Física II
4302112

Lucy V. C. Assali

Escritório: Edifício Alessandro Volta, Bloco C, sala 210.
Fone: 3091-7041 (celular:98346-3882)
e-mail: lassali@if.usp.br

IFUSP 1º Semestre/2019

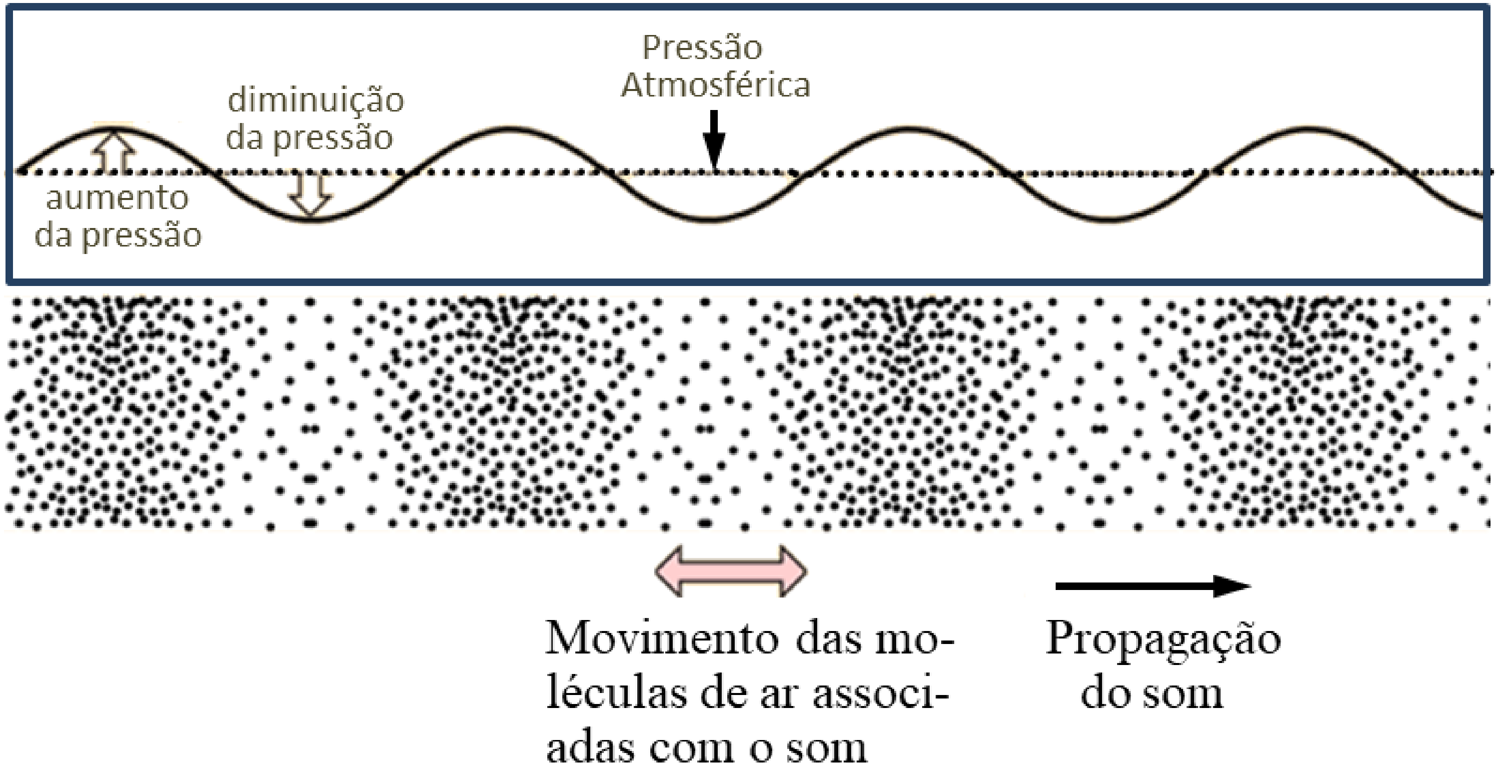
Som

$1^{\underline{a}}$ Parte

Lucy V. C. Assali

Som: Ondas Longitudinais

✓ As partículas do meio perturbado (gás) se deslocam paralelamente à direção de propagação da onda



