ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Elementos de Máquinas para Automação

PMR 3307 - A04

Teorias de falha

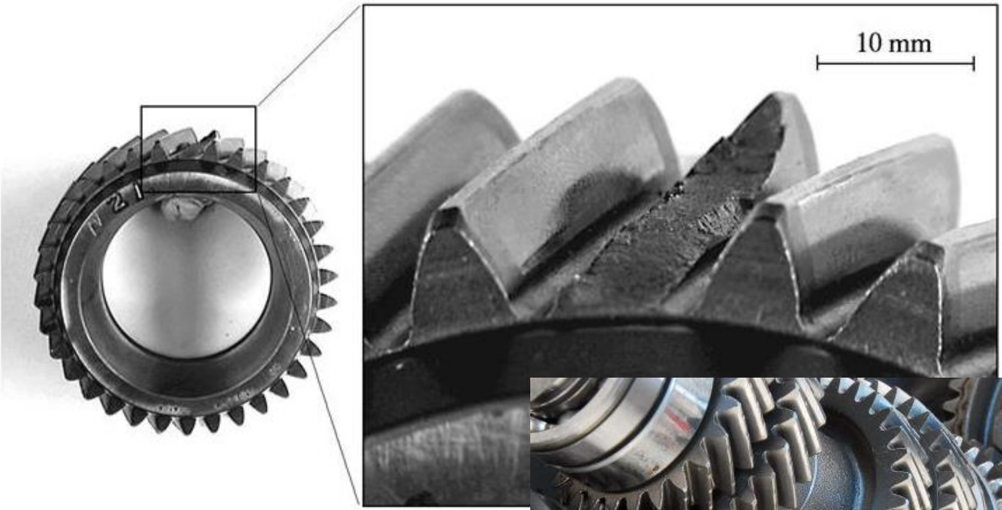
2023.2

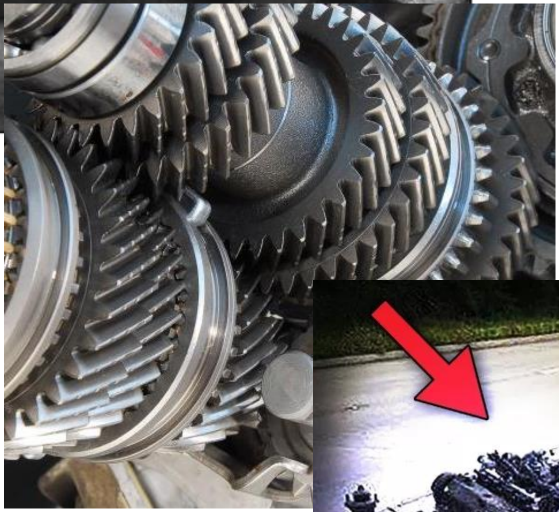
Tópicos

- Introdução a teorias de falha
- Critérios de escoamento e de fratura
- Teoria da Máxima Tensão Cisalhante
- Teoria da Máxima Energia de Distorção
- Teoria de Coulomb-Mohr para materiais dúcteis
- Teoria da Máxima Tensão Normal
- Teoria da Falha frágil Coulumb-Mohr
- Teoria de Mohr modificada para materiais frágeis

Introdução as teorias de Falha

Introdução as teorias de Falha





Introdução as teorias de Falha

Introdução as teorias de Falha

Era para considerar flexão?

Introdução as teorias de Falha

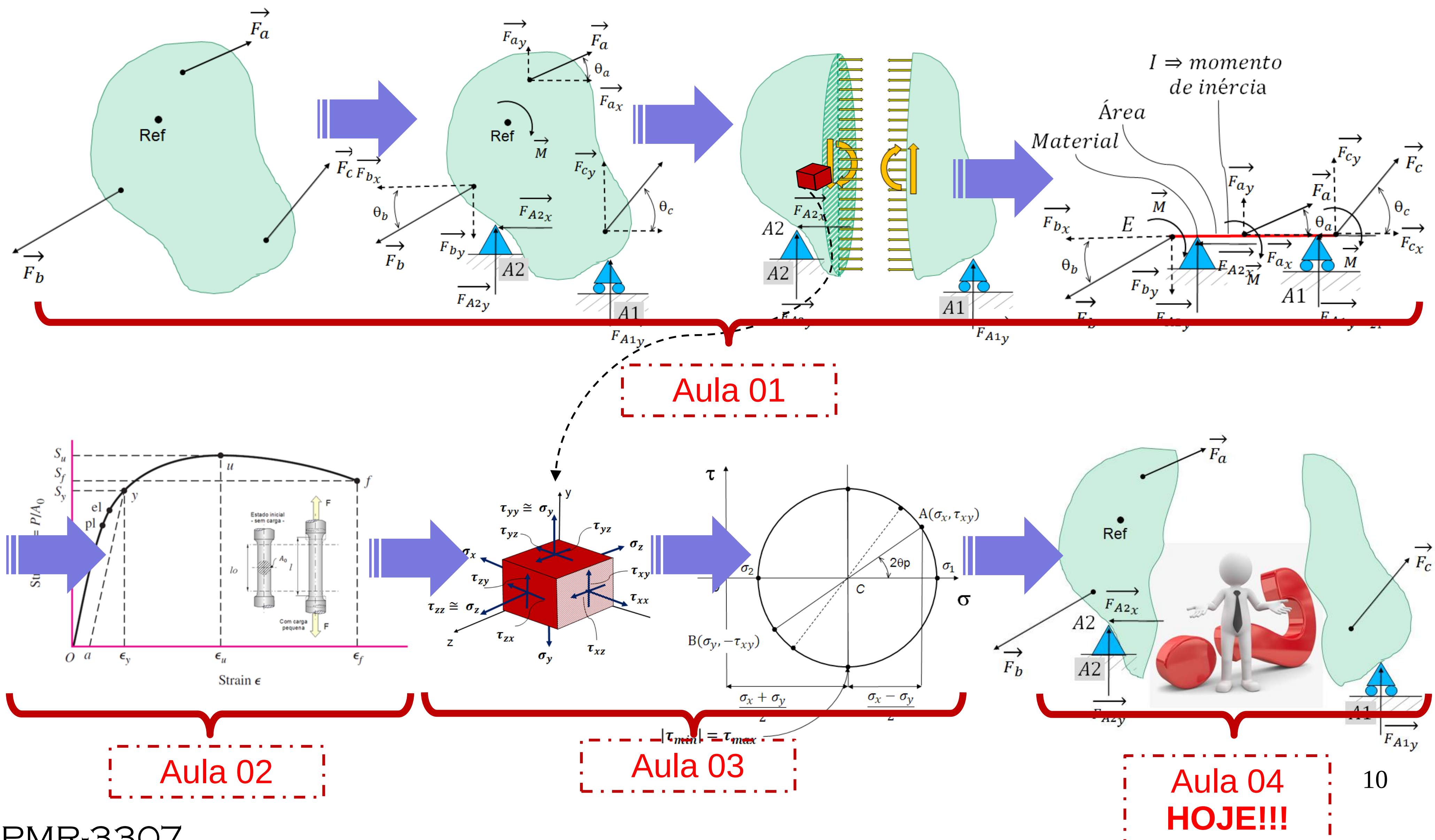
Espero que o assento ejetor tenha sido bem projetado

Introdução as teorias de Falha

Introdução as teorias de Falha

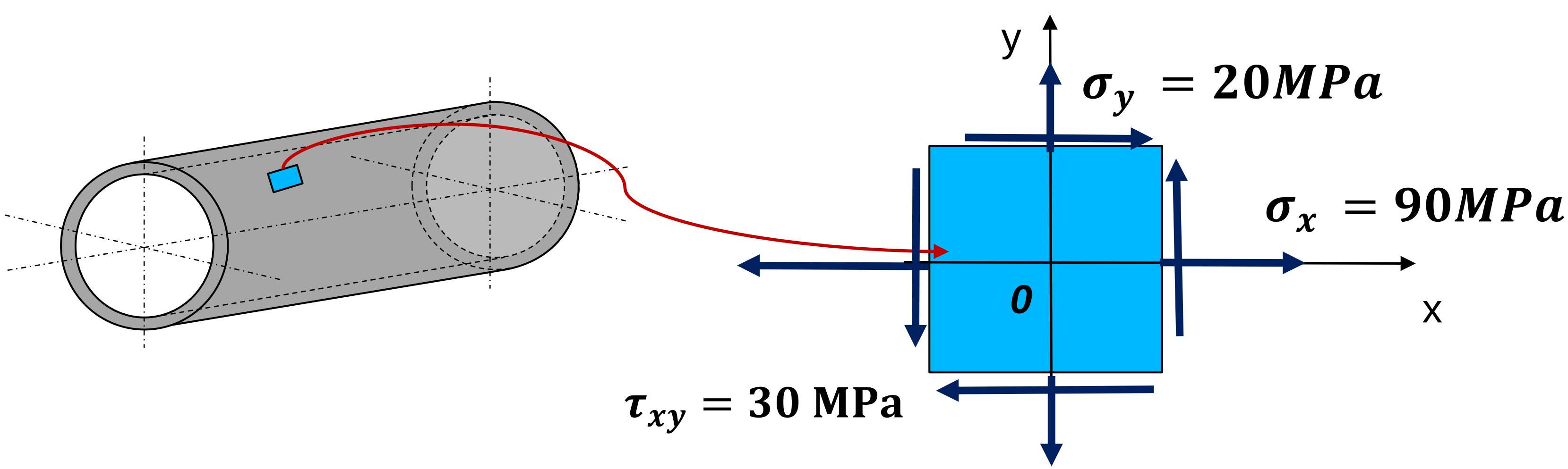
Será que foi o conteúdo daquela aula que eu perdi?

Introdução as teorias de Falha



Exemplo 1 - Aula 03

- Considere um ponto na superfície de um cilindro pressurizado. O material está sujeito a um estado biaxial de tensões σ_x = 90MPa, σ_y = 20MPa, e τ_{xy} = 30,3Mpa, conforme mostrado no elemento abaixo. Construa o círculo de Mohr e determine as tensões atuantes em um elemento inclinado a θ=30°. Considere somente o estado plano de tensões, e mostre um desenho do elemento orientado. $\tau_{y'z'}$

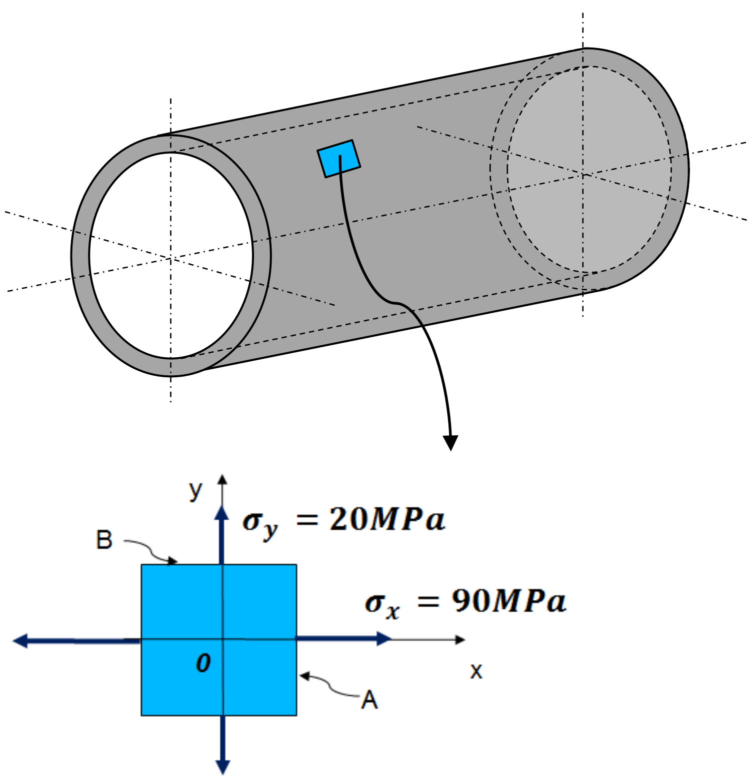


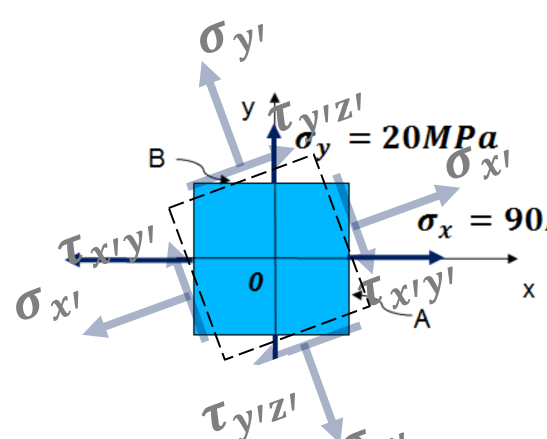
Exemplo 1 - Aula 03

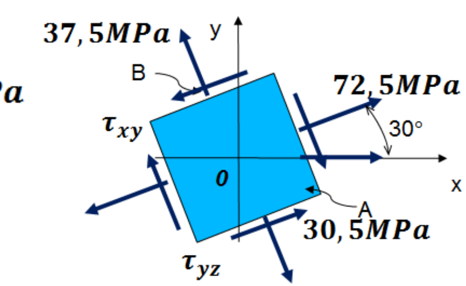
- Dados: σ_x = 90MPa, σ_y = 20MPa, e τ_{xy} = 30 MPa
- Determinar as tensões atuantes em um elemento inclinado a θ=30°
- Considerar: estado plano de tensões.

$$a = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{90 + 20}{2} = \frac{110}{2} = 55MPa$$

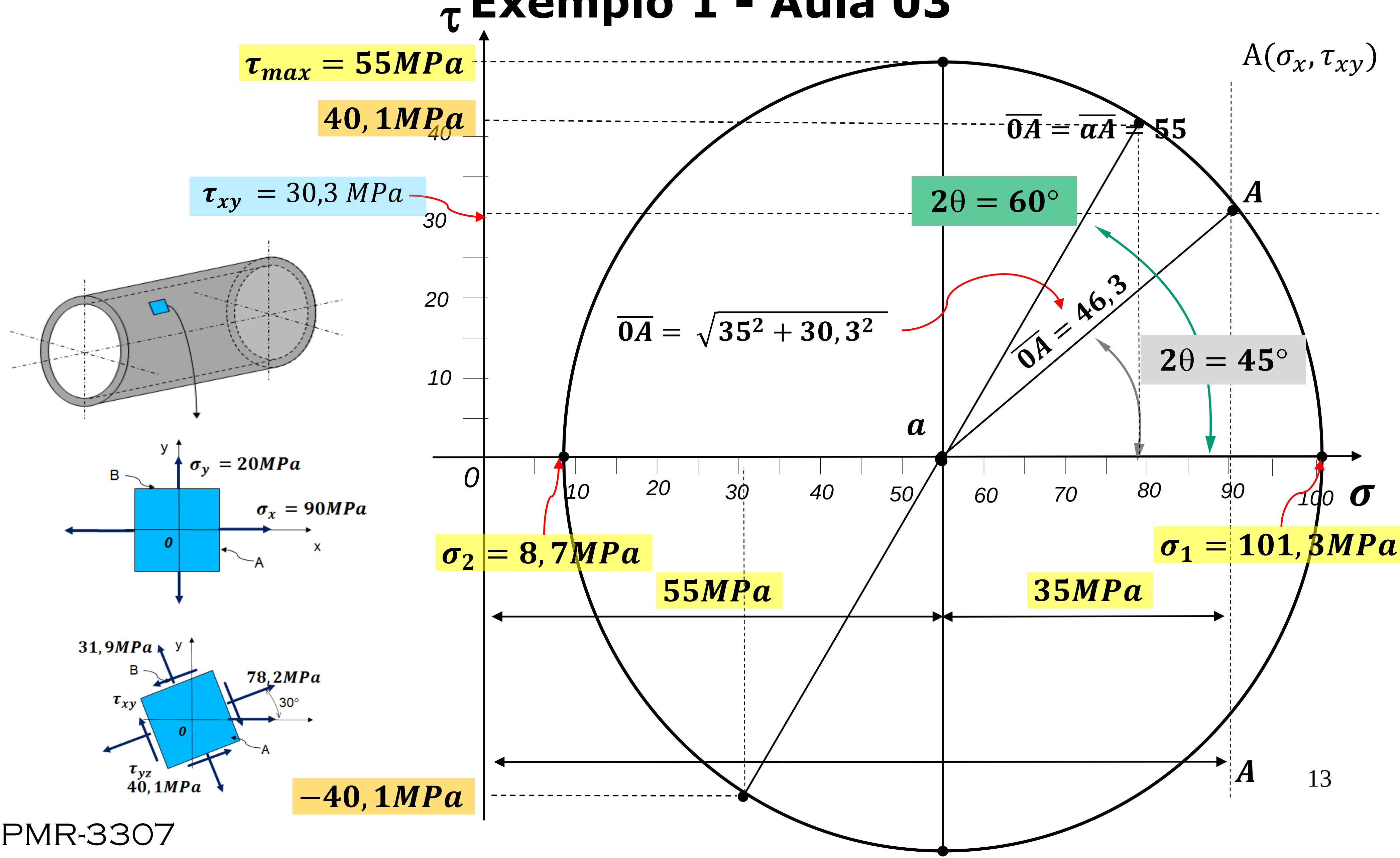
$$b = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = \frac{90 - 20}{2} = \frac{70}{2} = 35MPa$$







