Som

* Natureza do Som

(i) É necessária a existência de um meio material para que o som se propague.

(ii) Sons audíveis: 20 Hz a 20 kHz

(iii) O som se propaga no meio material sem transporte de matéria.

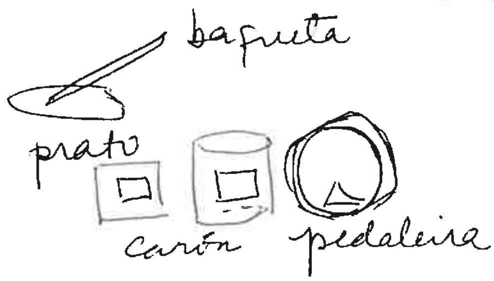
(iv) A velocidade do som é finita < c ($v_s = 340 m/s$)

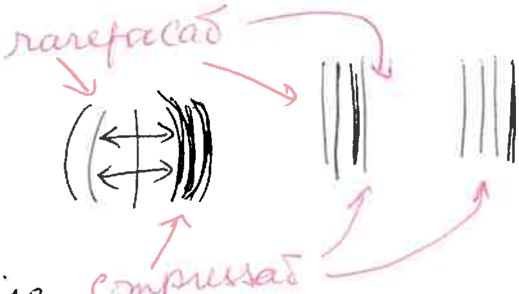
(v) Reflexão do som → eco

(vi) Interferência, batimento, difração.

* As ondas sonoras são ondas longitudinais, decorrentes de variações de pressão (compressão e rarefação). Essas variações são pequenas comparadas à Patm.

Bateria





* O deslocamento do ar provocado pela ação sobre os instrumentos muda as densidades de ar, o que provoca uma mudança de pressão, o que produz o deslocamento da camada de ar contígua.

Mecanismo de propagação da onda sonora

Deslocamento de fluido → mudança de densidade

Descrição qualitativa

Tratamento quantitativo do processo

Mudança de densidade gera mudança de pressão

(Som → ondas sonoras)

Variações de pressão produzem deslocamento

Tratamento quantitativo

(a) Relação densidade - pressão

Para uma dada mudança de densidade, qual é a mudança de pressão correspondente?

Massa do Fluido → M

Volume do Fluido → V

Variação de Pressão → $\Delta P > 0$ (acréscimo)

$\Delta V < 0$ (diminuição)

* Módulo de compressibilidade de um fluido

$$K = \frac{-\Delta V/V}{\Delta P} \quad \text{(mais compressível} \Rightarrow \text{maior } K)$$

* Módulo de elasticidade volumétrico

$$B = \frac{1}{K} = \frac{-\Delta P}{\Delta V/V}$$

* Densidade: $\rho = \frac{M}{V} \Rightarrow \Delta\rho = -M\frac{\Delta V}{V^2} = -\rho\frac{\Delta V}{V}$

$$\therefore \frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta\rho}{\rho} \Rightarrow B = \rho\left(\frac{\Delta P}{\Delta\rho}\right)$$

variações pequenas

propriedade do fluido

onda se constitui numa pequena variação

* Valores de equilíbrio: p_0 e ρ_0

$$P = p_0 + p \qquad |p| \ll p_0$$

$$\rho = \rho_0 + \delta \qquad |\delta| \ll \rho_0$$

$$\left.\begin{aligned} P - p_0 &= p \\ \rho - \rho_0 &= \delta \end{aligned}\right\} \quad \frac{p}{\delta} = \frac{P - p_0}{\rho - \rho_0} = \frac{\Delta P}{\Delta\rho} = \underbrace{\left(\frac{\partial P}{\partial\rho}\right)_0}$$

em torno do valor de equilíbrio $(P = f(T))$

* Para 1 gás ideal

$$PV = nRT = \frac{m}{M} RT \Rightarrow P = \frac{m}{V}\frac{RT}{M} = a\rho$$

processo isotérmico → T ≡ cte.