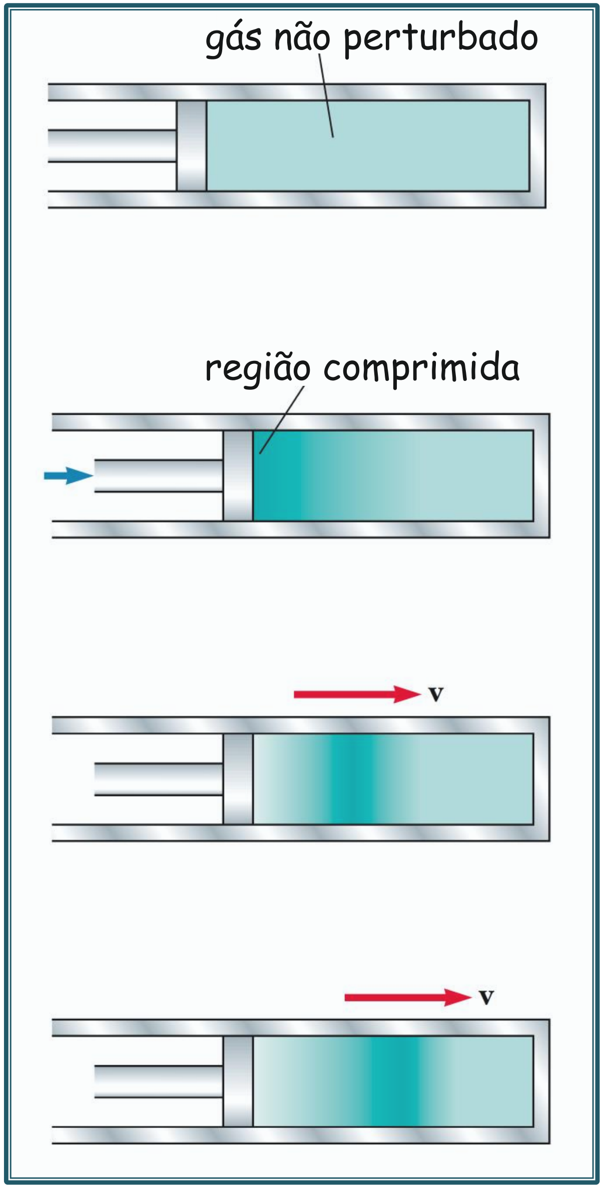
SOM

Natureza do som:

- É necessária a existência de um meio material para que o som se propague
- O som se propaga no meio material sem transporte de matéria e com transporte de energia ⟶ onda
- Três categorias:
  - Ondas audíveis: 20 Hz a 20 kHz
  - Ondas infrassônicas: < 20 Hz
  - Ondas ultrassônicas: > 20 kHz
- A velocidade do som é finita ($< c$)
- Reflexão ⟶ eco
- Interferência, batimento e difração
- Ondas longitudinais: variações de pressão (compressão e rarefação) ⟶ pequenas comparadas à P_{atm}

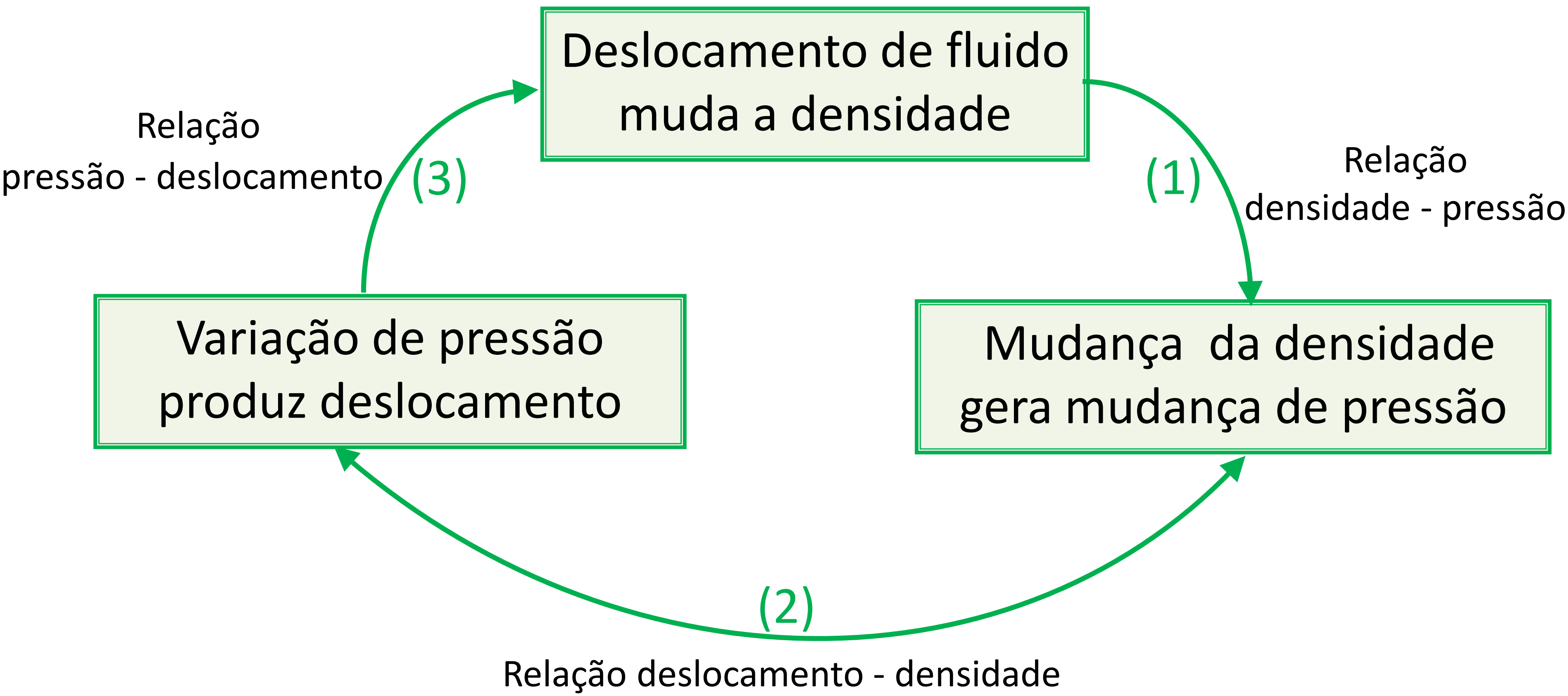
Lucy V. C. Assali

Ondas Longitudinais



Movimento de um pulso longitudinal através de um gás compressível. A região escura (comprimida) é produzida pelo movimento do pistão.