Exemplo 1 - Aula 03



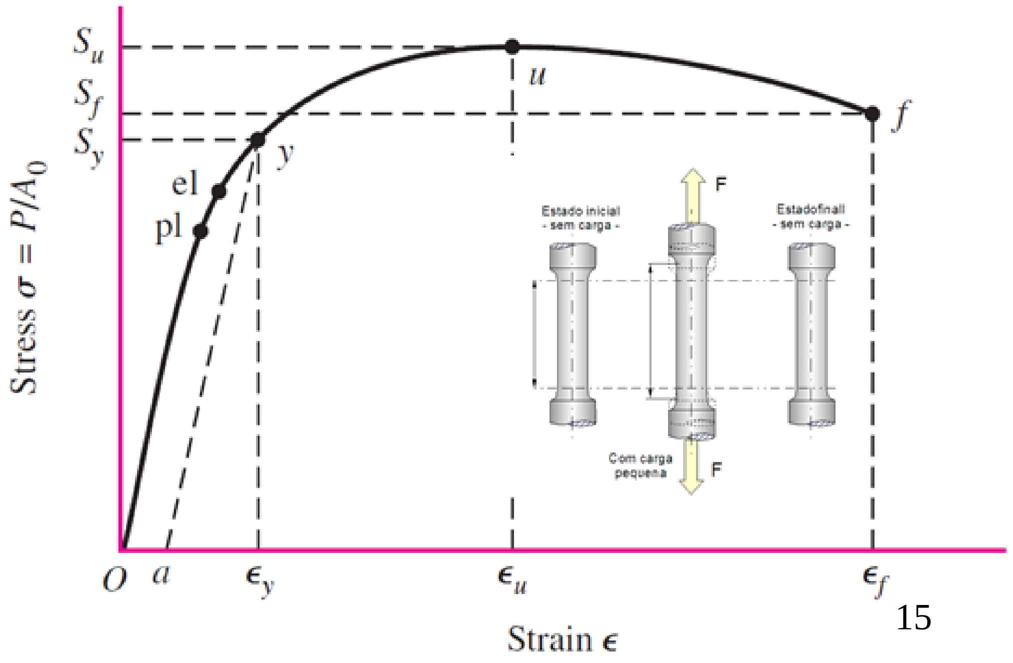
Critérios de escoamento e de fratura

- **Para materiais dúcteis**
  - Máxima tensão cisalhante - *Maximum shear stress*
  - Máxima energia de distorção - *Maximum distortion energy*
  - Teoria Coulomb-Mohr para materiais dúcties
- **Para materiais frágeis**
  - Máxima tensão normal - *Maximum normal stress*
  - Falha frágil Coulumb-Mohr - *Brittle Coulomb-Mohr*
  - Mohr modificado - *Modified Mohr*

Critérios de escoamento e de fratura

- Quando um elemento de máquina está submetido a carregamentos axiais ou torcionais puros, as tensões calculadas podem ser associadas a um resultado experimental análogo para o mesmo material.

- Isto permite prever com alto grau de precisão o comportamento com relação ao escoamento e a fratura

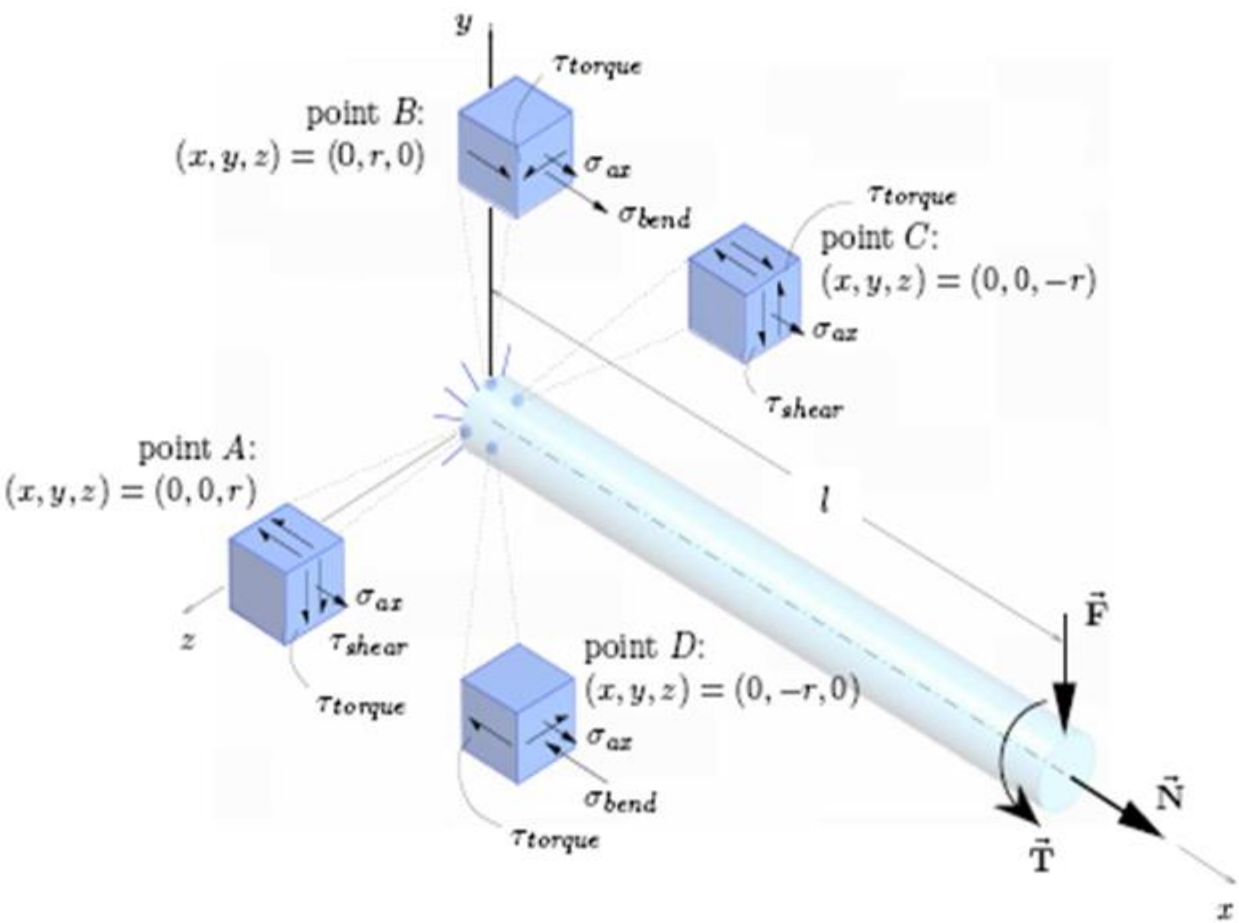


Critérios de escoamento e de fratura

- Para estados de tensões complexos, comuns aos elementos de máquinas, as aproximações para estado puro de tensão não são mais possíveis
- Desta forma é necessário estabelecer critérios para comportamento dos materiais com estados de tensões combinados
- Ainda não existe um critério quantitativo perfeito para determinar o escoamento e a fratura de materiais em estado tensão multiaxiais.

Tensão? Em que ponto?

Onde realizar a análise em um elemento?



point A:

$$\sigma_x = \sigma_{ax} = \frac{N}{A}$$
$$\tau_{xy} = -\tau_{torque} - \tau_{shear} = -\frac{Tr}{J} - \frac{4}{3}\frac{F}{A}$$
$$\sigma_y = \sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

point C:

$$\sigma_x = \sigma_{ax} = \frac{N}{A}$$
$$\tau_{xy} = \tau_{torque} - \tau_{shear} = \frac{Tr}{J} - \frac{4}{3}\frac{F}{A}$$
$$\sigma_y = \sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

point B:

$$\sigma_x = \sigma_{ax} + \sigma_{bend} = \frac{N}{A} + \frac{Flr}{I_Z}$$
$$\tau_{xz} = \tau_{torque} = \frac{Tr}{J}$$
$$\sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0$$

point D:

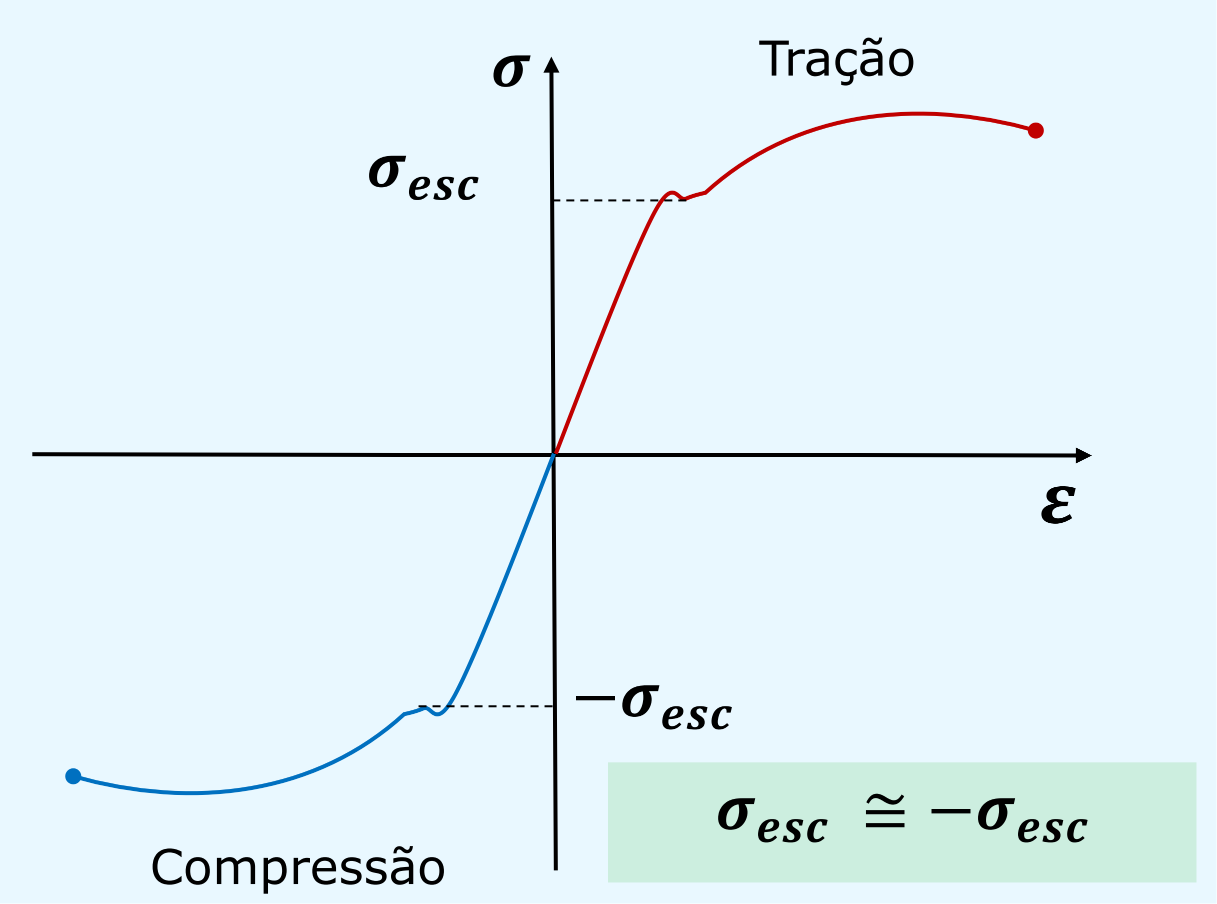
$$\sigma_x = \sigma_{ax} - \sigma_{bend} = \frac{N}{A} - \frac{Flr}{I_Z}$$
$$\tau_{xz} = -\tau_{torque} = -\frac{Tr}{J}$$
$$\sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0$$

http://www-mdp.eng.cam.ac.uk/web/library/enginfo/textbooks_dvd_only/DAN/SSS/failure/theories.html

Critérios de Falha para Materiais Dúcteis

Critérios de escoamento e de fratura

- **Para materiais dúcteis – Considerações gerais**

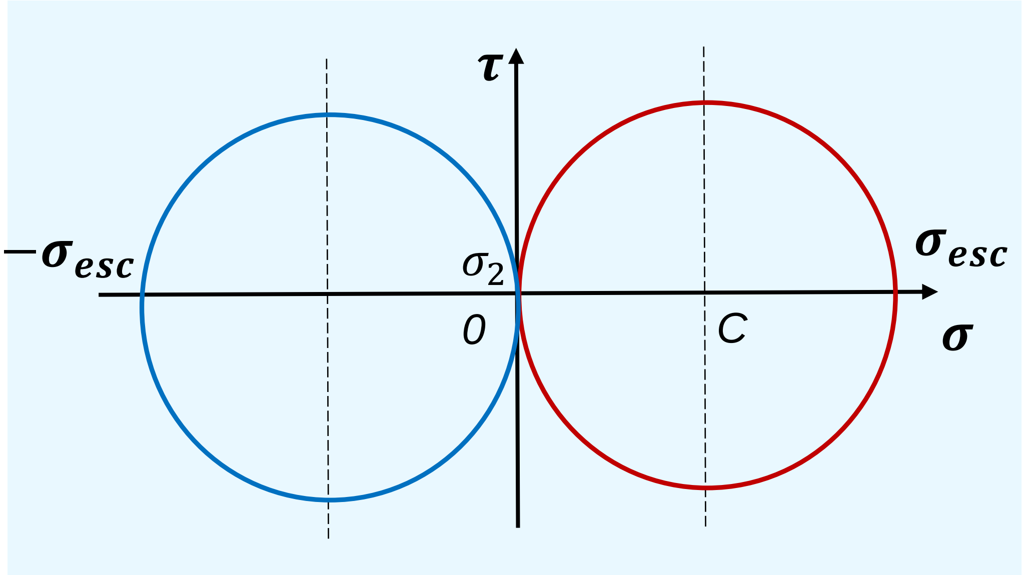


Sobreposição dos resultados dos ensaios de tração e compressão

Critérios de escoamento e de fratura

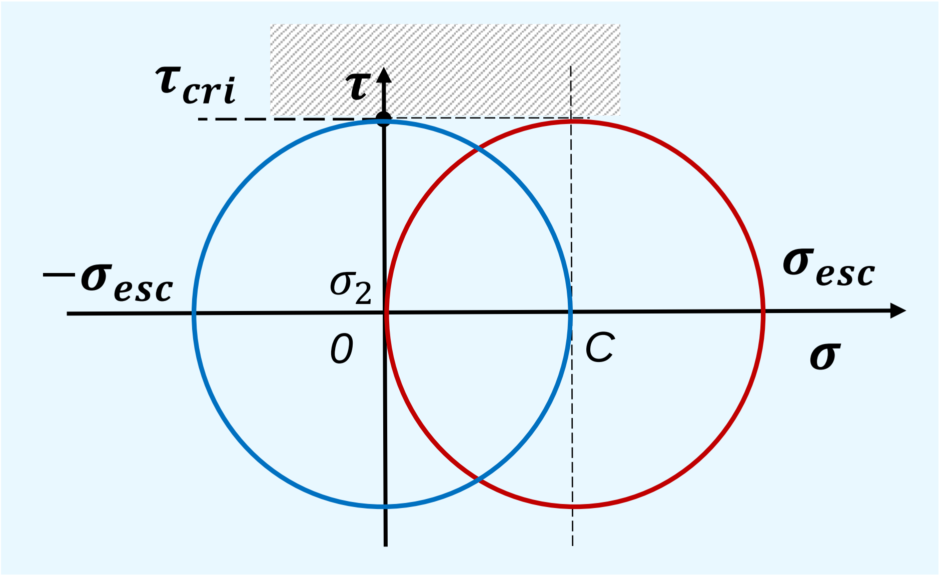
- **Para materiais dúcteis – Considerações gerais**

