

Setembro de 2022

Notas de Aula de Investimento

Prof. Alex Ferreira¹

Universidade de São Paulo, Departamento de Economia, FEA-RP

Conteúdo

1	Conteúdo da Aula	1
1.1	Panorama Geral	1
2	Modelo Neoclássico do Investimento	2
2.1	Demografia e Condições Iniciais	2
2.2	Expectativas	2
2.3	Estrutura da Economia	2
2.4	Tecnologia de Produção Neoclássica	3
2.4.1	Propriedades da Função de Produção	3
2.5	Função de Produção de Cobb-Douglas	4
2.6	Firmas	4
2.7	Mercados de Fatores	5
2.8	Custo de Reposição (Utilização ou Aluguel) do Capital	6
2.9	Investimento e Dinâmica do Capital	7

¹Departamento de Economia FEA-RP, Universidade de São Paulo, Av. Bandeirantes, 3900, CEP 14040-900, Ribeirão Preto, Brazil.
Telephone: 55 16 36020507, e-mail: alexferreira@usp.br.
Favor não divulgar sem autorização.

1 Conteúdo da Aula

- O que você aprendeu nessas primeiras aulas?
- Ciclos:
 - Famílias preferem um padrão de consumo relativamente constante;
 - Investimento é a variável mais volátil;
- Motivação:
 - Por que a aula de investimento é importante?
 - Explicar variações cíclicas do PIB:
- Mercado de fatores e decisão das firmas;
- Equilíbrio parcial de mercado e um pouco de estática comparativa;
- Função de produção de Cobb-Douglas;

1.1 Panorama Geral

Quais são as teorias principais?

1. Modelo Clássico/Neoclássico do Investimento.
2. Keynesiana: o investimento é função da eficiência marginal do capital.
 - Um “tipo” de retorno do capital: valor presente esperado descontado dos lucros de um projeto “marginal” de investimento físico. Esse valor presente é comparado com o custo desse projeto.
- (a) Nem sempre a distribuição de probabilidade dos estados futuros da natureza é conhecida: “animal spirits”.
3. Q- de Tobin.
 - Nada mais é do que uma modernização da teoria clássica/neoclássica.

- Uma extensão dessa teoria que considera uma abordagem dinâmica (otimização intertemporal) e mais realista (incorpora custos de instalação do capital).
- Uma das principais condições de primeira ordem é o Q de Tobin (marginal).

2 Modelo Neoclássico do Investimento

Hipóteses Principais do Modelo:

2.1 Demografia e Condições Iniciais

1. Estático;
2. População é constante e predeterminada.
 - (a) Mão-de-obra, $L = \bar{L}$;

2.2 Expectativas

1. Sem incerteza.
2. Há conhecimento perfeito (ou previsão perfeita);

2.3 Estrutura da Economia

1. Firma representativa.
2. Modelo estático.
3. Economia fechada.
4. Mercados competitivos.
5. Ausência de fricções.
6. Preços flexíveis.
7. Pleno emprego dos recursos.

8. Sem custos de ajustamento do capital;

2.4 Tecnologia de Produção Neoclássica

As variáveis principais são: fluxo de produto Y , estoque de capital físico durável² K , trabalho³ L e conhecimento, tecnologia ou efetividade do trabalho A . A função de produção é $Y = F(K, AL)$. A e L entra na forma multiplicativa \rightarrow *labor augmenting* ou aumentadora de trabalho ou Harrod neutra (definição de Roy Harrod). Tecnologia aumenta o produto da mesma forma que o trabalho. Assume-se que $A = 1$ para simplificar o modelo. Em Macro III, serão explorados os impactos das variações de A (e de outros insumos) sobre a economia.

Há apenas um setor na economia. O produto homogêneo resultante, Y , pode ser consumido ou investido. Segue-se que

$$Y = F(K, L), \quad (1)$$

em que $F : \mathbb{R}_+^2 \mapsto \mathbb{R}_+$, mas a forma funcional exata não é especificada (isso será feito ao assumir a função Cobb-Douglas, por exemplo).

