Lista I

1 Observações:

- Sempre baixe a versão mais recente diretamente do site da disciplina.
- Caso encontre algum erro nos enunciados ou tenha dúvidas sobre os problemas, por favor comunique ao monitor[1].
- As monitorias serão das 18h até 19h nas quartas, na sala 206C (sala de aula da turma da professora Luciana).

2 *Oscilações livres:*

O estudo do oscilador harmônico é de extrema importância para física moderna e tem inúmeras aplicações interessantes. As ideias aqui desenvolvidas são profundamente exploradas em mecânica quântica, onde lá vocês verão o oscilador harmônico quântico, um dos sistemas mais fundamentais da teoria quântica.

Problemas conceituais:

1) Duas partículas 1 e 2 de mesma massa m estão presas por molas de constante elástica k, comprimento relaxado l_0 e massa desprezível, a paredes verticais opostas, separadas de $2l_0$; as massas podem deslizar sem atrito sobre uma superfície horizontal. Tem-se $m = 10$g e $k = 100$ N/m. No instante $t = 0$, a partícula 1 é deslocada de 1 cm para a esquerda e a partícula 2 de 1 cm para a direita, comunicando-se a elas velocidades de magnitude $\sqrt{3}m/s$, para a esquerda (partícula 1) e para a direita (partícula 2).

   (a) Escreva as expressões dos deslocamentos x_1 e x_2 das duas partículas para $t > 0$.

   (b) As partículas irão colidir uma com a outra? Caso positivo, em que instante?

[1]Email: alberto.jonatas.bezerra@usp.br

(c) Qual a energia total do sistema?

2) Uma conta de massa m enfiada num aro vertical fixo de raio r, no qual desliza sem atrito, desloca- se em torno do ponto mais baixo, de tal forma que o ângulo θ (entre a vertical e a linha que passa pela conta e pelo centro do aro) permanece pequeno. Mostre que o movimento é harmônico simples e calcule o período.

3) Uma bola de massa m de massa fresca de pão cai de uma altura h sobre o prato de uma balança de mola e fica grudada nele. A constante da mola é k, e as massas da mola e do prato podem ser desprezadas. Responda:

(a) Qual é a amplitude de oscilação do prato?

(b) Qual é a energia total de oscilação?

Problemas intermediários:

4) Uma bolinha homogênea de massa m e raio r rola sem deslizar sobre uma calha cilíndrica de raio $R >> r$, na vizinhança do fundo, ou seja, com $\theta << 1$. Mostre que o movimento é harmônico simples e calcule a frequência angular ω.

Desafio:

5) A molécula de HCl é uma molécula iônica, que podemos considerar como resultante da interação entre os íons H^+ e $Cl^{\breve{}}$, com energia potencial de interação dada por $U(r) = -K(e^2/r) + B/r^{10}$, onde r é a distância entre os centros. O primeiro termo é a atração coulombiana ($K = 9 \times 10^9 N.m^2/C^2$, $e = 1,6 \times 10^{-19} C$), e o segundo representa uma interação repulsiva a curta distância ($B > 0$). A distância entre os centros na molécula é de $1,28$ angstrons; uma unidade de massa atômica vale $1,66 \times 10^{-27}$ kg.

(a) Calcule a “constante de mola efetiva” k da ligação.

(b) Calcule a frequência de vibração μ da molécula (clássica).

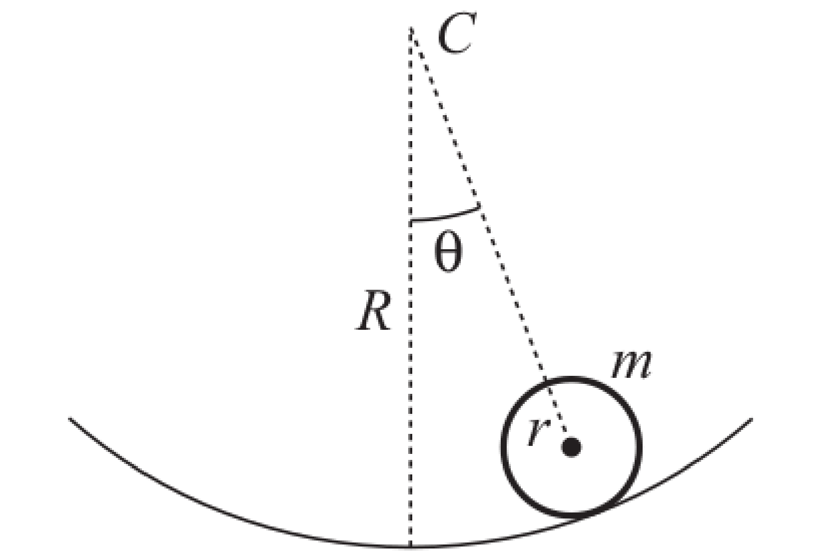

Figura 1: Bolinha rolando no fundo de uma calha.