Tensões Normais Críticas



Sobreposição dos círculos de Mohr para tração e compressão

Tensões Cisalhantes Críticas



Sobreposição dos círculos de Mohr para ensaios de tração e torção

$$0{,}5 < \frac{\tau_{cri}}{\sigma_{esc}} < 0{,}6$$

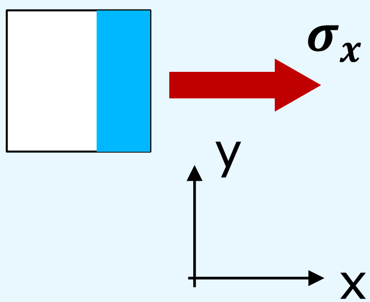
Critérios de escoamento e de fratura

► Para materiais dúcteis – Considerações gerais

Modos de falha

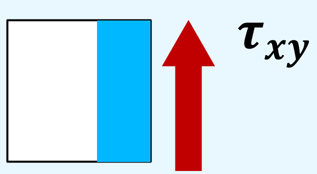
Tração

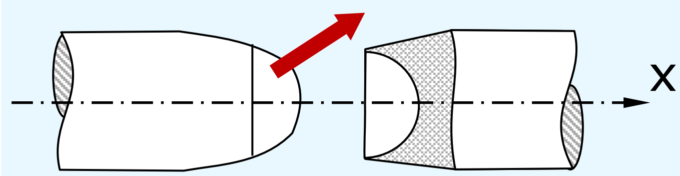
- Tensões Normais

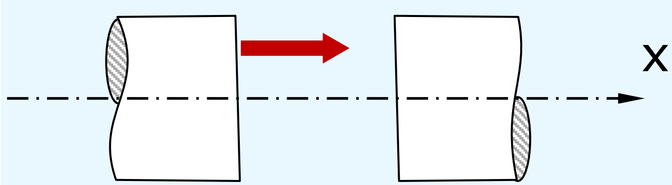


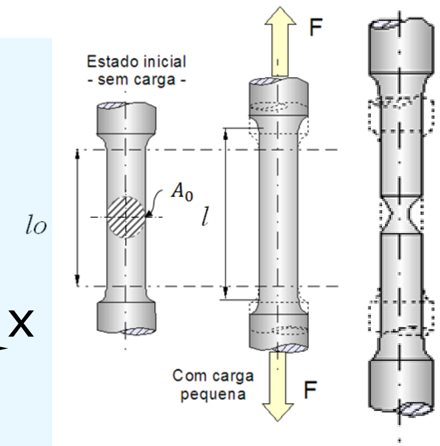
Torção

- Tensões Cisalhantes







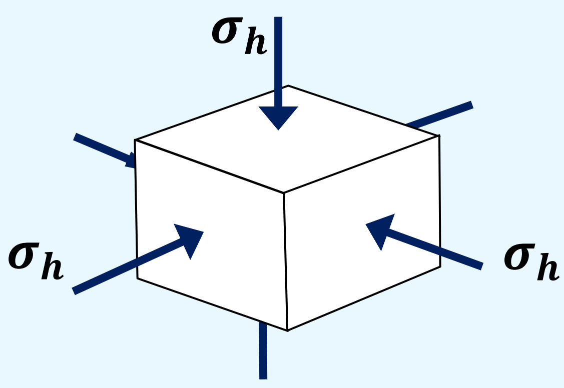


Critérios de escoamento e de fratura

- **Para materiais dúcteis – Considerações gerais**

Modos de falha

Hidrostática



$\sigma_{esc} \gg \sigma_h$

Teorias de falha

- Máxima tensão cisalhante - *Maximum shear stress*
- Máxima energia de distorção - *Maximum distortion energy*
- Teoria Coulomb-Mohr para materiais dúcties

Teoria da Máxima Tensão Cisalhante

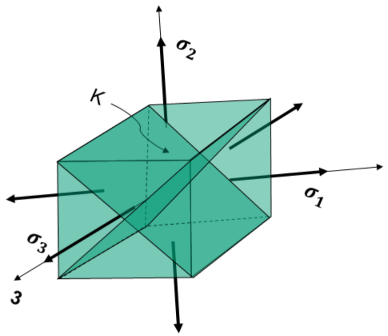
- Proposta por Coulumb em 1773
- 1886, Tresca apresenta o trabalho sobre escoamento de metais sob grande pressões
- A Teoria da Máxima Tensão Cisalhante é usualmente chamada de critério de falha de Tresca, ou simplesmente de critério de Tresca

Teoria da Máxima Tensão Cisalhante

- Um material dúctil ocorre deslizamento durante escoamento dos planos criticamente orientados.
- Isto sugere que a tensão cisalhante é dominante
- O escoamento depende apenas da máxima tensão de cisalhamento alcançada no interior do elemento.
- Sempre que um valor crítico τ_{cri} é atingido tem-se início o escoamento.

Teoria da Máxima Tensão Cisalhante

- Assim da equação das tensões cisalhantes máximas (A-08) temos, para um estado de tensão biaxial



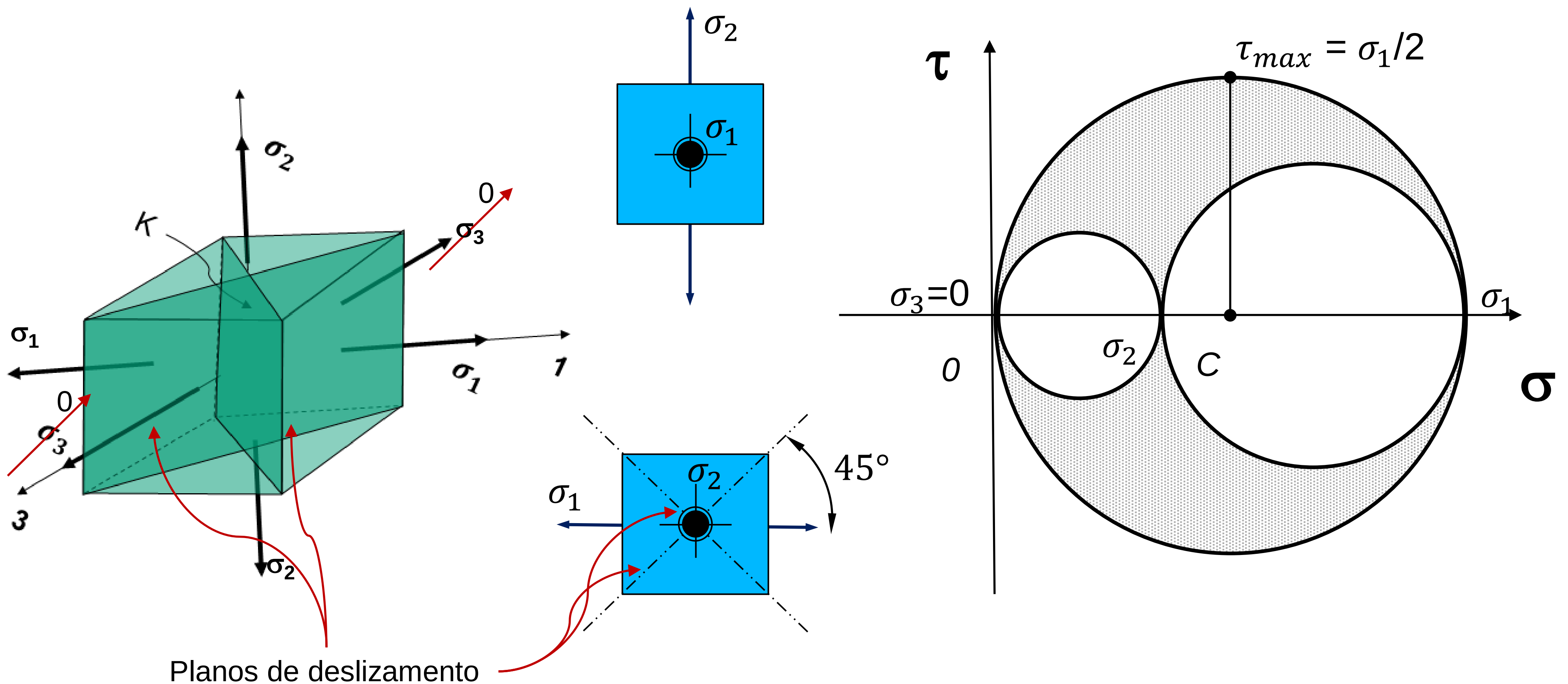
$$\boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{max}} = \boldsymbol{\tau}_{cri} = \pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^{\mathbf{2}} + \tau_{xy}^{\mathbf{2}}}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{cri} = \left|\pm\frac{\sigma_1}{2}\right| = \frac{\boldsymbol{\sigma}_{\boldsymbol{esc}}}{\mathbf{2}}$$

- No estado de tensão biaxial devem ser considerados três casos:
  - $\sigma A \geq \sigma B \geq 0$, $\sigma 1$ e $\sigma 2$ tem os mesmos sinais (+), $\sigma 3=0$
  - $\sigma A \geq 0 \geq \sigma B$, $\sigma 1$ e $\sigma 2$ tem sinais opostos, $\sigma 3=0$
  - $0 \geq \sigma A \geq \sigma B$, $\sigma 1$ e $\sigma 2$ tem os mesmos sinal (-), $\sigma 1=0$

Teoria da Máxima Tensão Cisalhante

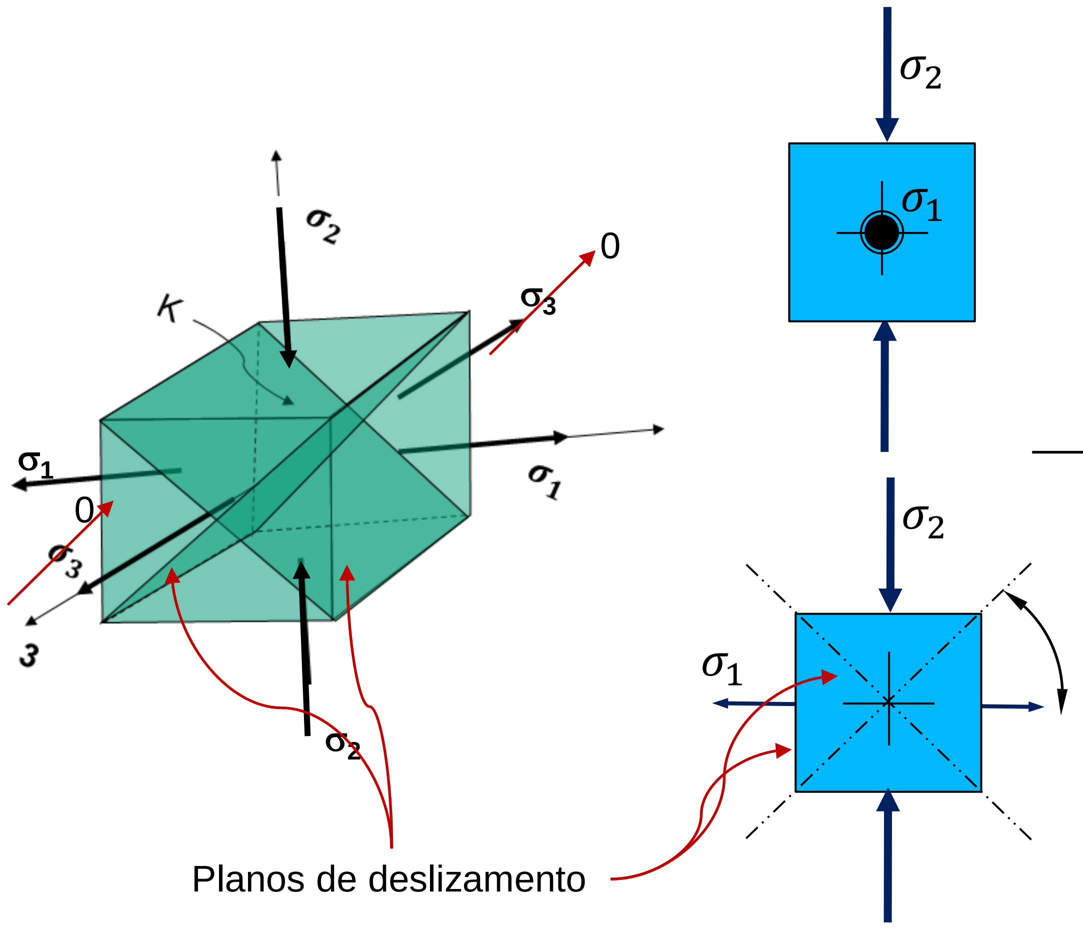
- Caso onde σ1 e σ2 tem os mesmos sinais