Mecanismo de Propagação da Onda Sonora



Lucy V. C. Assali

Ondas Sonoras

(1) Relação densidade - pressão

Para uma dada mudança de densidade, qual é a mudança de pressão correspondente?

$$\left.\begin{array}{ll} m & = \text{massa do fluido} \\ V & = \text{volume do fluido} \end{array}\right\} \longrightarrow \rho = \frac{m}{V} \quad \longrightarrow \Delta\rho = -\frac{m}{V^2}\Delta V$$

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta \rho}{\rho}$$

$$\underset{\substack{\downarrow \\ \text{módulo de elasticidade volumétrico}}}{B} = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V} = \rho \underbrace{\left(\frac{\Delta P}{\Delta \rho}\right)}_{\frac{\partial P}{\partial \rho}}$$

Lucy V. C. Assali

Ondas Sonoras

(1) Relação densidade - pressão

Ondas Sonoras: constituem-se de pequenas perturbações

$\rho_0 \Longrightarrow$ valor não perturbado (equilíbrio) da densidade

$\rho \Longrightarrow$ valor da densidade na presença da onda

$p_0 \Longrightarrow$ valor não perturbado (equilíbrio) da pressão

$P \Longrightarrow$ valor da pressão na presença da onda

$\delta = \rho - \rho_0 \longrightarrow$ variação da densidade associada à onda de deslocamento

$p = P - p_0 \longrightarrow$ variação da pressão associada à onda de deslocamento

$|p| \ll p_0$

$|\delta| \ll \rho_0$

$$p = P - p_0 = \Delta P$$

$$\delta = \rho - \rho_0 = \Delta \rho$$

$$\boxed{\frac{p}{\delta} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0}$$

derivada calculada em torno da posição de equilíbrio

Lucy V. C. Assali

Ondas Sonoras

(1) Relação densidade - pressão

Relação entre $P, V(\rho)$ e T de um fluido em equilíbrio $\Rightarrow$ equação de estado que, para um gás ideal é: $PV = nRT$

Processo isotérmico (temperatura constante): $P = a\rho$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_T = a = \frac{P}{\rho} \Longrightarrow \boxed{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{T,0} = \frac{p_0}{\rho_0}}$$

Processo adiabático (não há trocas de calor): $P = b\rho^\gamma, \text{ com } \gamma = C_p/C_V > 1$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_S = b\gamma\rho^{(\gamma-1)} = \gamma\frac{P}{\rho} \Longrightarrow \boxed{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{S,0} = \gamma\frac{p_0}{\rho_0}}$$

Lucy V. C. Assali

Ondas Sonoras

(1) Relação densidade - pressão

Assim, sabendo qual é a relação entre a densidade e a pressão, que depende do tipo de processo termodinâmico envolvido, se isotérmico (T) ou adiabático (S), podemos obter o módulo de elasticidade volumétrico:

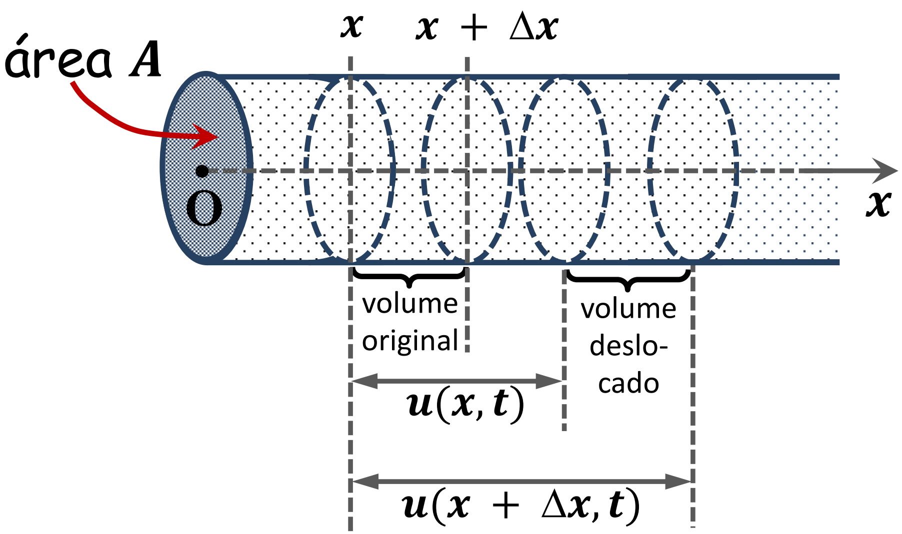
$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V} = \underset{\downarrow \atop \rho_0}{\rho} \underbrace{\left(\frac{\Delta P}{\Delta \rho}\right)}_{\frac{\partial P}{\partial \rho}}$$

$$\boxed{B_T = p_0 \quad \text{e} \quad B_S = \gamma p_0}$$

Lucy V. C. Assali

Ondas Sonoras

(2) Relação deslocamento - densidade



$u(x,t) \Rightarrow$ deslocamento sofrido pelas partículas do fluido na seção transversal (área A) de coordenada x no instante t

O volume original do fluido compreendido entre as seções em x e $x + \Delta x$ é

$$V = A\left[(x+\Delta x) - x\right] = \underbrace{A\,\Delta x}$$

O volume deslocado é

$$\Delta V = A\left[u\,(x+\Delta x) - u\,(x,t)\right] = A\,\Delta x\left\{\frac{u\,(x+\Delta x) - u\,(x,t)}{\Delta x}\right\} \underset{\Delta x \ll 1}{=} A\,\Delta x\,\frac{\partial u}{\partial x}(x,t)$$