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_T = a = \frac{P}{\rho} \Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{T,0} = \frac{p_0}{\rho_0} \text{ (isotérmico)}$$

Troca-se calor

* Processo adiabático (sem troca de calor)

$P = b\rho^\gamma$ onde b e γ são constantes ; $\gamma = \frac{C_p}{C_v} > 1$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_S = b\gamma\rho^{\gamma-1} = \gamma\frac{P}{\rho} \Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{S,0} = \gamma\frac{P_0}{\rho_0} \text{ (adiabático)}$$

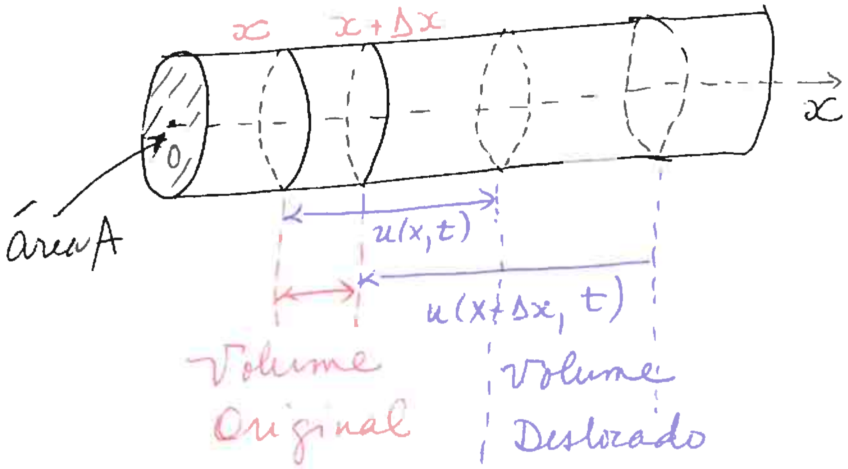
* Módulo de elasticidade volumétrico : $B = \rho\frac{\Delta P}{\Delta \rho}$

isotérmico → $B_T = p_0 = P_0$

adiabático → $B_S = \gamma p_0 = \gamma P_0$

(b) Relação deslocamento - densidade

Onda longitudinal propagando-se dentro de um tubo cilíndrico.



$u(x,t)$ é o deslocamento pelas partículas do fluido na seção transversal de coordenada x e no instante t.

* Deslocamento do fluido entre x e $x+\Delta x$

$$V = A[(x+\Delta x) - x] = A\Delta x$$

Após o deslocamento o volume passa a ser:

$$V+\Delta V = A\left\{\left[(x+\Delta x)+u(x+\Delta x,t)\right]-\left[x+u(x,t)\right]\right\}$$

$$V+\Delta V = A\left\{\Delta x + \left[u(x+\Delta x,t)-u(x,t)\right]\right\}$$

$$V+\Delta V = A\Delta x\left\{1+\frac{\left[u(x+\Delta x,t)-u(x,t)\right]}{\Delta x}\right\} \approx A\Delta x\left(1+\frac{\partial u}{\partial x}\right)$$

Portanto, $\Delta V = A\Delta x \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Rightarrow \dfrac{\Delta V}{V} = \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Rightarrow$

Como $\underbrace{\dfrac{\Delta \rho}{\rho} = -\dfrac{\Delta V}{V}}_{\text{resultado anterior}} = \dfrac{-\partial u(x,t)}{\partial x} = \dfrac{\rho-\rho_0}{\rho} = \dfrac{\delta}{\rho} \approx \dfrac{\delta}{\rho_0}$

$$\delta = \rho - \rho_0 = -\rho_0 \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}$$

variação da densidade associada à onda de deslocamento

* Se o deslocamento cresce com $x \Rightarrow$

$\dfrac{\partial u}{\partial x} > 0 \Rightarrow \delta < 0$ (produz rarefação)

* Vamos ver agora a relação entre pressão e deslocamento.

(c) Relação pressão - deslocamento

Massa dentro do cilindro $(x, x+\Delta x)$

$$\Delta m = \rho \Delta V \approx \rho_0 A \Delta x$$

$$\Delta F_1 = \mathcal{P}(x,t) A \qquad \Delta F_2 = -\mathcal{P}(x+\Delta x, t) A$$

x $\qquad$ $x+\Delta x$

$$\Delta F = \Delta F_1 + \Delta F_2 = [\mathcal{P}(x,t) - \mathcal{P}(x+\Delta x, t)] . A$$

$$\Delta F = -(A\Delta x) \underbrace{\left[\frac{-\mathcal{P}(x,t) + \mathcal{P}(x+\Delta x, t)}{\Delta x}\right]}_{\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x}}$$

pois $\mathcal{P} = p_0 + p$

$$\therefore \quad \Delta F = -\Delta V \frac{\partial p}{\partial x} \quad \text{pois} \quad \Delta V = A\Delta x$$