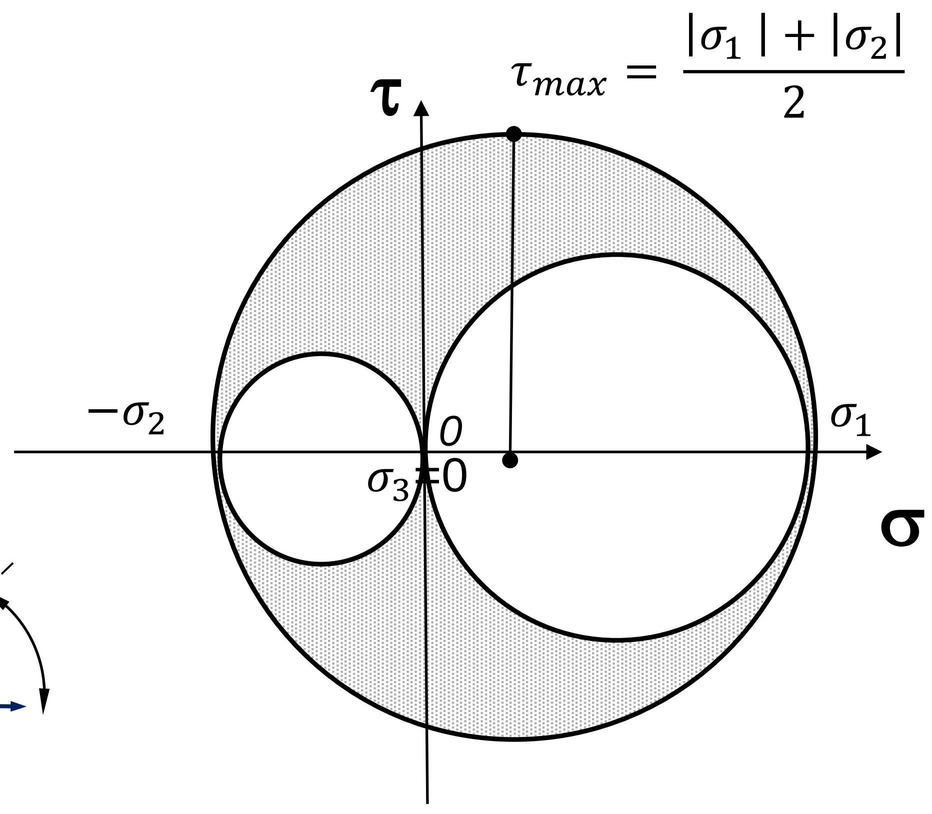


➢ ***Considerando materiais isotrópicos***

Teoria da Máxima Tensão Cisalhante

- Caso onde σ1 e σ2 tem sinais opostos

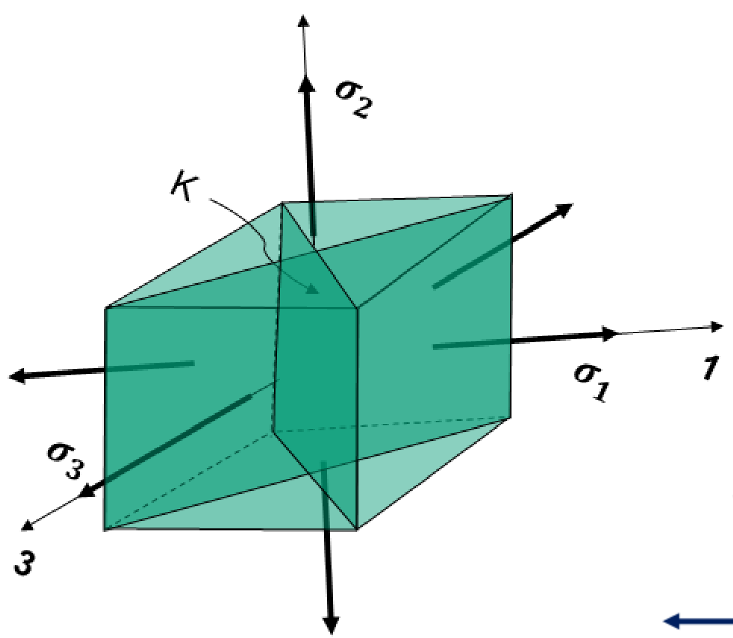


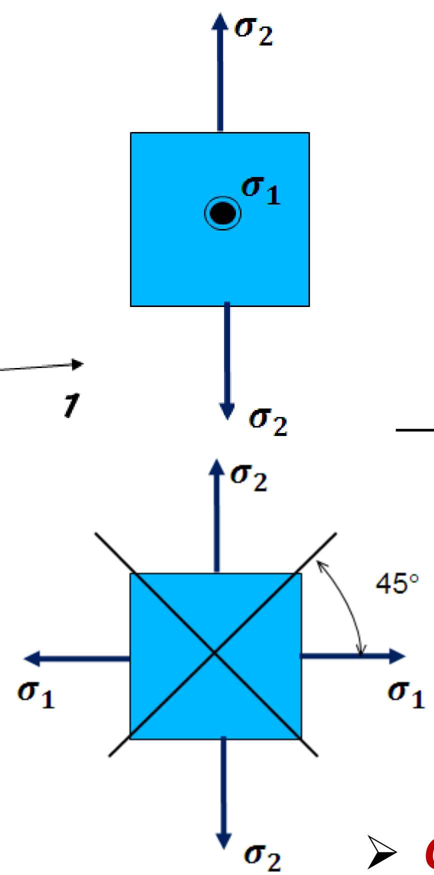


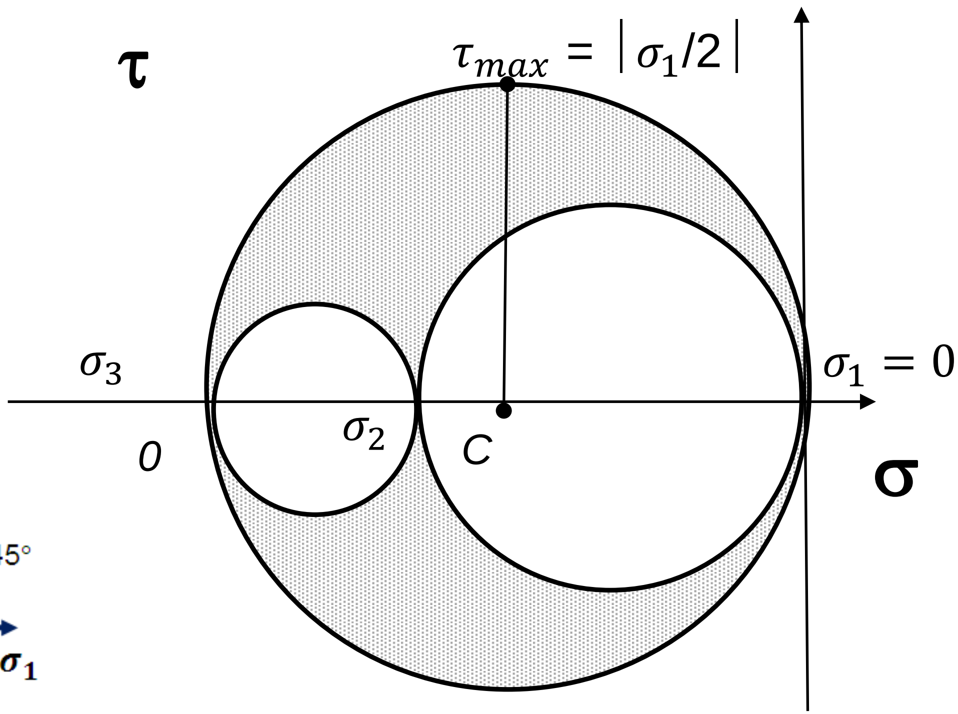
- *Considerando materiais isotrópicos*

Teoria da Máxima Tensão Cisalhante

- Caso onde σ1 e σ2 tem os mesmos sinais.
- 0 ≥ σ*A* ≥ σ*B*, σ1 e σ2 tem os mesmos sinal (-), σ1=0



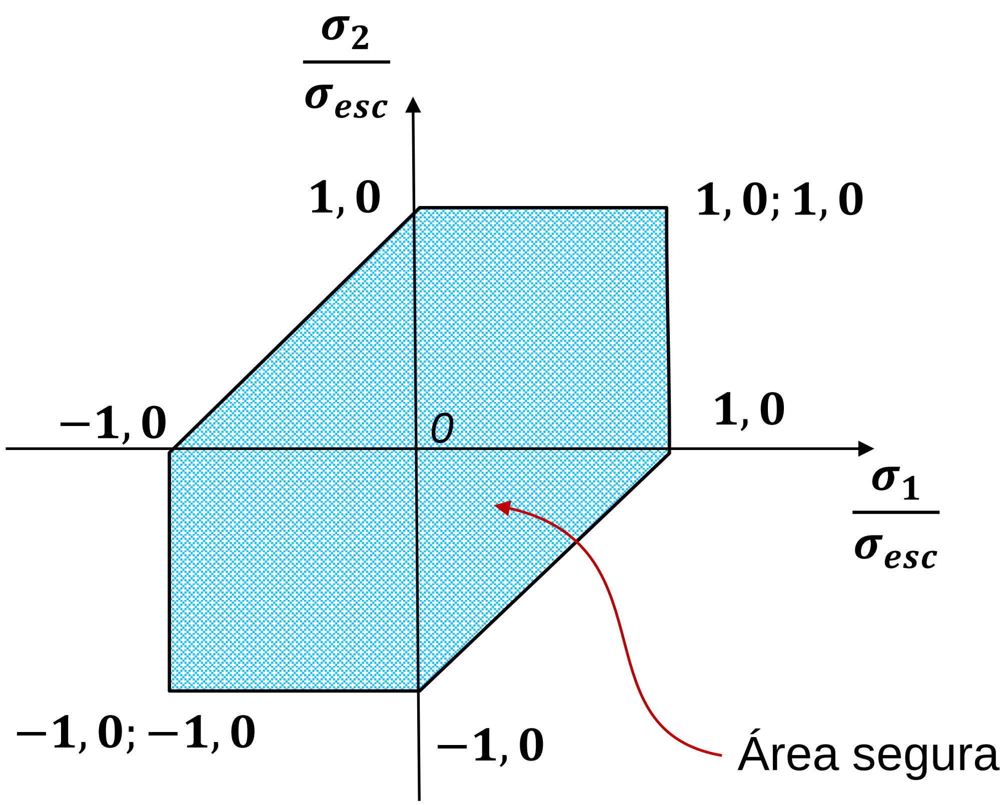




➢ ***Considerando materiais isotrópicos***

Teoria da Máxima Tensão Cisalhante

- Para o caso de escoamento iminente



$$\left|\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right| \leq \frac{\sigma_{esc}}{2}$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}} - \frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}} = \pm 1$$

escoamento iminente

Teoria da Máxima Tensão Cisalhante

- Observem que de acordo com a teoria de Tresca, se forem adicionadas tensões de compressão ou tração hidrostáticas, de tal forma que $\sigma'1 = \sigma'2 = \sigma'3$, nenhuma variação é prevista na resposta do material

Teoria da Máxima Energia de Distorção

- A Teoria da Máxima Energia de Distorção foi proposta inicialmente por Beltrami em 1885 (primeira tentativa)
- Huber a apresentou em sua forma atual em 1904.
- Foi aperfeiçoada e aplicada por von Mises (1913) e Hencky (1925)
- Usualmente é conhecido como critério de falha de von Mises
- Usualmente aplicada a materiais plásticos

Teoria da Máxima Energia de Distorção

- A Teoria da Máxima Energia de Distorção também é outro critério de escoamento amplamente utilizada na previsão de falha de materiais dúcteis.
- Neste método a energia elástica total é dividida em duas partes:
  - Uma associada as mudanças volumétricas do material
  - E outra causando distorções de cisalhamento

$$U_{total} = U_{dilatação} + U_{distorção}$$

Teoria da Máxima Energia de Distorção

- Nesta iguala-se a energia de distorção de cisalhamento no ponto de escoamento à tração simples, aquela sob tensão combinada, estabelecendo-se um critério de escoamento para tensão combinada

$$U_{dilatação} = \frac{3(1-2\nu)}{2E} p^2 = \frac{(1-2\nu)}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$$

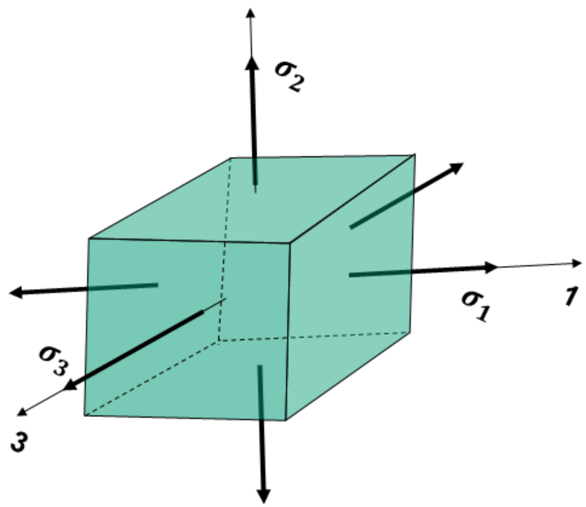
$$U_{distorção} = \frac{1}{12G} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

$$\boldsymbol{G = \frac{E}{2(1+\nu)}}$$

$$U_{total} = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_1.\sigma_2 + \sigma_2.\sigma_3 + \sigma_3.\sigma_1)$$

Teoria da Máxima Energia de Distorção

- Considerando o estado geral de tensões temos:



$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\sigma} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\sigma} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_1 - \bar{\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 - \bar{\sigma} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 - \bar{\sigma} \end{pmatrix}$$

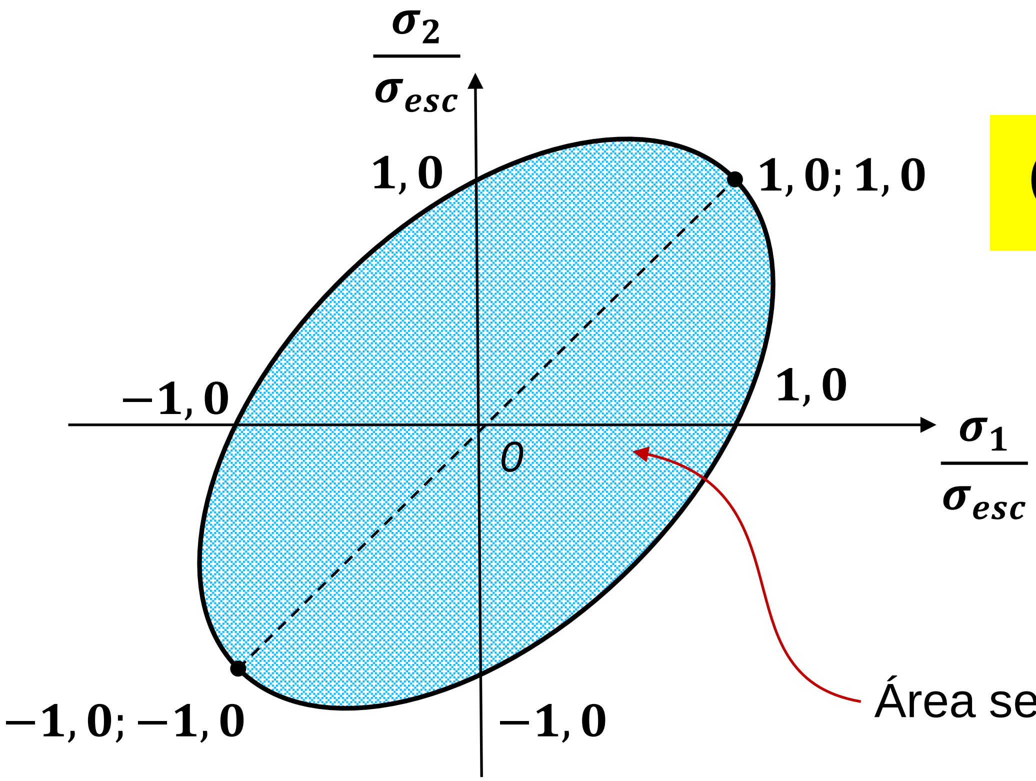
$$U_{total} = U_d + U_h$$

$$U_{total} = \frac{1}{2E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \frac{\nu}{E}(\sigma_1 . \sigma_2 + \sigma_2 . \sigma_3 + \sigma_3 . \sigma_1)$$

Considerando material plástico ideal => $(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_{esc}^2$

Teoria da Máxima Energia de Distorção

- Critério de escoamento baseado na máxima energia de distorção
- Para o estado plano de tensão $\sigma_3 = 0$, temos:



$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{esc}}\frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}}\right) + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}}\right)^2 = 1$$

Equação da elipse

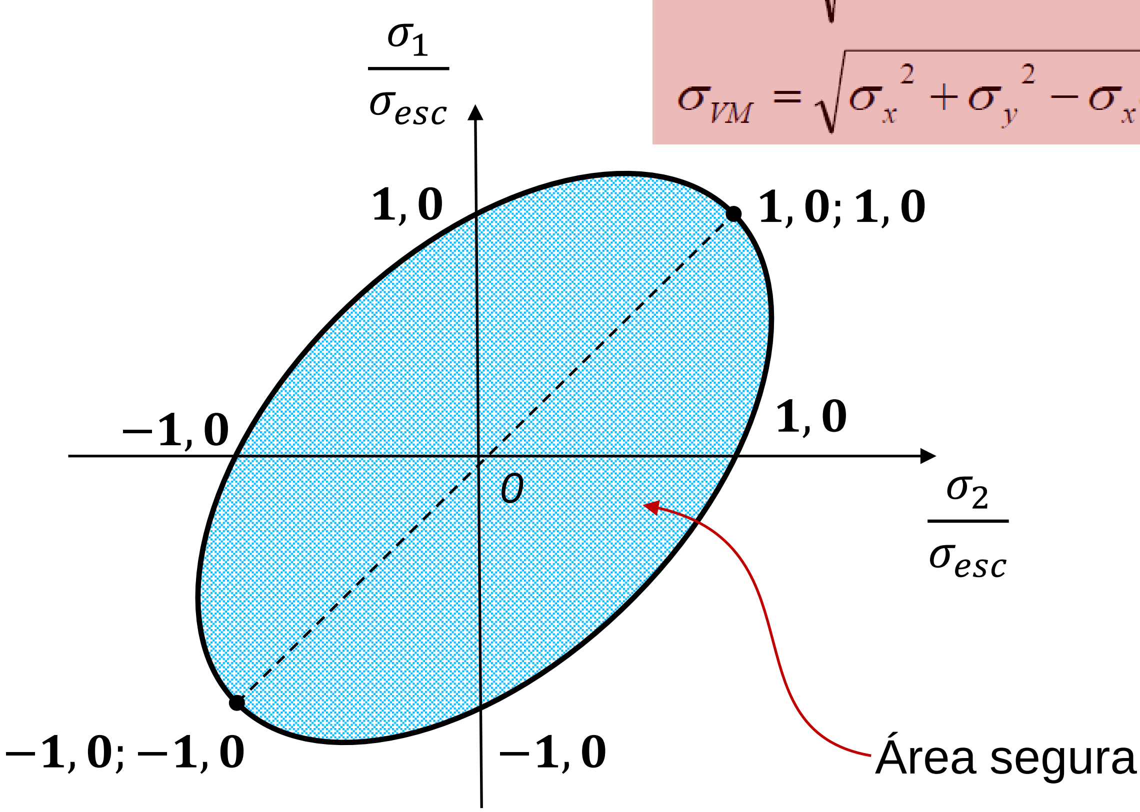
Teoria da Máxima Energia de Distorção

- Critério de escoamento baseado na máxima energia de distorção

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}{2}}$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_x{}^2 + \sigma_y{}^2 - \sigma_x\sigma_y + 3\tau_{xy}^2}$$