2.4.1 Propriedades da Função de Produção

1. Retornos constantes de Escala:

$$F(\lambda K, \lambda AL) = \lambda F(K, AL) \quad (2)$$

$\forall \lambda \geq 0$. Implica ausência de ganhos de especialização. Note que outros insumos de produção podem ser relativamente importantes, porém serão omitidos por simplificação.

2. Essencialidade:

A função (2) satisfaz $F(0, L) = 0$ e $F(K, 0) = 0$.

²Conjunto de “ferramentas”: máquinas, prédios, computadores, calculadora etc. É um bem rival, com as características delineadas acima, produzido no passado por uma tecnologia de produção similar aquela que será aqui apresentada.

³Número de trabalhadores, o seu tempo de trabalho, suas habilidades saúde, força física. É também um insumo rival.

3. Retornos positivos e decrescentes dos insumos individuais:

$\frac{\partial F(\bullet)}{\partial K} = F_K(\bullet) > 0$ e $\frac{\partial F(\bullet)}{\partial L} = F_L > 0$; F_K é a taxa de variação de F para variações infinitesimais do capital, F_L é análogo; “Lei dos Rendimentos Decrescentes”: $F_{KK} < 0$ e $F_{KL} < 0$. F é continuamente diferenciável, estritamente crescente, homogênea de grau 1 e estritamente quase-côncava.

2.5 Função de Produção de Cobb-Douglas

Proposto por Knut Wicksell; evidência encontrada por Paul Douglas e por Charles Cobb em 1928⁴.

$$Y = K^\alpha L^{1-\alpha} \quad (3)$$

Questão para os alunos: **Checar se as propriedades listadas acima são atendidas.** Por exemplo, a de homogeneidade linear:

$$F(\lambda K, \lambda L) = (\lambda K)^\alpha (\lambda L)^{1-\alpha} = \lambda^\alpha \lambda^{1-\alpha} K^\alpha L^{1-\alpha} \quad (4)$$

2.6 Firms

1. **Hipótese de comportamento: maximizador;**
2. Função objetivo: lucro;
3. Variáveis de escolha: K e L .
4. Mercado competitivo: firma atomista (não influencia preços e salários de mercado, toma-os como predeterminados);
5. Propriedade do capital é das famílias que o alugam às firmas;
6. Variáveis que são consideradas exógenas para a decisão da firma atomista: W (salário nominal), P (preço de uma unidade de Y) e R (custo de aluguel do capital);

⁴Paul Howard Douglas: economista americano (Columbia University) encontrou evidência empírica sobre o modelo neoclássico que o levou à formulação da função acima junto com o matemático Charles Douglas.

2.7 Mercados de Fatores

Para a **firma** temos o seguinte problema:

$$\max_{K,L} \Pi(K, L) = PF(K, L) - RK - WL. \quad (5)$$

Resolvendo o problema em (5), obtemos as seguintes condições de primeira ordem:

$$\frac{\partial \Pi(K, L)}{\partial K} = PF_K(\bullet) - R = 0,$$

$$\frac{\partial \Pi(K, L)}{\partial L} = PF_L(\bullet) - W = 0,$$

Resolvendo-se para as condições necessárias de primeira ordem, tem-se

$$PmgK = F_K(\bullet) = R/P, \quad (6)$$

$$PmgL = F_L(\bullet) = W/P. \quad (7)$$

Note que o produto marginal do capital, $F_K(\bullet)$, é igual ao custo real de aluguel do capital (R/P) no equilíbrio otimizador. A condição é análoga para o estoque de trabalho (L).