Lucy V. C. Assali

Ondas Sonoras

(2) Relação deslocamento - densidade

A variação percentual de volume fica: $$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\partial u}{\partial x}(x,t)$$

Usando a relação $\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta \rho}{\rho}$, obtida anteriormente, temos:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\frac{\partial u}{\partial x}(x,t) = \frac{\rho - \rho_0}{\rho} = \frac{\delta}{\rho} \approx \frac{\delta}{\rho_0}$$

E, finalmente, encontramos a relação entre deslocamento e a variação da densidade:

$$\boxed{\delta = -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial x}(x,t)}$$

o sinal negativo mostra que se o deslocamento cresce com x ($\partial u/\partial x > 0$) temos uma rarefação no fluido ($\delta < 0$)

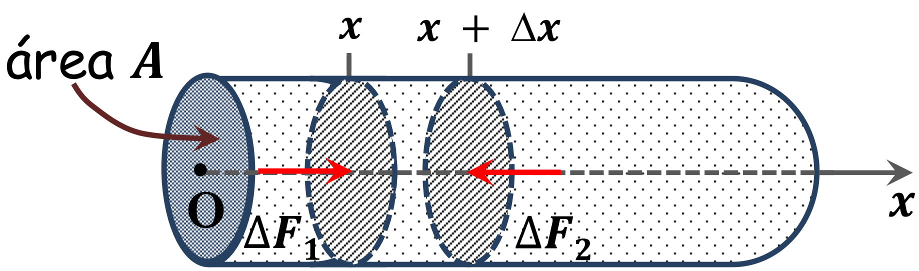
Ondas Sonoras

(3) Relação pressão - deslocamento

No elemento de volume compreendido entre x e $x + \Delta x$ a massa do fluido é

$$\Delta m = \rho \, \Delta V = \rho_0 \, A \, \Delta x$$

A força resultante sobre esse elemento de massa pode ser obtida através da pressão $P(x, t)$ sobre a face esquerda e a face direita desse elemento:



$$\Delta F = \Delta F_1 + \Delta F_2 = P(x,t)\, A - P(x + \Delta x, t)\, A$$

$$= -A\,\Delta x \left\{ \frac{P(x+\Delta x, t) - P(x,t)}{\Delta x} \right\} = -\Delta V \, \frac{\partial p}{\partial x}(x,t)$$

Lucy V. C. Assali

Ondas Sonoras

(3) Relação pressão - deslocamento

Pela 2ª Lei de Newton temos:

$$\Delta m \,\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \rho_0\, A\, \Delta x\, \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -A\, \Delta x\, \frac{\partial p}{\partial x}$$

Levando à equação de movimento do fluido, que dá a relação entre o deslocamento e a variação da pressão:

$$\boxed{\rho_0\, \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\,\frac{\partial p}{\partial x}}$$

Mecanismo de Propagação da Onda Sonora

Deslocamento de fluido muda a densidade

(1)

$$\delta = -\rho_0 \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}$$

Mudança da densidade gera mudança de pressão

(2)

$$p = \delta \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0$$

Variação de pressão produz deslocamento

(3)

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

Lucy V.C. Assali

Ondas Sonoras

Substituindo (1) $\boxed{\delta = -\rho_0 \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial x}}$ em (2) $\boxed{p = \delta \left(\dfrac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0}$

$$\Longrightarrow p = -\rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0 \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}$$

Derivando esta expressão em relação à x

$$\Longrightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}$$

Comparando com (3) $\boxed{\rho_0 \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = -\dfrac{\partial p}{\partial x}}$ temos:

$$\boxed{\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}} \Longrightarrow$$

Equação de onda para o deslocamento das partículas do meio

$$\Downarrow$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0}$$

Lucy V. C. Assali

Ondas Sonoras

Equação de onda para o deslocamento

$$\boxed{\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = 0}$$

com a velocidade de propagação da onda

$$\boxed{v = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0}}$$

que é a velocidade do som no fluido

Ondas Sonoras

$$v = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0}$$

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V} = \underset{\downarrow \atop \rho_0}{\rho} \underbrace{\left(\frac{\Delta P}{\Delta \rho}\right)}_{\dfrac{\partial P}{\partial \rho}}$$

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}} = \underbrace{\sqrt{\frac{\text{propriedade elástica}}{\text{propriedade inercial}}}}_{\text{forma geral da velocidade de todas as ondas mecânicas}} \Longleftrightarrow v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \text{ para a corda}$$

Ondas Sonoras

Utilizando as relações (1), (2) e (3) e a equação de onda para o deslocamento, encontramos que a variação da densidade (δ) e a variação da pressão (p) obedecem à mesma equação de onda, indicando que elas se propagam com a mesma velocidade, que é a velocidade do som no meio.

$$\boxed{\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \delta}{\partial x^2} = 0}$$

$$\boxed{\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0}$$

Lucy V. C. Assali

Velocidade do Som em Gases

Vimos que a relação entre a densidade e a pressão depende do tipo de processo termodinâmico envolvido, se isotérmico (T) ou adiabático (S)