2D



$$\sigma_{VM} \geq S_y$$

$$n = \frac{S_y}{\sigma_{VM}}$$

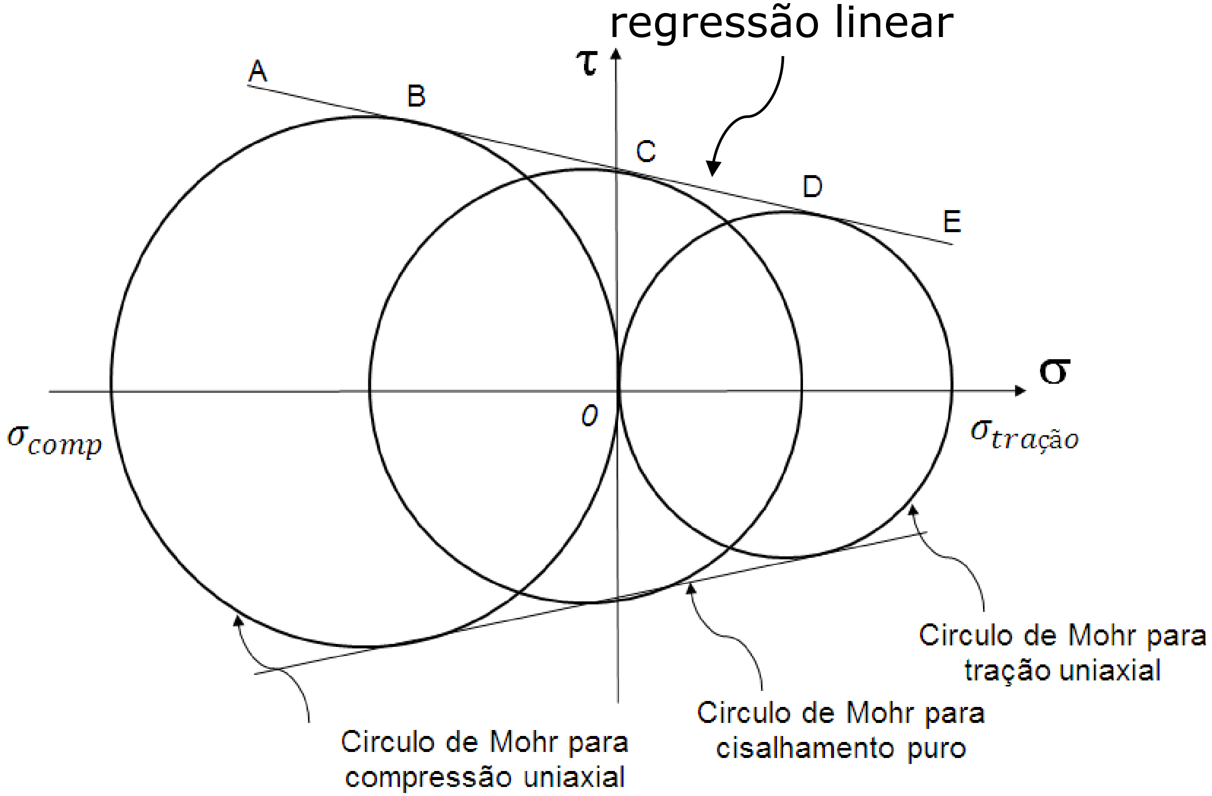
Onde **n** = fator de segurança

Teoria da Máxima Energia de Distorção

- Critério de von Misses não prevê mudanças na resposta do material quando se adicionam as tensões de tração e compressão hidrostática.

Teoria de Coulomb-Mohr para materiais dúcteis

- Ou teoria do atrito interno
- $\sigma 1 \geq \sigma 2 \geq \sigma 3$

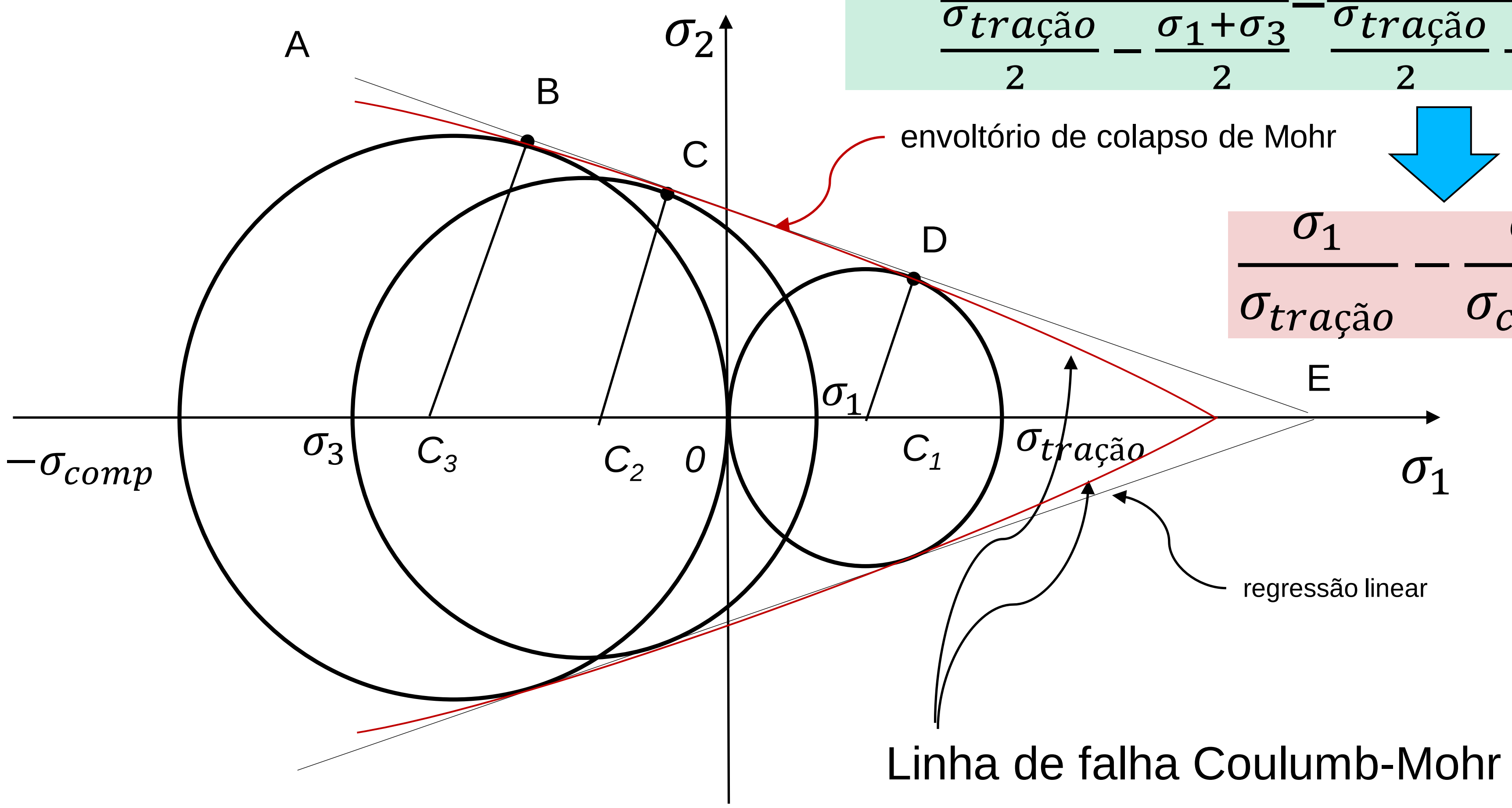


Teoria de Coulomb-Mohr para materiais dúcteis

- Ou teoria do atrito interno

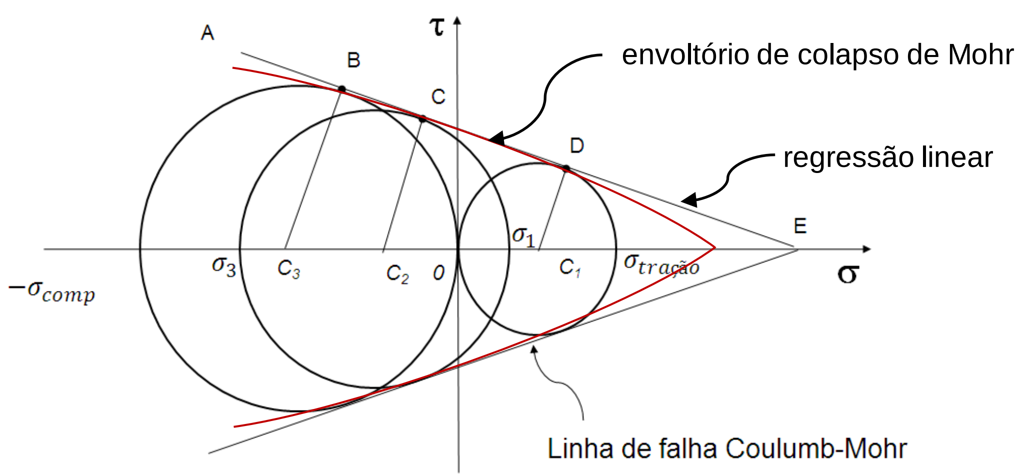
$$\frac{\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}-\frac{\sigma_{tração}}{2}}{\frac{\sigma_{tração}}{2}-\frac{\sigma_1+\sigma_3}{2}}=\frac{\frac{\sigma_{comp}}{2}-\frac{\sigma_{tração}}{2}}{\frac{\sigma_{tração}}{2}+\frac{\sigma_1+\sigma_3}{2}}$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{tração}}-\frac{\sigma_2}{\sigma_{comp}}\leq 1$$

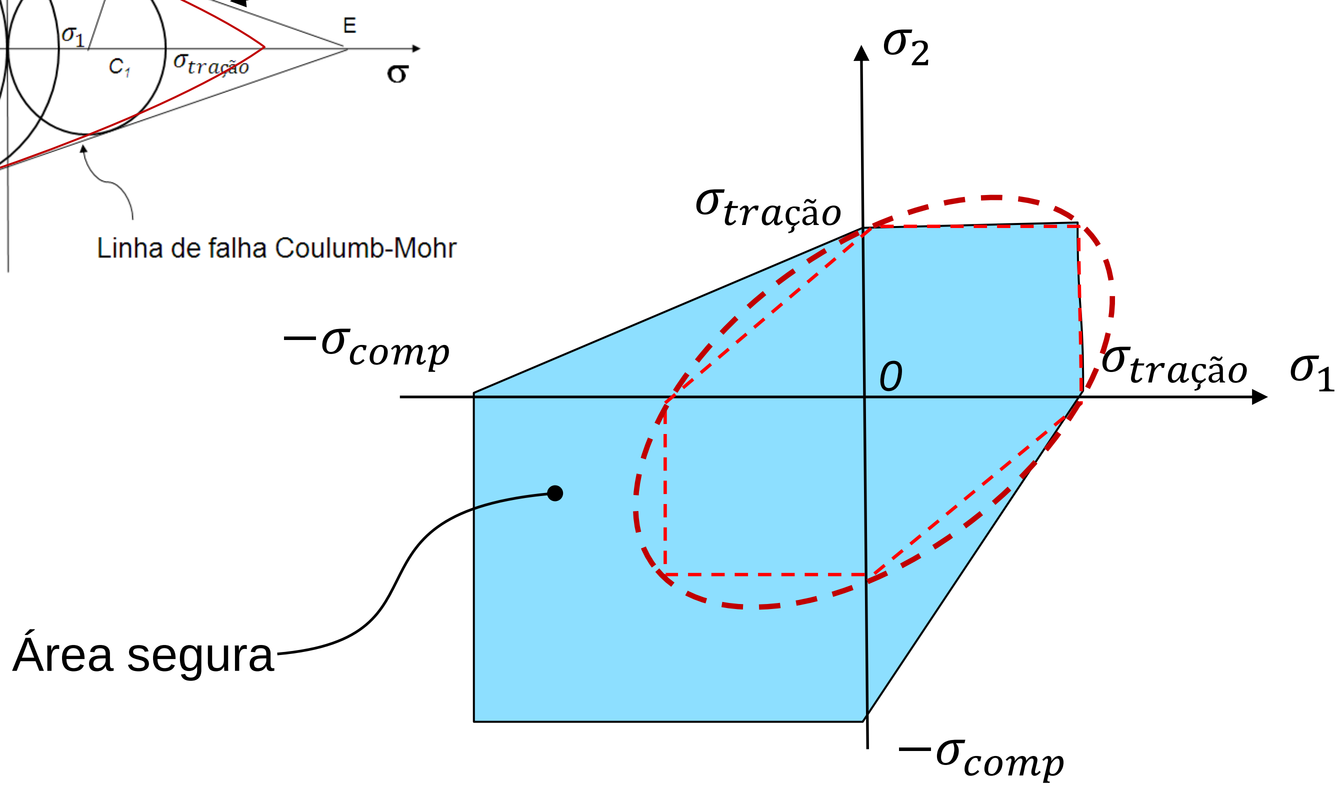


Teoria de Coulomb-Mohr para materiais dúcteis

- Ou teoria do atrito interno

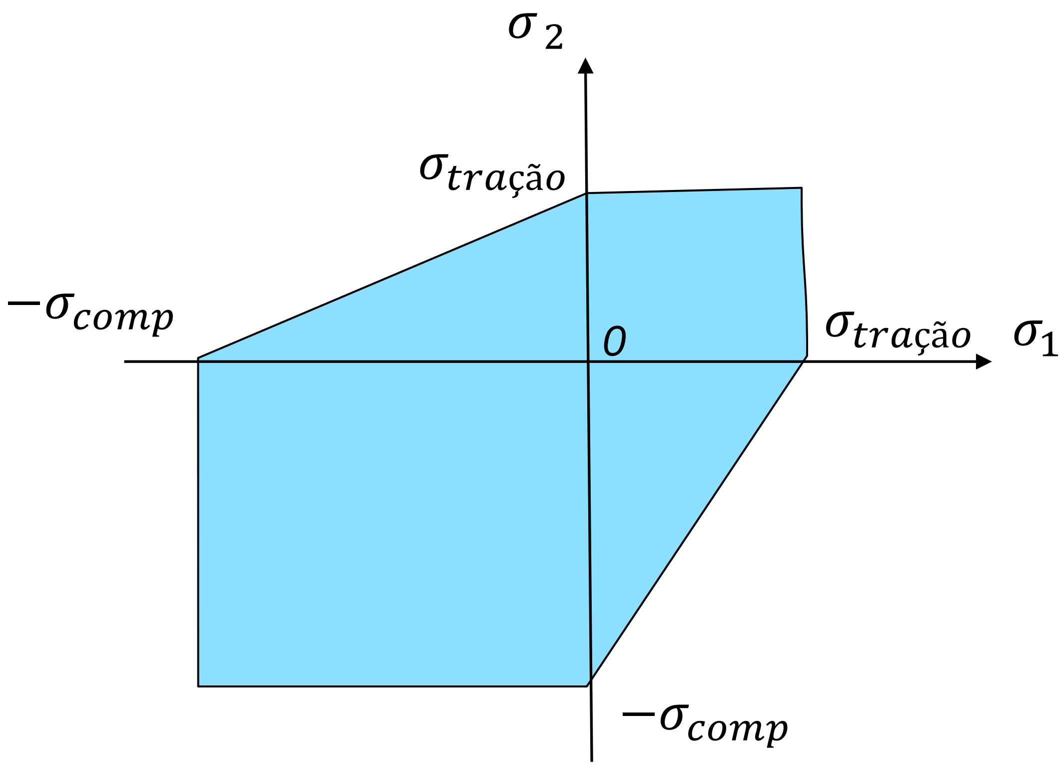


$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{tração}} - \frac{\sigma_2}{\sigma_{comp}} \leq 1$$