* Aceleração $\quad \dfrac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} \Rightarrow \Delta F = \Delta m \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\rho_0 A \Delta x) \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}$

$$\Rightarrow \Delta F = \rho_0 \cancel{\Delta V} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\cancel{\Delta V} \frac{\partial p}{\partial x} \Rightarrow \boxed{\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x}}$$

Equação do movimento

(d) Velocidade do som

Deslocamento do fluido
(1)

Variação de pressão produz deslocamento
(3)

Mudança de densidade

Mudança de pressão
(2)

$$(1)\quad \delta = -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$(2)\quad p = \delta \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0 = -\rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0$$

* Os deslocamentos gerados pela variação de pressão obedecem à equação de movimento.

$$\cancel{\rho_0} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\frac{\partial p}{\partial x} = + \cancel{\rho_0}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0$$

$$\underbrace{\frac{1}{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right) - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0}_{\text{Equaç. de ondas}} \Rightarrow \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

Equaç. de ondas $\Rightarrow \dfrac{1}{v^2} = \dfrac{1}{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0}$

$$\therefore \quad v = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0}$$ Velocidade do som no fluido

* Derivando a equação de ondas em relação a x:

$$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\underbrace{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)}_{\substack{-\frac{\delta}{\rho_0} \\ -\frac{p}{\rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0}}} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\underbrace{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)}_{\substack{-\frac{\delta}{\rho_0} \\ -\frac{p}{\rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0}}} = 0$$

(1)

(2)

$\Rightarrow$

$$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \delta}{\partial x^2} = 0$$

$$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0$$

variações de densidade e pressão obedecem à mesma equação de ondas.

* O valor $\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0$ depende do processo (isotérmico ou adiabático)

* Isotérmico : $v = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{T,0}} = \sqrt{\frac{P_0}{\rho_0}}$

CNTP
- $P_0 = 1\,atm = 1{,}013 \times 10^5\,N/m^2$
- $T = 0°C = 273\,K$
- densidade do ar $\rho_0 = 1{,}293\,kg/m^3$

$\sqrt{\frac{P_0}{\rho_0}} = 280\,m/s$ (valor experimental $= 332\,m/s$)

* Adiabático : $\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{S,0} = \gamma \frac{P_0}{\rho_0}$ onde $\gamma = 1{,}4 \Rightarrow$

$v = \sqrt{\frac{1{,}4\,P_0}{\rho_0}} = 332\,m/s$ (ok!)

Explicação : Mudanças de pressão (compressões e expansões) são tão rápidas que não dá tempo para a temperatura ficar constante.

* Gás Ideal

$$PV = nRT = \frac{m}{M} RT \Rightarrow P = \frac{m}{V}\left(\frac{RT}{M}\right) = \rho\left(\frac{RT}{M}\right)$$

$$\frac{P}{\rho} = \frac{RT}{M} \underset{\text{geral}}{\Rightarrow} v = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}}$$

A velocidade do som independe da pressão, mas cresce com a raiz quadrada da temperatura absoluta.

$$T = 20°C \; (293\,K) \Rightarrow v = 344\, m/s$$

* Velocidade do som na água

$\Delta P = 20$ atm $= 2\times10^6\, N/m^2$

$V = 1\,\ell = 10^3\, cm^3 \Rightarrow \Delta V = 0{,}9\, cm^3 \Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = \frac{0{,}9}{10^3} = 9\times10^{-4}$

$T = 20°C = 293K$

$\rho_0 = 10^3\, kg/m^3$

Módulo de Elasticidade Volumétrico

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V} = \rho \frac{\Delta P}{\Delta \rho}$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0} = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}}$$

$$\therefore \quad B = \frac{2\times10^6}{9\times10^{-4}} \approx 2{,}2\times10^9\, N/m^2 \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{2{,}2\times10^9}{10^3}} \Rightarrow \boxed{v = 1483\, m/s}$$

* Ondas Sonoras harmônicas: Intensidade

$$u(x,t) = U\cos(kx - \omega t + \delta)$$

↳ (amplitude do deslocamento)

$$\lambda = v\tau = \frac{v}{f} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 20\,\mathrm{Hz} \Rightarrow \lambda = 17\,\mathrm{m} \\ 20\,\mathrm{kHz} \Rightarrow \lambda = 1{,}7\,\mathrm{cm} \end{array}\right\} v \cong 340\,\mathrm{m/s}$$

dimensões macroscópicas típicas

$$p = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0 \delta = -\rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_0 \frac{\partial u}{\partial x} = -\rho_0 v^2 \frac{\partial u}{\partial x} = v^2 \delta$$