CNTP temos:

$$p_0 = 1\,\text{atm.} = 1,013 \times 10^5\ \text{N/m}^2$$
$$T = 0°\,\text{C} = 273\,\text{K}$$
$$\rho_0(\text{ar}) = 1,293\,\text{kg/m}^3$$
$$\gamma = 1,4\ \ \text{ar}$$

CNTP

$$\boxed{\text{Exp.}: v = 332\ \text{m/s}}$$

Se processo isotérmico:

$$\boxed{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{T,0} = \frac{p_0}{\rho_0}} \longrightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{p_0}{\rho_0}} = 280\,\text{m/s}}$$

Se processo adiabático:

$$\boxed{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{S,0} = \gamma\,\frac{p_0}{\rho_0}} \longrightarrow \boxed{v = \sqrt{\gamma\,\frac{p_0}{\rho_0}} = 332\,\text{m/s}}\ \checkmark$$

Lucy V. C. Assali

Velocidade do Som em Gases

Como $n = M/m$ é o número de moles de uma massa M de gás de massa molecular m, então a equação de estado do fluido, para um gás ideal é:

$$PV = nRT = \frac{M}{m} RT \Longrightarrow \frac{P}{\rho} = \frac{RT}{m}$$

levando à

$$v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{m}}$$

a velocidade do som num gás é independente da pressão, mas cresce com a raiz quadrada da temperatura absoluta

Se $T = 20$ °C $(= 293\text{K})$ a velocidade do som no ar é de

$$v = 332 \sqrt{\frac{293}{273}} \approx 344 \text{ m/s}$$

Note que a velocidade é inversamente proporcional à raiz quadrada da massa molecular do gás: à mesma temperatura, a velocidade do som no H_2 ($m \approx 2$) é da ordem de 4 vezes maior que no O_2 ($m \approx 32$)

Lucy V.C. Assali

Velocidade do Som na Água

Quando submetido a uma pressão de 20 atm, o volume de 1 ℓ de água, à temperatura ambiente, decresce de $\approx$ 0,9 cm^3, o que corresponde a - $\Delta V/V$ = 0,09% = 9×10^{-4} para $\Delta P = 2 \times 10^6$ N/m^2, de modo que

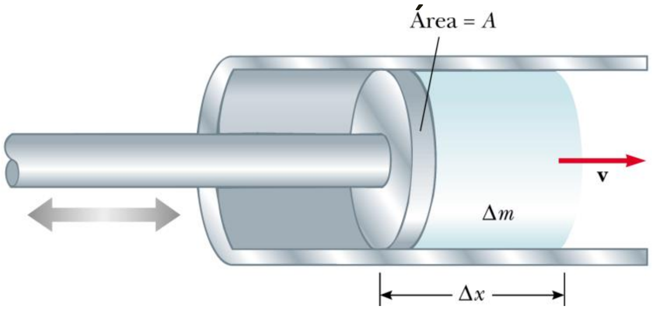
$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V} = 2,2 \times 10^9 \ \mathrm{N/m^2}$$

A densidade da água é $\rho_0 = 10^3$ kg/m^3 e temos que

$$B = \rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0 \longrightarrow v = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}} = 1483 \ \mathrm{m/s}$$

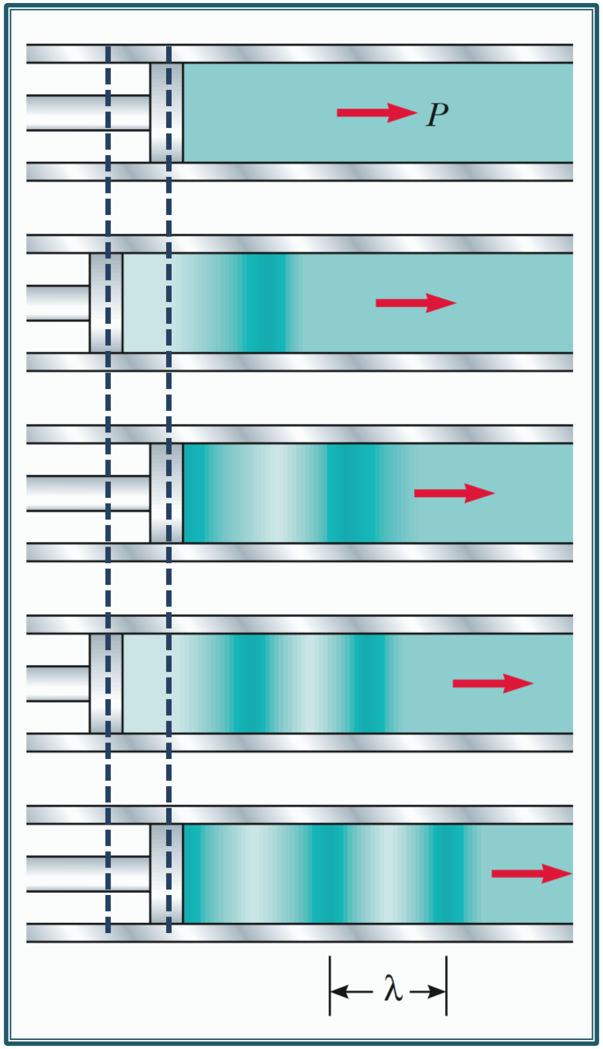
Lucy V. C. Assali

Ondas Sonoras Harmônicas



Um pistão oscilante transfere energia para o ar do tubo, inicialmente fazendo com que o volume de ar de largura Δx e massa Δm oscile com uma amplitude $A_{máx}$