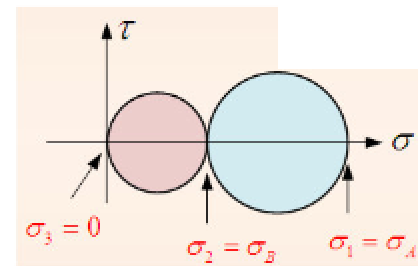
Teoria de Coulomb-Mohr para materiais dúcteis

- Ou teoria do atrito interno

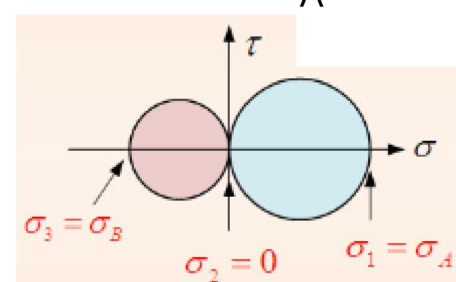


$$\frac{\sigma_1}{\sigma_{tração}} - \frac{\sigma_2}{\sigma_{comp}} \leq 1$$

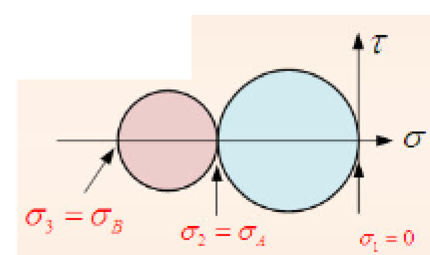
- Caso 1 : $\sigma_A \geq \sigma_B \geq 0$



- Caso 2 : $\sigma_A \geq 0 \geq \sigma_B$

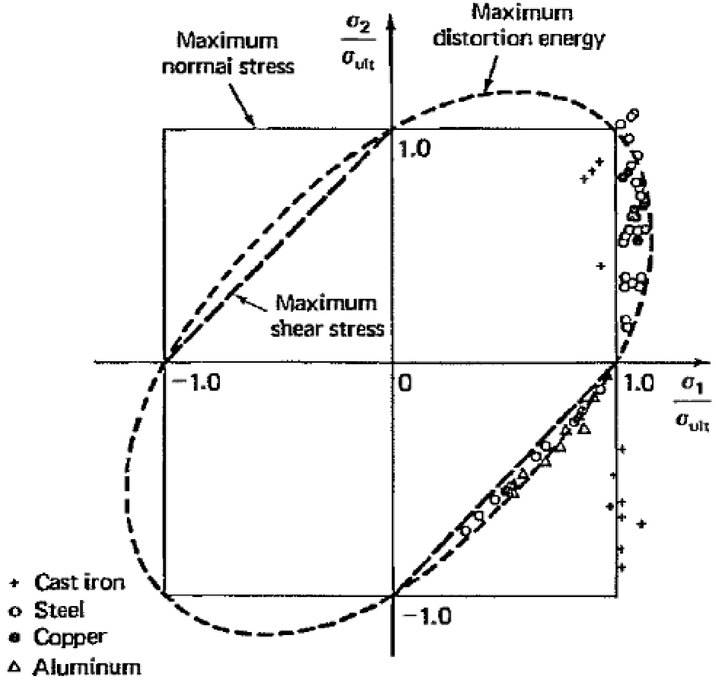


- Caso 3 : $0 \geq \sigma_A \geq \sigma_B$

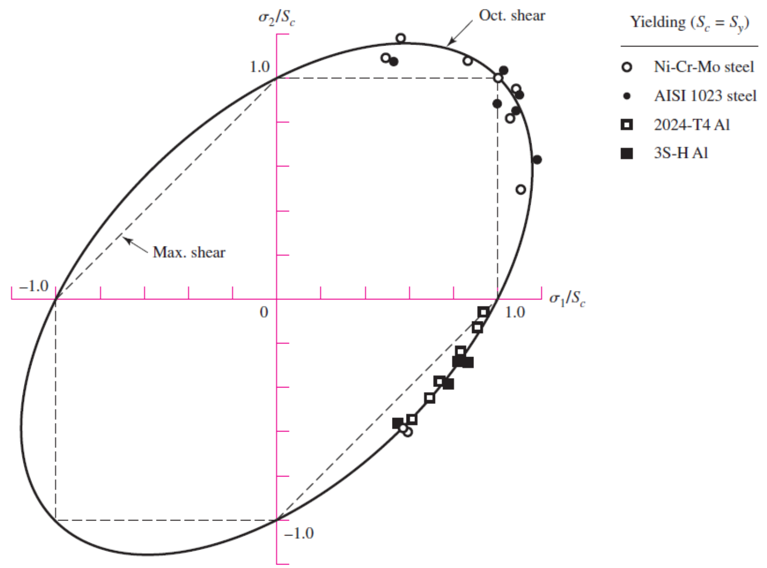


Validade para materiais dúcteis

Dados experimentais sobrepostos as teorias de Tresca e von Misses



Popov, E. P. (Egor Paul)
Engineering mechanics of solids / Egor P. Popov.
p. cm. — (Prentice-Hall international series in civil engineering and engineering mechanics)



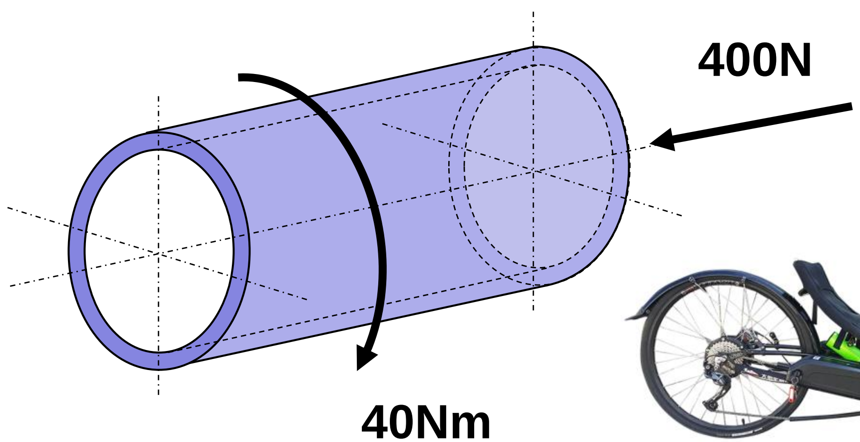
(Shigley, E. Mechanical Engineering Design, 8th Edition, MacGrawHill, 2008)

Exemplo de aplicação

Um eixo para um veículo de propulsão humana é proposto para ser fabricado em tubo de alumínio com tensão de escoamento de 400MPa, e 20mm de diâmetro. Em operação o eixo estará sujeito a um torque de 40Nm e uma força compressiva de 400N. Usando o critério de Tresca determine a espessura mínima de parede necessária ao eixo. Assumir tubo de paredes finas.

$$\sigma = \frac{W}{2\pi r t}$$

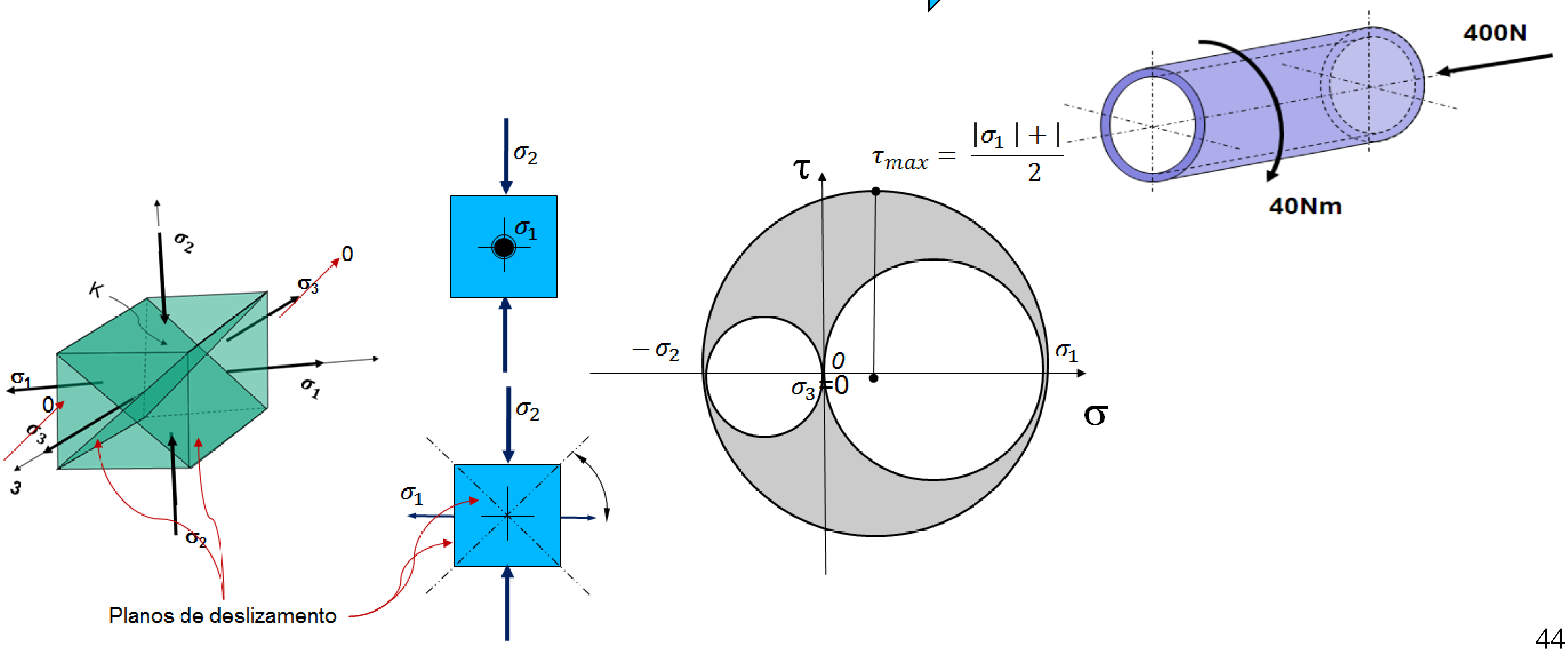
$$\tau = \frac{Q}{2\pi r^2 t}$$



Exemplo de aplicação

Dados: σesc = 400MPa; W=400N; Q= 40Nm; D= 20 mm (r=10 mm), t = espessura

Assumindo tubo de paredes finas ➡ $\sigma 3=0$.



Exemplo de aplicação

Dados: σesc = 400MPa; W=400N; Q= 40Nm; D= 20 mm

(r=10 mm), t = espessura

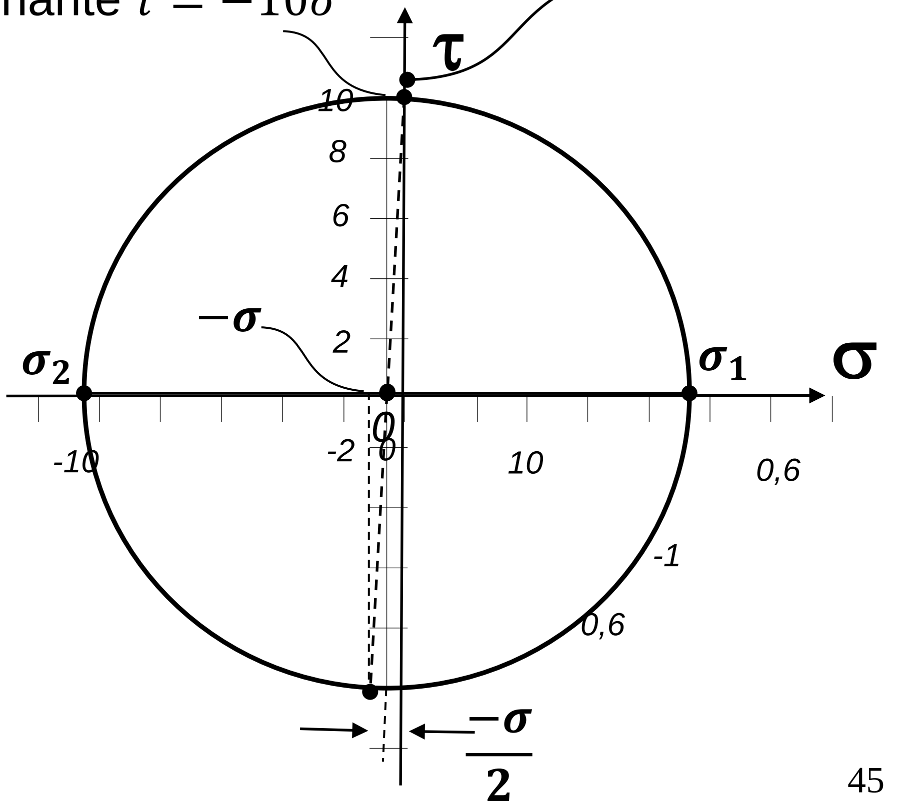
$$\tau_{max} = \pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{W}{2\pi r t}$$

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{Q}{2\pi r^2 t} \Rightarrow \boldsymbol{\tau} = \frac{Q}{2\pi r t r}$$

$$\boldsymbol{\tau} = -10\sigma \qquad \sigma = -0{,}1\tau$$

Tensão dominante $\tau = -10\sigma$



Construindo o circulo de Mohr, temos:

$$\boldsymbol{a} = \left(\frac{-\sigma + 0}{2}\right) = -\frac{\boldsymbol{\sigma}}{\mathbf{2}}$$

Exemplo de aplicação

Dados: σesc = 400MPa; W=400N; Q= 40Nm; D= 20 mm (r=10 mm), t = espessura

$$\tau_{max} = \pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

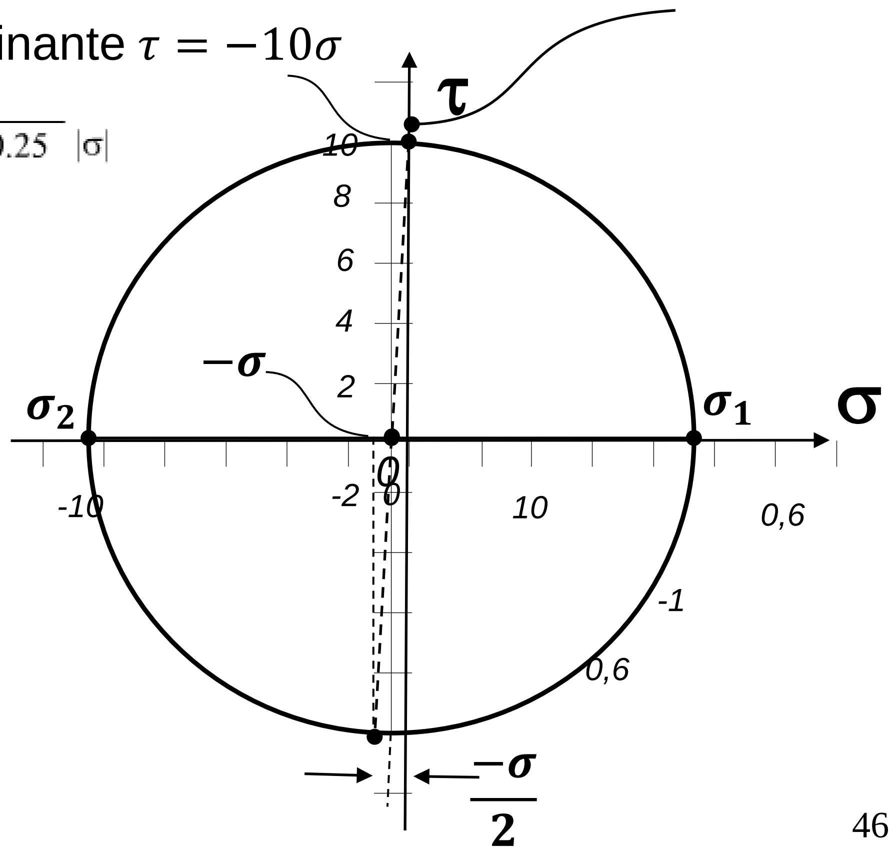
$$\tau_{max} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{100.25}|\sigma|$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{100.25}|\sigma| = \sigma_{esc}$$

$$\sigma = \frac{W}{2\pi rt} \qquad t = \frac{W}{2\pi r|\sigma|} \qquad t = 0{,}32mm$$