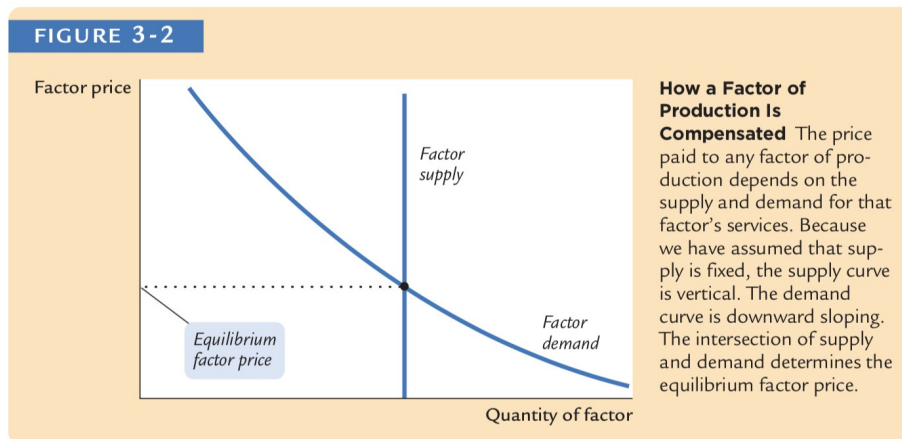


Figura 1: Equilíbrio no mercado de fatores

Vamos analisar o resultado apenas na dimensão do estoque de capital. A condição (6) define implicitamente uma função demanda por estoque de capital negativamente inclinada no plano cartesiano $(K, R/P)$, com abcissa K e ordenada R/P . A razão é que quanto menor o custo real de aluguel (ou de utilização) do capital, maior será a quantidade de capital demandada, conforme mostrado na figura acima. A inclinação negativa da demanda deve-se à $F_{KK} < 0$, sendo que é decrescente em módulo.

2.8 Custo de Reposição (Utilização ou Aluguel) do Capital

Da seção anterior, tem-se

$$F_K = \frac{R_t}{P_t} \quad (8)$$

em que $F_K \equiv \frac{\partial Y_t}{\partial K_t}$. O custo de aluguel do capital, considerando que o preço de uma unidade de capital é P_{Kt} , é dado por

$$R_t = (i_t + \delta - \pi_{Kt})P_{Kt} \quad (9)$$

em que δ é a taxa de depreciação e $\pi_{Kt+1} = \frac{P_{Kt+1} - P_{Kt}}{P_{Kt}}$. A taxa de juros i_t é o custo do financiamento do capital para a firma que não é possuidora de recursos: é a taxa de juros nominal que se recebe num título do governo com vencimento de um período, por exemplo; i_t é o custo de oportunidade para a firma que possui recursos próprios para o investimento. A equação (9) acima pode ser reescrita, considerando $\pi_{Kt} \approx \pi_t$

$$\frac{R_t}{P_t} = (i_t + \delta - \pi_t) \frac{P_{Kt}}{P_t} = (r_t + \delta) \frac{P_{Kt}}{P_t}, \quad (10)$$

em que $r_t \equiv i_t - \pi_t$.

2.9 Investimento e Dinâmica do Capital

A dinâmica do estoque de capital é dada por

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t, \quad (11)$$

em que $I_t^l = I_t - \delta K_t$ é o investimento líquido em estoque de capital, o qual será uma função de

$$I_t^l \equiv I_t^l \left(F_K - (r_t + \delta) \frac{P_{Kt}}{P_t} \right). \quad (12)$$

Portanto,

$$I_t = I_t^l \left(F_K - (r_t + \delta) \frac{P_{Kt}}{P_t} \right) + \delta K_t. \quad (13)$$

$$K_{t+1} - K_t = \Delta K_{t+1} = I_t - \delta K_t, \quad (14)$$

ou

$$\Delta K_{t+1} = I_t^l \left(F_K - (r_t + \delta) \frac{P_{Kt}}{P_t} \right), \quad (15)$$

Interpretação. Aumenta a taxa de juros real, diminui o investimento. Aumenta a tecnologia e F_K , conseqüentemente o investimento também sobe. Lembre-se que o consumo corresponde a 2/3 da demanda agregada, aproximadamente. O investimento corresponde a mais ou menos 1/3 e a maior parte do investimento é de estoque de capital físico (não é computado o investimento residencial e em estoque de bens finais produzidos).

Pergunta. O que ocorre quando $PMgK > r$ e $PMgK < r$? No primeiro caso, compensa ao empresário aumentar o estoque de capital. Dado a lei dos rendimentos decrescentes, o aumento de capital (mantendo o estoque de trabalho constante) vai reduzir a $PMgK$. Raciocínio similar se aplica ao caso em que $PMgK < r$. Treine! O equilíbrio otimizador, portanto, deve ser aquele em que $PMgK = r$. À partir da função Cobb-Douglas, é possível calcular $PMgK$, ou seja $\frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha K^{\alpha} L^{1-\alpha} A K$.