Uma onda harmônica pode ser gerada em um tubo de gás onde a fonte da onda é um pistão oscilante. As regiões de alta e baixa pressão estão mostradas pelas cores mais escuras e mais claras, no tubo



Lucy V. C. Assali

Ondas Sonoras Harmônicas

Solução da equação de onda para o deslocamento:

$$\boxed{u(x,t) = \mathbb{U}\,\cos(kx - \omega t + \delta)}$$

onde $\lambda = v\tau = \dfrac{v}{\nu}$

$$\nu \begin{cases} 20\text{Hz} \implies 17\ \text{m} \\ 20\text{kHz} \implies 1,7\ \text{cm} \end{cases}$$

A onda de pressão correspondente é

$$p(x,t) = -\,\rho_0\, v^2\, \frac{\partial u(x,t)}{\partial\ x} = v^2\,\delta(x,t)$$

$$\boxed{p(x,t) = \mathbb{P}\,\text{sen}(kx - \omega t + \delta)}$$ com $$\mathbb{P} = \rho_0\, v^2\, k\, \mathbb{U}$$

em quadratura (defasada de 90º) em relação à $u(x,t)$

Lucy V. C. Assali

Lembrando ......

Mecanismo de Propagação da Onda Sonora

Deslocamento de fluido muda a densidade

(1)

$$\delta = -\rho_0 \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}$$

Mudança da densidade gera mudança de pressão

(2)

$$p = \delta \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_0$$

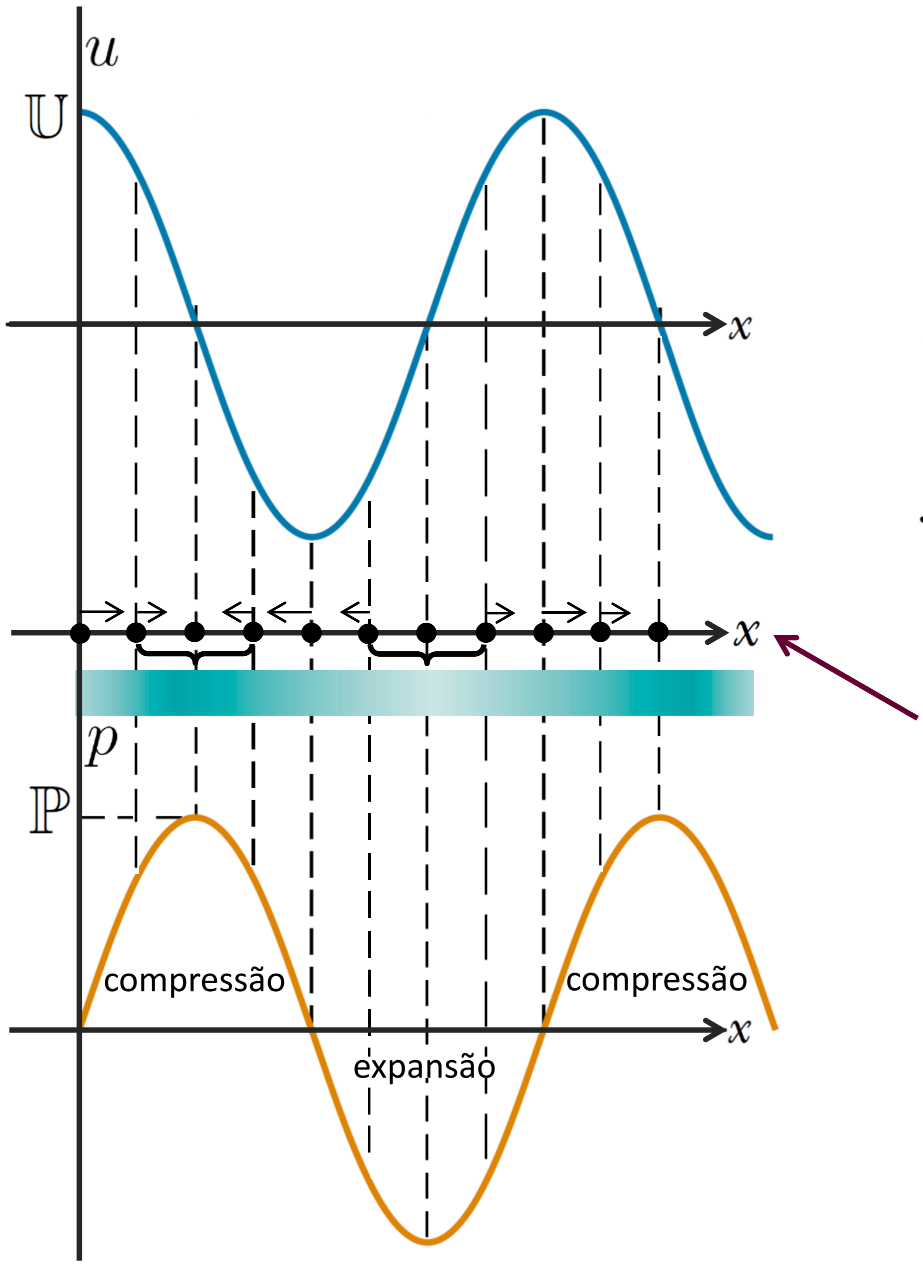
Variação de pressão produz deslocamento

(3)

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

Lucy V.C. Assali

Ondas Sonoras Harmônicas



As ondas de deslocamento u e as ondas de pressão p estão em quadratura, ou seja, defasadas de 90°

Os deslocamentos longitudinais de uma série de partículas estão mostrados, evidenciando as expansões e compressões locais do gás.