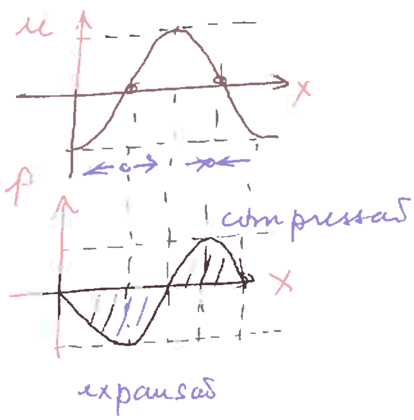
$$\therefore\ p = -\rho_0 v^2 \frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{onde} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = -kU\,\mathrm{sen}(kx - \omega t + \delta)$$

$$p(x,t) = \rho_0 v^2 k U\,\mathrm{sen}(kx - \omega t + \delta)$$

$$p(x,t) = \mathcal{P}\,\mathrm{sen}(kx - \omega t + \delta)$$

⇒ a onda de deslocamento e de pressão estão em quadratura

↑ amplitude de pressão



* Intensidade

Energia média transmitida através da seção por unidade de tempo e de área.

$$F = p(x,t)A = \mathcal{P}A\,\mathrm{sen}(kx - \omega t + \delta)$$

Potência: $F v = F\dfrac{\partial u}{\partial t} = \omega A \mathcal{P} U\,\mathrm{sen}^2(kx - \omega t + \delta)$

* Intensidade $= \dfrac{\text{Potência média}}{\text{Área}}$

$$I = \frac{1}{A}\overline{F\frac{\partial u}{\partial t}} = \frac{w\cancel{A}\mathcal{P}\mathcal{U}_0 \underbrace{\overline{\operatorname{sen}^2(kx-wt+\delta)}}_{1/2}}{\cancel{A}}$$

$$I = \frac{w\mathcal{P}\mathcal{U}}{2} \Rightarrow \text{mas } \mathcal{P} = \rho_0 v^2 k\mathcal{U} = \rho_0 \omega v \mathcal{U}$$

$$I = \frac{1}{2} w\left(\rho_0 \underbrace{v^2 k}_{vk=w}\mathcal{U}\right).\mathcal{U} = \frac{1}{2}\rho_0 \omega^2 v\,\mathcal{U}^2$$

$$I = \frac{1}{2}\cancel{\rho_0}\,\omega^2 v\left(\frac{\mathcal{P}^2}{\rho_0^{\cancel{2}} v^4 k^2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho_0}\right)\frac{\cancel{\overbrace{(v^2k^2)}^{w^2}}\,\cancel{v}\,\mathcal{P}^2}{\cancel{\omega^2}\, v\cancel{k}}$$

$$\boxed{I = \frac{1}{2}\frac{\mathcal{P}^2}{\rho_0 v}} \Rightarrow \text{independe da frequência}$$

* Limiar de audibilidade

$$I_0 \approx 10^{-12}\, W/m^2 \Rightarrow f \approx 10^3 s^{-1}\ (1000\ Hz)$$

Para o ar à temperatura ambiente

$$\begin{cases} \rho_0 \cong 1{,}3\ kg/m^3 \\ v \cong 340\ m/s \end{cases}$$

$$\mathcal{P}_0 = \sqrt{2 I_0 \rho_0 v} \Rightarrow \mathcal{P}_0 \simeq 3\times 10^{-5}\ N/m^2$$

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \mathcal{P}_0 = \rho_0 \omega v\, \mathcal{U}_0 \Rightarrow \underbrace{\mathcal{U}_0 = 1{,}1\times 10^{-11}\, m \approx 0{,}1 \mathring{A}}_{\text{menor que o diâmetro atômico}}$$

$1\ \mathring{A}$ $\quad r_B \simeq 0{,}5\mathring{A}$

* Limiar de sensação dolorosa

I_M (máxima) $= 1\,W/m^2 \approx 10^{12}\, I_0$

$P_m \sim 30\, N/m^2$ (10^6 maior)

$U_m \sim 1{,}1 \times 10^{-5}\, m$ (10^6 maior) $\sim 10^{-2}\, mm$

* O nível de intensidade sonora é medido em escala logarítmica devido ao fato de que as intensidades audíveis cobrem muitas ordens de grandeza.

