A}_R^N$, é colocada, então, ao lado da Tabela 3, de modo que possa ser aplicado o método de Gauss-Jordan para obtenção da tabela $(p+2)$ do simplex revisado.

Assim, no simplex revisado, reduz-se, de um lado, o custo computacional das operações de Gauss-Jordan, aplicando-as apenas para $(m+1)$ colunas da tabela. Por outro lado, são incluídas novas operações para cálculo dos custos reduzidos $\bar{c}_j^N$, por meio da expressão (1), e para o cálculo da coluna $\bar{A}_R^N$, por meio da equação (4).

A comparação entre os 2 algoritmos - o simplex convencional e o simplex revisado, em termos do custo computacional depende fortemente de 2 parâmetros: a razão n/m entre o número de variáveis e o número de equações e de densidade de elementos não nulos na matriz A da forma padrão. No caso em que as colunas A_j da matriz A tenham poucos elementos não nulos, tanto o cálculo de $\bar{c}_j^N$, pela equação 1, quanto de $\bar{A}_R^N$, pela equação 4 têm um custo computacional mais baixo. Quanto maior é a razão n/m , maior é a economia de custo computacional que se consegue no simplex revisado.

do com a redução das operações de Gauss-Jordan.

A Figura 1 mostra, de forma esquemática as regiões em que uma variante tem vantagem sobre a outra em termos de custo computacional.

Para instâncias de grande porte de problemas de programação linear, a razão n/m tende a ser grande e a densidade de elementos não nulos na matriz A tende a ser pequena - uma dada variável do problema aparece em poucas equações do sistema. Por tais razões, nos softwares comerciais de programação linear é utilizado o algoritmo simplex revisado.

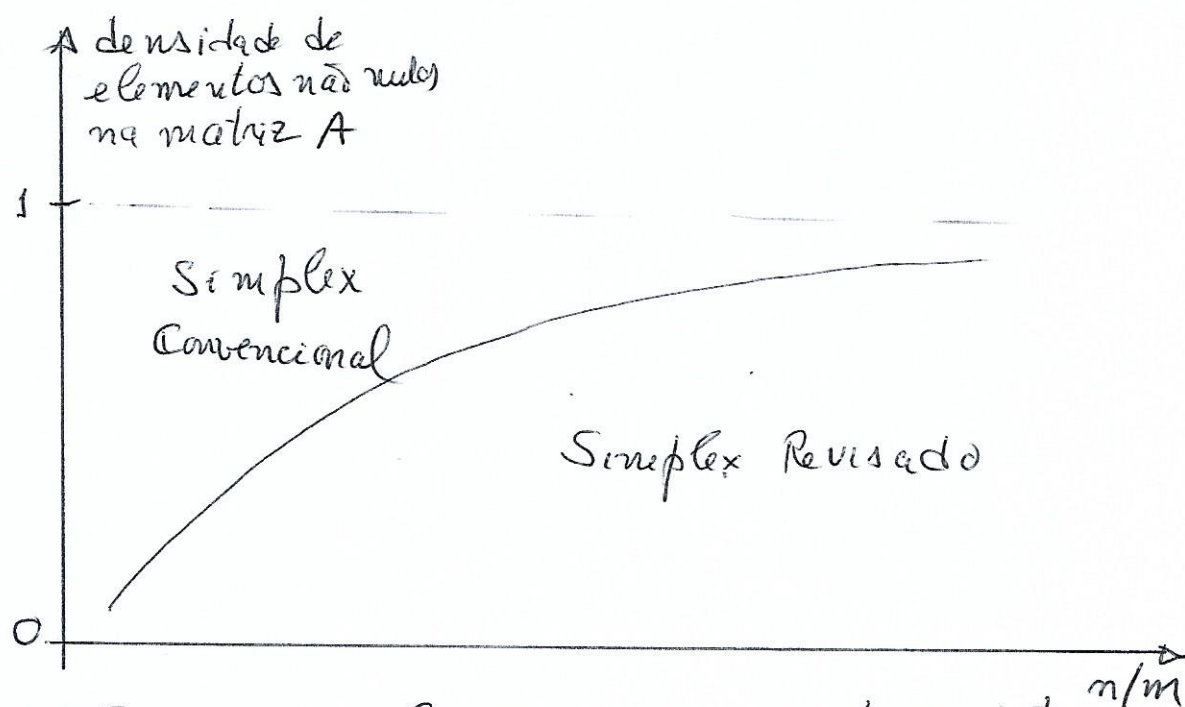


Figura 1 - Regiões em que cada variante tem vantagem em relação à outra.