Lucy V. C. Assali

Intensidade das Ondas Sonoras Harmônicas

Intensidade: energia média transmitida através da seção por unidade de tempo e área

A força exercida sobre uma camada fluida, na posição x, devido à passagem da onda é:

$$F = p(x,t)\,A = \mathbb{P}\,A\,\mathrm{sen}(kx - \omega t + \delta)$$

A potência instantânea é

$$F\,\frac{\partial u}{\partial t} = \omega\,A\,\mathbb{P}\,\mathbb{U}\,\mathrm{sen}^2(kx - \omega t + \delta)$$

Com isso, a intensidade da onda fica:

$$\boxed{I = \frac{1}{A}\overline{\left(F\,\frac{\partial u}{\partial t}\right)} = \frac{1}{2}\,\omega\,\mathbb{P}\,\mathbb{U} = \frac{1}{2}\,\rho_0\,v\,\omega^2\,\mathbb{U}^2}$$

quadrado da amplitude

Ou, em termos da pressão:

$$\boxed{I = \frac{1}{2}\,\frac{\mathbb{P}^2}{\rho_0 v}}$$ $\Rightarrow$ mais conveniente: detectores de pressão

Lucy V. C. Assali

Intensidade das Ondas Sonoras Harmônicas

Limiar de audibilidade: Intensidade do som mais fraco que pode ser ouvido e depende da frequência. Para $\nu = 10^3$ Hz $\Longrightarrow I_0 = 10^{-12}$ W/m^2.

Ar (T ambiente): $\rho_0 \approx 1,3$ kg/m^3 e $v \approx 340$ m/s

Utilizando o valor de I_0 na expressão da intensidade, obtemos:

$$\mathbb{P} \approx 3 \times 10^{-5}\ \mathrm{N/m^2}$$

$$\mathbb{U} \approx 1,1 \times 10^{-11}\ \mathrm{m} = 0,1\ \text{Å}$$

$\Downarrow$

Ouvido é um detector extraordinariamente sensível, capaz de detectar deslocamentos do tímpano da ordem de décimos de Å

Lucy V. C. Assali

Intensidade das Ondas Sonoras Harmônicas

Limiar de sensação dolorosa: Intensidade sonora máxima que o ouvido pode tolerar.
abaixo: sensação de som
acima: sensação de dor

Para $\nu = 10^3$ Hz $\Longrightarrow I_{\text{máx}} \approx 1\ \text{W/m}^2 \sim 10^{12} I_0$.

Utilizando o valor de $I_{\text{máx}}$ na expressão da intensidade, obtemos:

$$\mathbb{P} \sim 30\ \text{N/m}^2 \sim 3 \times 10^{-4}\,\text{atm}$$

$$\mathbb{U} \sim 1,1 \times 10^{-5}\ \text{m} = 10^{-2}\ \text{mm}$$

Nível de Intensidade Sonora: Decibel

Devido ao grande alcance de intensidades audíveis, usa-se, na prática, uma escala logarítmica, onde o nível de intensidade do som (β) é definido por

$$\boxed{\beta = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \quad \text{db (decibéis)}}$$

Intensidade de referência, tomada como a do limiar de audibilidade: $I_0 = 10^{-12}\ \mathrm{W/m^2}$

Fonte do som	β (db)	Fonte do som	β (db)
Limiar de audibilidade	0	Conversa comum	60
Farfalhar de folhas	10	Aspirador de pó	70
Murmúrio	20	Rua barulhenta	90
Apito	30	Sirene/Concerto de Rock	120
Som de um mosquito	40	Tiro	130
Música suave	40	Avião próximo	150

$$\boxed{\frac{I_{\text{máx}}}{I_0} = 10^{12} \Longrightarrow \beta = 120 \text{ db}}$$ limiar de sensação dolorosa