3 *Oscilações amortecidas e forçadas:*

As oscilações amortecidas descrevem mais adequadamente os regimes de oscilação que ocorrem em escala macroscópica, sendo de profundo interesse em vários ramos da engenharia, por exemplo. Em oscilaçoes forçadas, estudaremos fenômenos fundamentais, tal como as ressonâncias, que ocorrem em vários ramos da física e retornarão em estudos do eletromagnetismo.

Problemas conceituais:

1) Seja r a razão entre dois máximos consecutivos do deslocamento de um oscilador livre fracamente amortecido ($\gamma << \omega_0$). O parâmetro $\delta = |\log(r)|$ se chama decremento logarítmico.[2]

   (a) Relacione δ com a constante de amortecimento γ e com o período τ do oscilador.

   (b) Se n é o número de períodos necessário para que a amplitude de oscilação caia à metade do valor inicial, ache δ.

[2]Estamos tomando o logaritmo na base natural.

2) Um oscilador não amortecido, de massa m e frequência própria ω_0, se move sob a ação de uma força externa $F = F_0 \sin \omega t$, partindo da posição de equilíbrio com velocidade inicial nula. Ache o deslocamento $x(t)$.

Problemas intermediários:

3) Dois pêndulos idênticos, formados por partículas de massa m suspensas por barras de massa desprezível e comprimento l, estão ligados um ao outro por uma mola de massa desprezível e constante elástica k, inicialmente relaxada, com os pêndulos na posição vertical de equilíbrio. Aplica-se, à partícula 2, uma força $F = F_0 \cos \omega t$. Com base nisso, responda:

   (a) Obtenha a solução estacionária para os deslocamentos $x_1(t)$ e $x_2(t)$ das duas partículas.

   (b) Trace gráficos representando o andamento das amplitudes de oscilação das duas partículas em função de ω.

4) Uma partícula de massa m está ligada por uma mola de constante elástica k e massa desprezível a outra partícula de mesma massa, suspensa no teto por outra mola idêntica à anterior. Inicialmente o sistema está em equilíbrio. Sejam z_1 e z_2 deslocamentos, a partir das respectivas posições de equilíbrio, das partículas 1 e 2, com o eixo z orientado verticalmente para baixo.

   (a) Escreva as equações de movimento para z_1 e z_2.

   (b) Obtenha os modos normais de oscilação vertical do sistema. *Dica:* Considere uma nova coordenada q como combinação linear de z_1 e z_2: $q = \alpha z_1 + \beta z_2$. Escreva a equação de movimento para q e procure determinar os coeficientes α e β, de tal forma que essa equação para q se reduza à equação de movimento de um oscilador harmônico simples. Você obterá duas soluções, q_1 e q_2, que se chamam as coordenadas normais. Calcule as frequências angulares de oscilação ω_1 e ω_2, associadas aos dois modos normais do sistema.

Desafio:

5) Um modelo clássico para a molécula de CO_2 é constituído por duas partículas idênticas de massa M ligadas a uma partícula central de massa m por molas idênticas de constante elástica k e massa desprezível. Sejam x_1 , x_2 e x_3 os desloca mentos das três partículas a partir das respectivas posições de equilíbrio.

   (a) Escreva as equações de movimento para x_1 , x_2 e x_3 e verifique que o centro de massa do sistema permanece em repouso ou em movimento retilíneo uniforme.

   (b) Obtenha as equações de movimento para as coordenadas relativas, $x_2 - x_1 = \xi$ e $x_3 - x_2 = \eta$.

   (c) A partir de (b), calcule as frequências angulares de oscilação associadas aos dois modos normais de vibração do sistema. Interprete fisicamente esses dois modos, caracterizando os tipos de oscilação das massas a eles associados.

   (d) Aplique este modelo à molécula de CO_2 , calculando a razão entre as duas frequências de modos normais de vibração para essa molécula. Tome as massas do carbono e oxigênio como 12 e 16, respectivamente, em unidades de massa atômica.

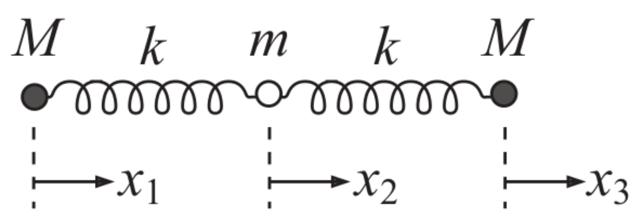

Figura 2: Modelagem clássica da molécula de CO_2.

4 Errata e comentários

Comentarei abaixo eventuais erros e comentários/dicas sobre os exercícios propostos que possam surgir durante as monitorias.

- Recomendo fortemente a tentarem fazer o exercício 5 de oscilações livres. Nele, vocês irão desenvolver ideias e abordagens que se tornarão muito úteis nos estudos de mecânica.