bel: dois sons diferem de 1 bel quando a intensidade de um é 10x outro

decibel = 0,1 bel

* nível de Intensidade $\Rightarrow \alpha = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$ db (decibéis)

* Limiar de audibilidade ⟶ 0 db
* Murmúrio ⟶ 20 db
* Música suave ⟶ 40 db
* Conversa comum ⟶ 65 db
* Rua barulhenta ⟶ 90 db
* Avião próximo ⟶ 100 db
* Limiar de sensação dolorosa ⟶ 120 db

* Som musical ≠ ruído

$\underbrace{\text{Som musical}}_{\text{periodicidade}}$

* Qualidade de um som musical

Intensidade ⇒ amplitude da onda sonora

Altura ⇒ sons + graves e + agudos $\left(\nu = f = \frac{1}{\tau}\right)$

τ maior — frequência menor

τ menor — frequência maior

Timbre ⇒ (flauta, violino, voz) ⇒ mesma frequência

$\tau = \frac{1}{440}$ s ⇒ $\nu = f = 440$ Hz (frequência absoluta)

lá da escala média do piano.

* Produção de sons musicais (fontes sonoras na música)

Cordas Vibrantes (guitarra, piano, violino)

Membranas Vibrantes (tambor)

Colunas de ar (flauta, oboé, órgão de tubo)

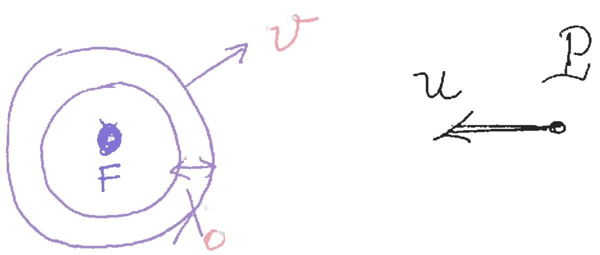
Madeira ou barra de aço (marimba, xilofone)

* Efeito Doppler

A sirene de uma ambulância ou o apito de um trem soam mais agudos quando estão se aproximando e mais graves quando estão se afastando ⇒ Efeito Doppler

Fonte em repouso ⇒ $\nu_0 = f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{v_0}{\lambda_0}$ ($v_0 = v$) ≡ nº de cristas de onda emitidas por unidade de tempo

* Observador com uma velocidade u detecta uma frequência ν.



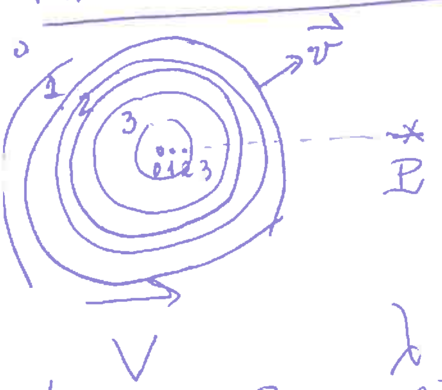
Quantas cristas de onda ele detecta

$$\nu = \frac{v}{\lambda_0} + \underbrace{\frac{u}{\lambda_0}}_{\text{cristas de onda adicionais}}$$

$$\nu = \nu_0\left(1 + \frac{u}{v}\right)$$ mais aguda

* Se ele se afasta $\nu = \nu_0\left(1 - \frac{u}{v}\right)$ mais grave

* Fonte em movimento



círculos com o centro se deslocando

Entre 2 cristas há um intervalo de tempo T_0

Fonte se desloca VT_0

A fonte se aproxima

$$\lambda_{\substack{\text{entre}\\ \text{as cristas}}} = \underbrace{vT_0}_{\lambda_0} - VT_0 = \lambda_0\left(1 - \frac{V}{v}\right)$$

A fonte se afasta : $\lambda'_{\substack{\text{entre}\\ \text{as cristas}}} = vT_0 + VT_0 = \lambda_0\left(1 + \frac{V}{v}\right)$

Número de cristas $\Rightarrow$ $\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{v/\lambda_0}{(1 - V/v)} = \frac{\nu_0}{\left(1 - \frac{V}{v}\right)}$ mais agudo

$$\nu = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v/\lambda_0}{(1 + V/v)} = \frac{\nu_0}{\left(1 + \frac{V}{v}\right)}$$ mais grave

Ambos se movimentam

$$\nu = \nu_0\left(\frac{1 \pm u/v}{1 \mp V/v}\right)$$

$\pm$ aproximação

$\mp$ afastamento