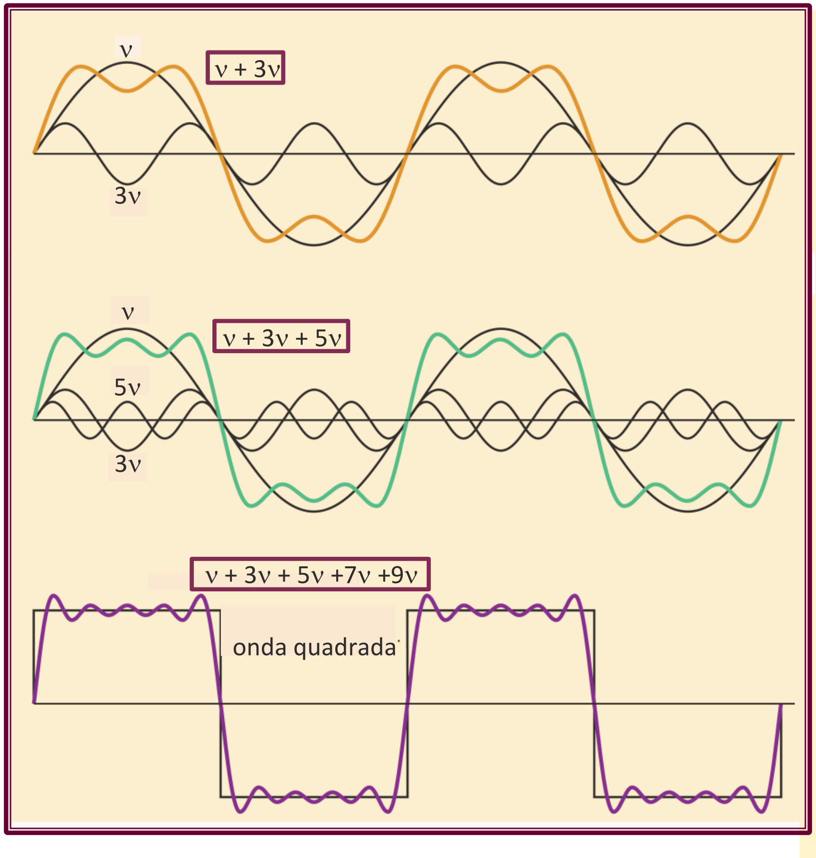
Lucy V. C. Assali

Harmônicos

Se $y(t) = y(t+\tau)$, então o teorema de Fourier garante que ela pode ser escrita como

$$\boxed{y(t) = \sum_n \left[a_n \, \cos\left(2\pi \, \nu_n t\right) + b_n \, \text{sen}\, \left(2\pi \, \nu_n t\right)\right]}$$

onde a frequência mais baixa (fundamental) é $\nu_1 = \dfrac{1}{\tau}$ e as outras frequências (mais altas) são $\nu_n = n\,\nu_1$. Os coeficientes a_n e b_n representam as amplitudes das várias ondas.

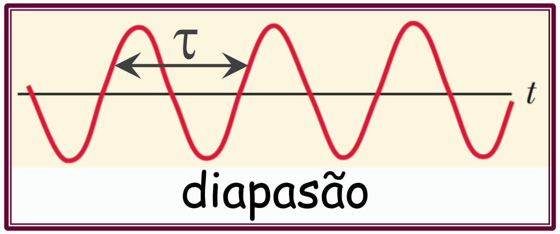


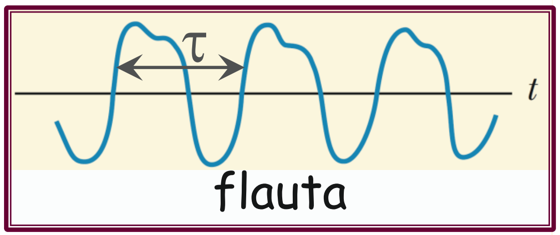
Síntese de Fourier para uma onda quadrada, representando a soma de múltiplos ímpares do primeiro harmônico, de frequência ν. A curva síntese se aproxima da curva da onda quadrada quando frequências ímpares maiores que 9ν são adicionadas.

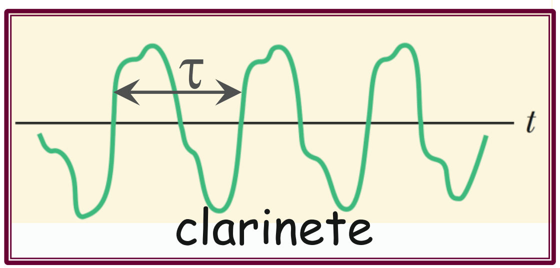
Lucy V.C. Assali

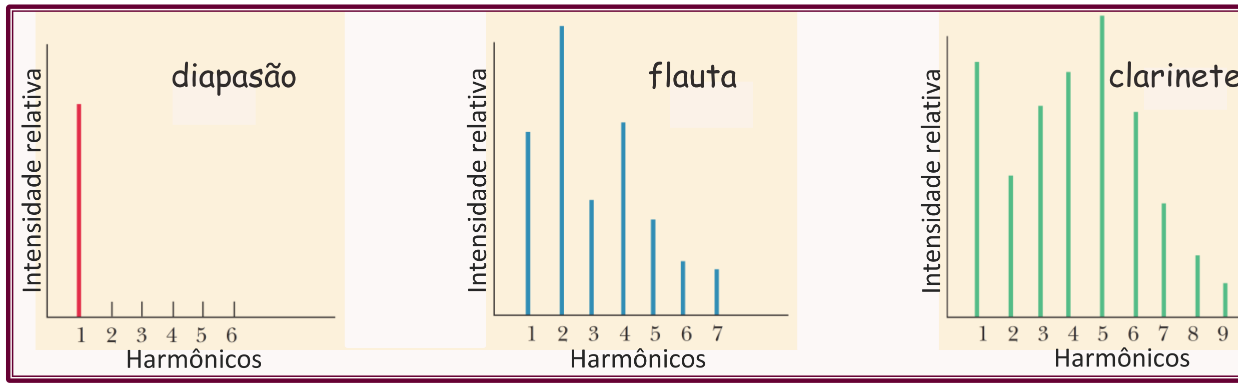
Sons Musicais

Um som musical não corresponde a uma onda harmônica (sinusoidal), mas a distinção entre um som musical e um ruído é a periodicidade. As ondas produzidas por instrumentos musicais podem ser caracterizadas por um período temporal e são resultado de uma superposição de vários harmônicos.









As qualidades que a percepção humana distingue em um som musical são sua intensidade, altura e timbre.

Intensidade: amplitude da onda sonora

Altura: sons *graves* e *agudos* $\Rightarrow$ quanto maior ν mais agudo é o som e sons mais graves correspondem a valores de ν mais baixas

Timbre: *coloração* do som $\Rightarrow$ mesmo ν, diferentes perfis

Lucy V. C. Assali