Tensão dominante $\tau = -10\sigma$

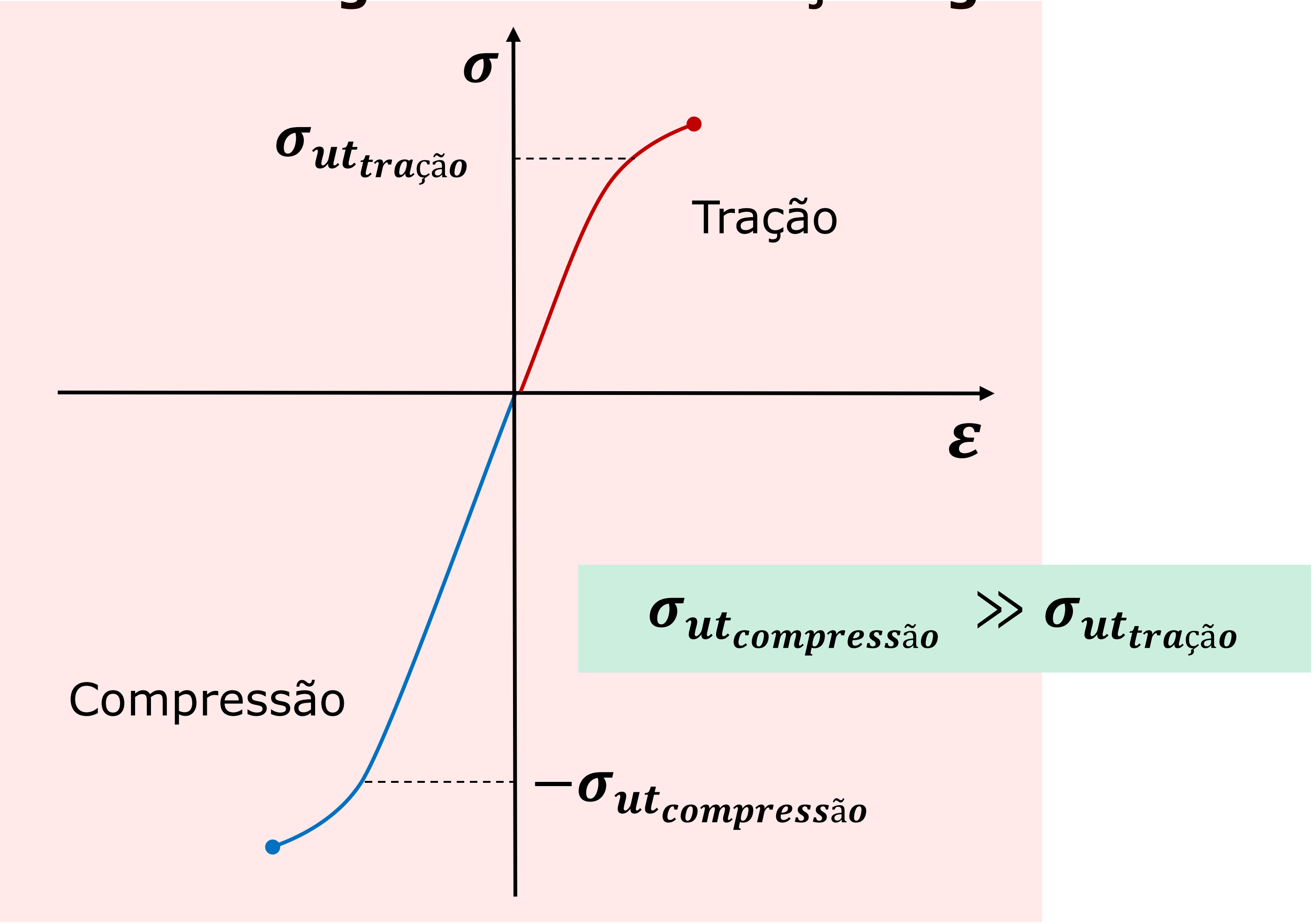
$$\sigma_p = -\frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{100.25}\ |\sigma|$$



Critérios de Falha para Materiais Frágeis

Critérios de escoamento e de fratura

- **Para materiais frágeis – Considerações gerais**

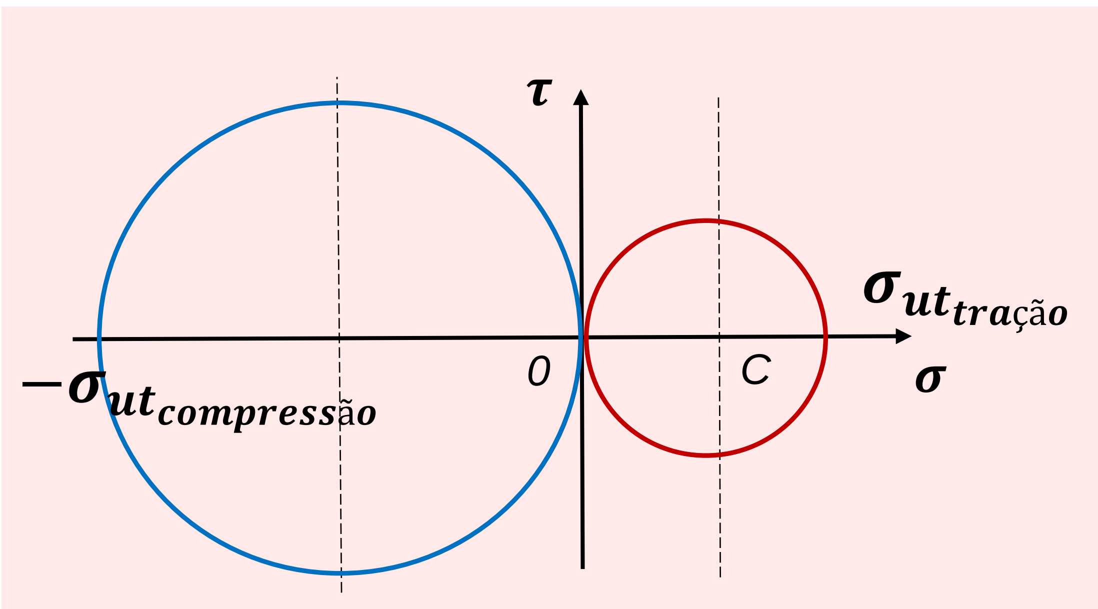


Sobreposição dos resultados dos ensaios de tração e compressão

Critérios de escoamento e de fratura

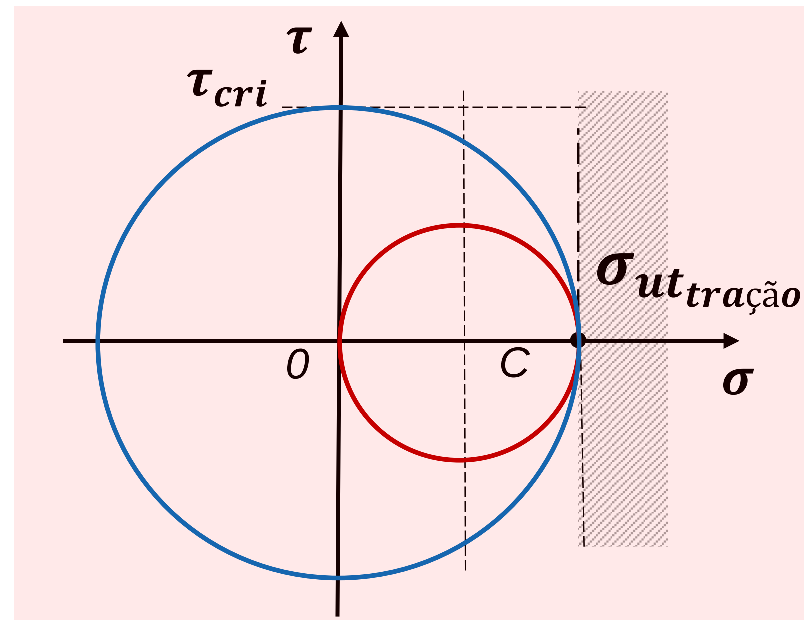
▸ Para materiais frágeis – Considerações gerais

Tensões Normais Críticas



Sobreposição dos círculos de Mohr para tração e compressão

Tensões Cisalhantes Críticas

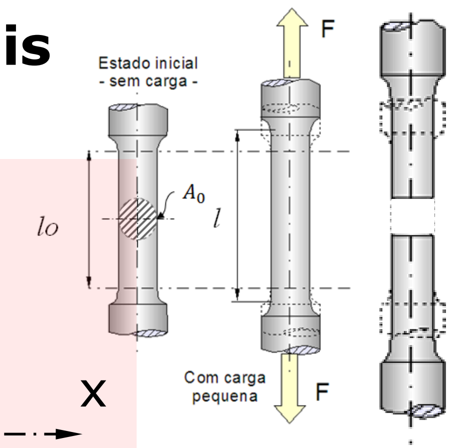


Sobreposição dos círculos de Mohr para ensaios de tração e torção

$$\tau_{cri} \cong \sigma_{ut_{tração}}$$

Critérios de escoamento e de fratura

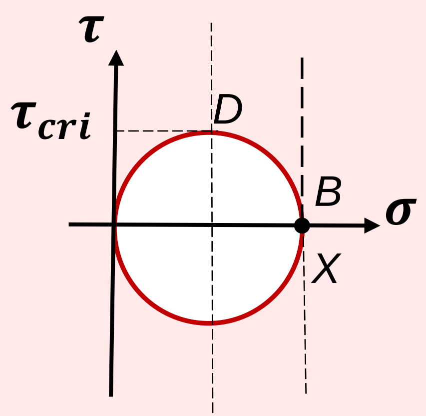
▶ Para materiais frágeis – Considerações gerais

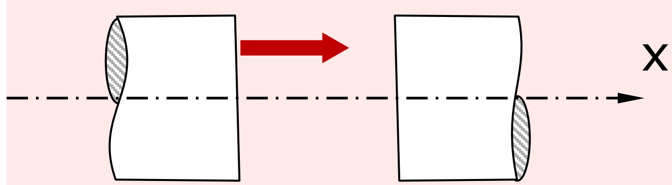


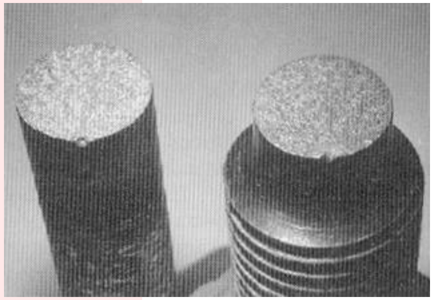
Modos de falha

Tração

- Tensões Normais

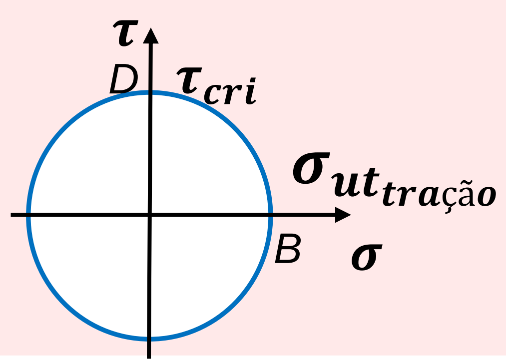


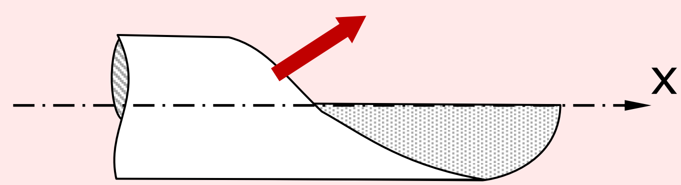




Torção

- Tensões Cisalhantes



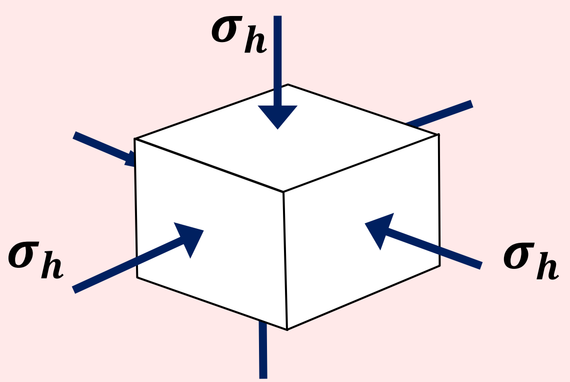


Critérios de escoamento e de fratura

- **Para materiais frágeis – Considerações gerais**

Modos de falha

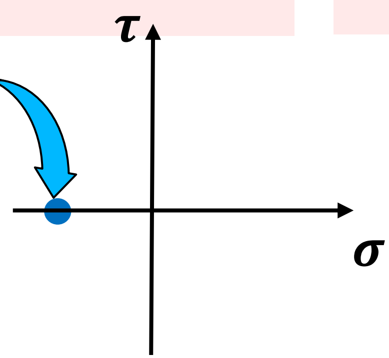
Hidrostática



Teorias de falha

- Máxima tensão normal - *Maximum normal stress*
- Falha frágil Coulumb-Mohr - *Brittle Coulomb-Mohr*
- Mohr modificado - *Modified Mohr*

$$\boldsymbol{\sigma_{ut_{tração}} \cong \sigma_h}$$



Teoria da Máxima Tensão Normal

- A Teoria da Máxima Tensão é a hipótese de falha mais antiga, seu desenvolvimento é atribuído a Rankine
- Segundo a TMTN a falha ou fratura ocorre quando **uma** das três tensões principais excedem tensão equivalente de escoamento, independentemente das outras tensões.
- Novamente nos arranjaremos as tensões principais para o estado geral de tensões de forma que $\sigma 1 \geq \sigma 2 \geq \sigma 3$.
- Esta teoria então prediz eu a falha ocorrerá quando

$$\sigma_1 \geq \sigma_{tração} \quad \text{ou} \quad \sigma_2 \leq -\sigma_{compressão}$$

Teoria da Máxima Tensão Normal

- As tensões principais para o estado plano são dadas por:

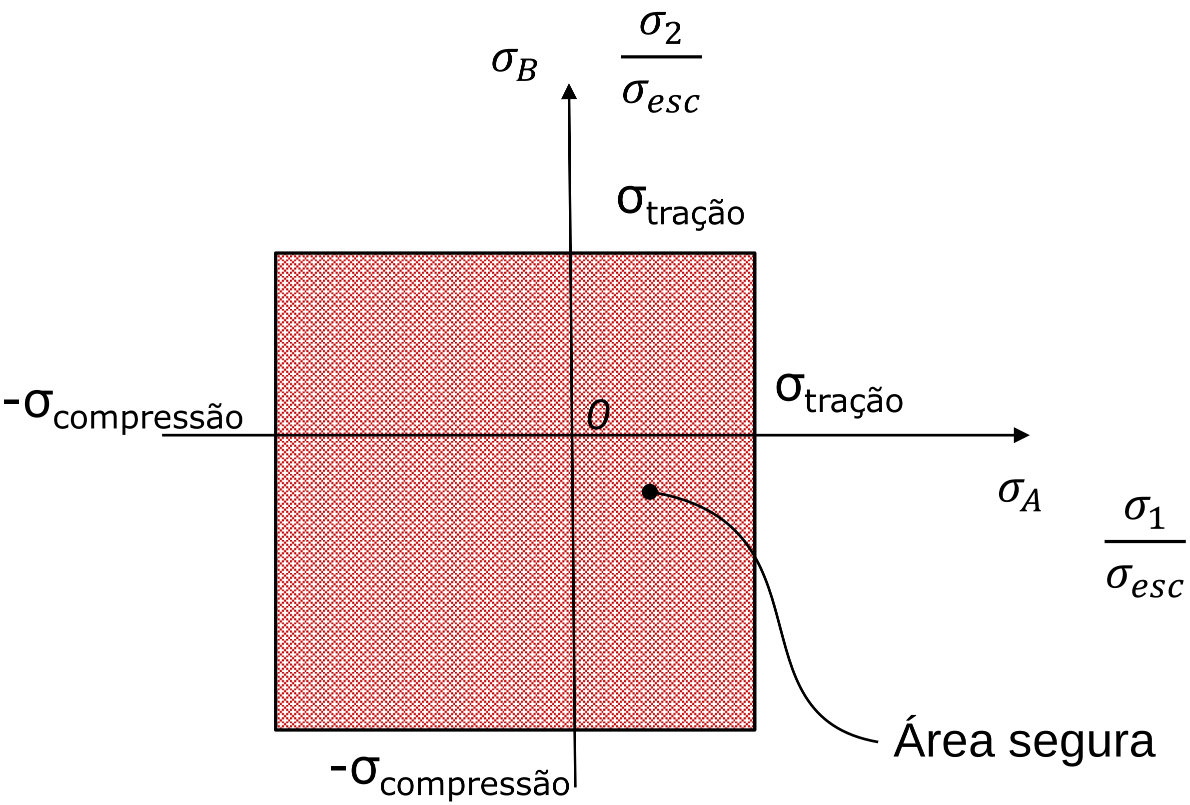
$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

- Com $\sigma_A \geq \sigma_B$, então: $\sigma_1 \geq \sigma_{tração}$ ou $\sigma_2 \leq -\sigma_{compressão}$ pode ser reescrito como:

$\sigma_A \geq \sigma_{tração}$ ou $\sigma_B \leq -\sigma_{compressão}$

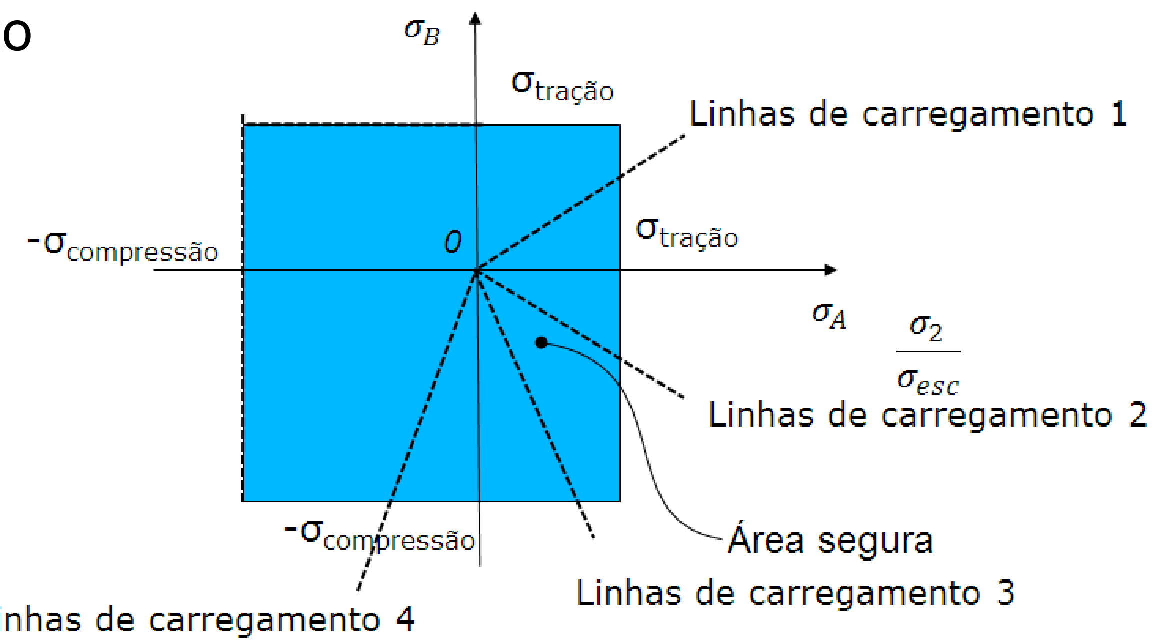
Teoria da Máxima Tensão Normal

- Em termos gráficos:



Teoria da Máxima Tensão Normal

- Linhas de carregamento



$$\sigma_A = \frac{S_{ut}}{n} \qquad \sigma_A \geq \sigma_B \geq 0 \qquad \text{Load line 1}$$

$$\sigma_A \geq 0 \geq \sigma_B \quad \text{and} \quad \left|\frac{\sigma_B}{\sigma_A}\right| \leq \frac{S_{uc}}{S_{ut}} \qquad \text{Load line 2}$$

$$\sigma_B = -\frac{S_{uc}}{n} \qquad \sigma_A \geq 0 \geq \sigma_B \quad \text{and} \quad \left|\frac{\sigma_B}{\sigma_A}\right| > \frac{S_{uc}}{S_{ut}} \qquad \text{Load line 3}$$

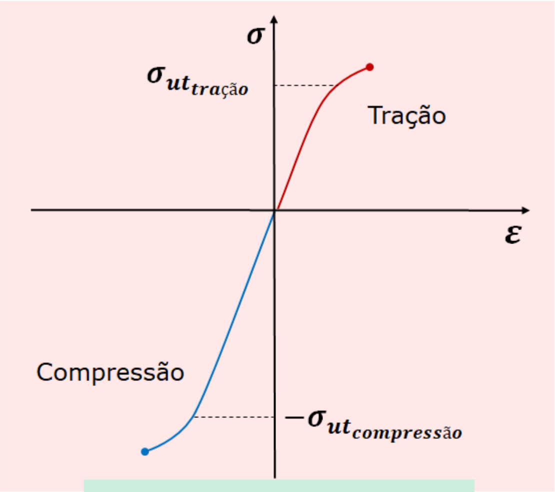
$$0 \geq \sigma_A \geq \sigma_B \qquad \text{Load line 4}$$

Teoria de Mohr Modificada para materiais frágeis

- Esta teoria é derivada do critério de máxima tensão normal, a qual é historicamente a primeira proposta de teoria de falha para materiais frágeis, e é similar a teoria máxima tensão cisalhante.
- Esta considera que as tensões intermediárias principais não participam do processo de falha.
- O conceito de tensão equivalente não se aplica a materiais frágeis pois as tensões de tração e compressão diferem muito.

Teoria de Mohr Modificada para materiais frágeis

- Um material frágil com tensão equivalente de tração de 250MPa tem uma tendência de falha muito maior do que um com 250MPa de resistência a compressão.
- Assim um fator de segurança deve ser obtido diretamente das tensões principais.
- O fator de segurança pode ser obtido graficamente ou analiticamente



$\sigma_{ut_{compressão}} \gg \sigma_{ut_{tração}}$

Teoria de Mohr Modificada para materiais frágeis

- O critério de falha ocorre quando:

$$\sigma_A = \frac{S_{ut}}{n} \qquad \sigma_A \geq \sigma_B \geq 0$$

$$\sigma_A \geq 0 \geq \sigma_B \quad \text{and} \quad \left|\frac{\sigma_B}{\sigma_A}\right| \leq 1$$

$$\frac{(S_{uc} - S_{ut})\,\sigma_A}{S_{uc}S_{ut}} - \frac{\sigma_B}{S_{uc}} = \frac{1}{n} \qquad \sigma_A \geq 0 \geq \sigma_B \quad \text{and} \quad \left|\frac{\sigma_B}{\sigma_A}\right| > 1$$

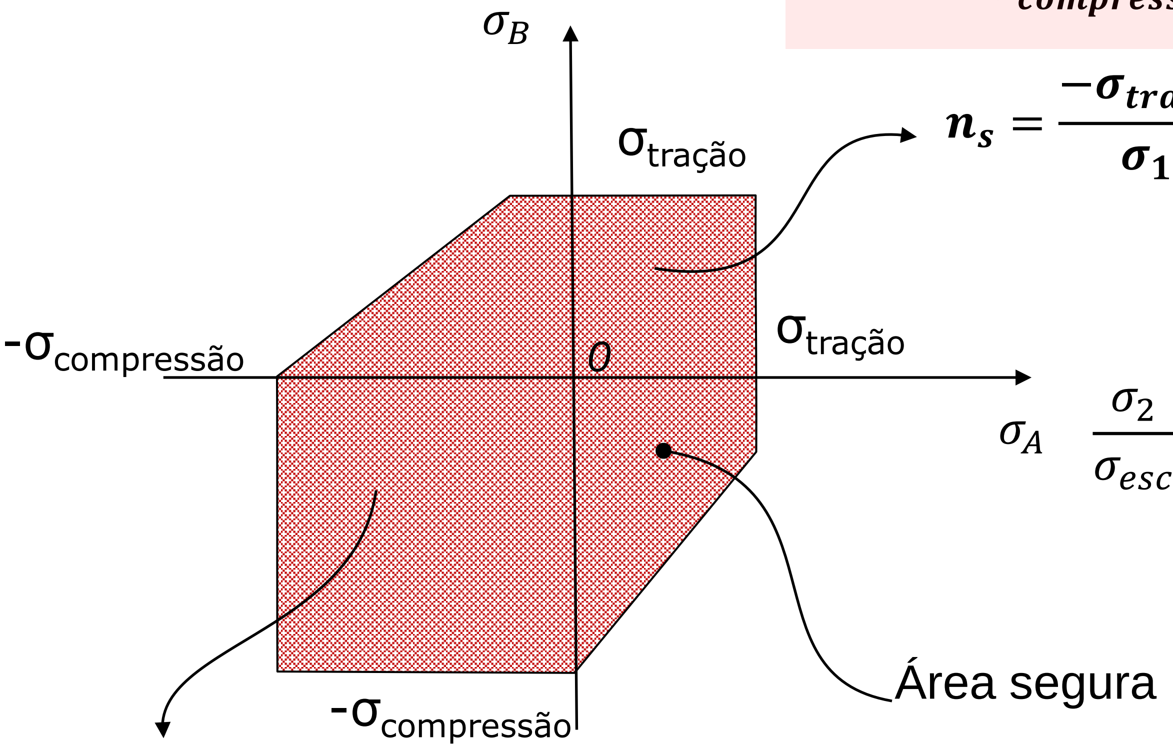
$$\sigma_B = -\frac{S_{uc}}{n} \qquad 0 \geq \sigma_A \geq \sigma_B$$

Teoria de Mohr Modificada para materiais frágeis

- Em termos gráficos para :

$$\sigma_1 > 0 \; e \; \sigma_2 < 0$$

$$\sigma_1 = -\frac{\sigma_{tração}\sigma_2}{\sigma_{compressão} - \sigma_{tração}} = \frac{1}{n_s}\frac{\sigma_{compressão}\sigma_{tração}}{\sigma_{compressão} - \sigma_{tração}}$$



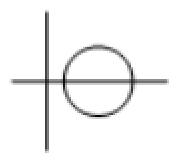
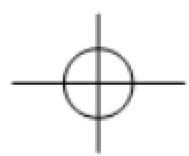
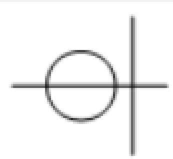
$$n_s = \frac{-\sigma_{tração}}{\sigma_1}$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_{esc}}$$

$$n_s = \frac{-\sigma_{compressão}}{\sigma_2}$$

Teoria de Coulumb-Mohr para materiais frágeis

- Também denominada de teoria do atrito interno
- É uma modificação da teoria da máxima tensão normal
- É a teoria de falha preferida para análise de materiais frágeis

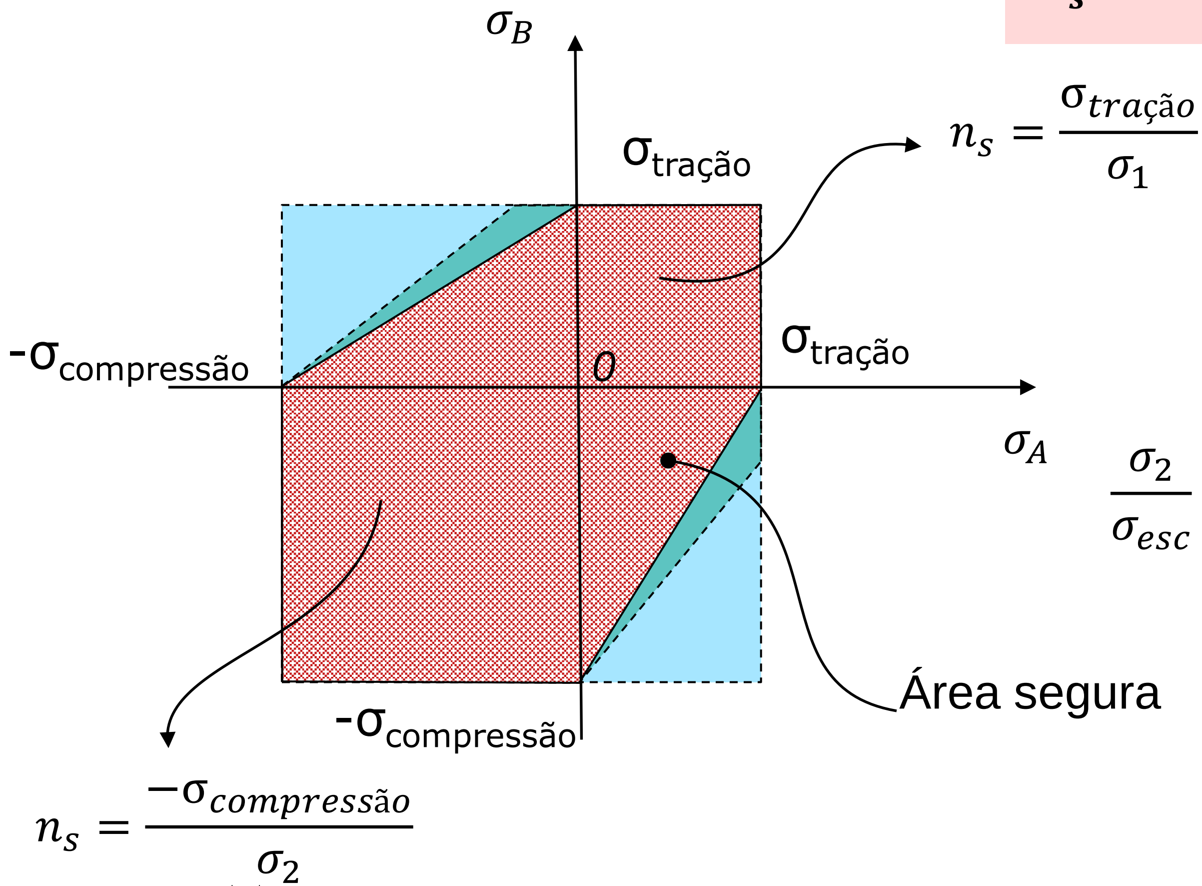
Stress Region	Mohr's Circle	Failure	Factor of Safety
$\sigma_{A,B} > 0$		$\sigma_A \geq S_{ut}$	$\eta = \dfrac{S_{ut}}{\sigma_1}$
$\sigma_A > 0$, $\sigma_B < 0$		$\dfrac{\sigma_A}{S_{ut}} - \dfrac{\sigma_B}{S_{uc}} \geq 1$	$\dfrac{1}{\eta} = \dfrac{\sigma_A}{S_{ut}} - \dfrac{\sigma_B}{S_{uc}}$
$\sigma_{A,B} \leq 0$		$\lvert\sigma_B\rvert \geq S_{uc}$	$\eta = \dfrac{S_{uc}}{\lvert\sigma_B\rvert}$

Teoria de Coulumb-Mohr para materiais frágeis

- Em termos gráficos para :

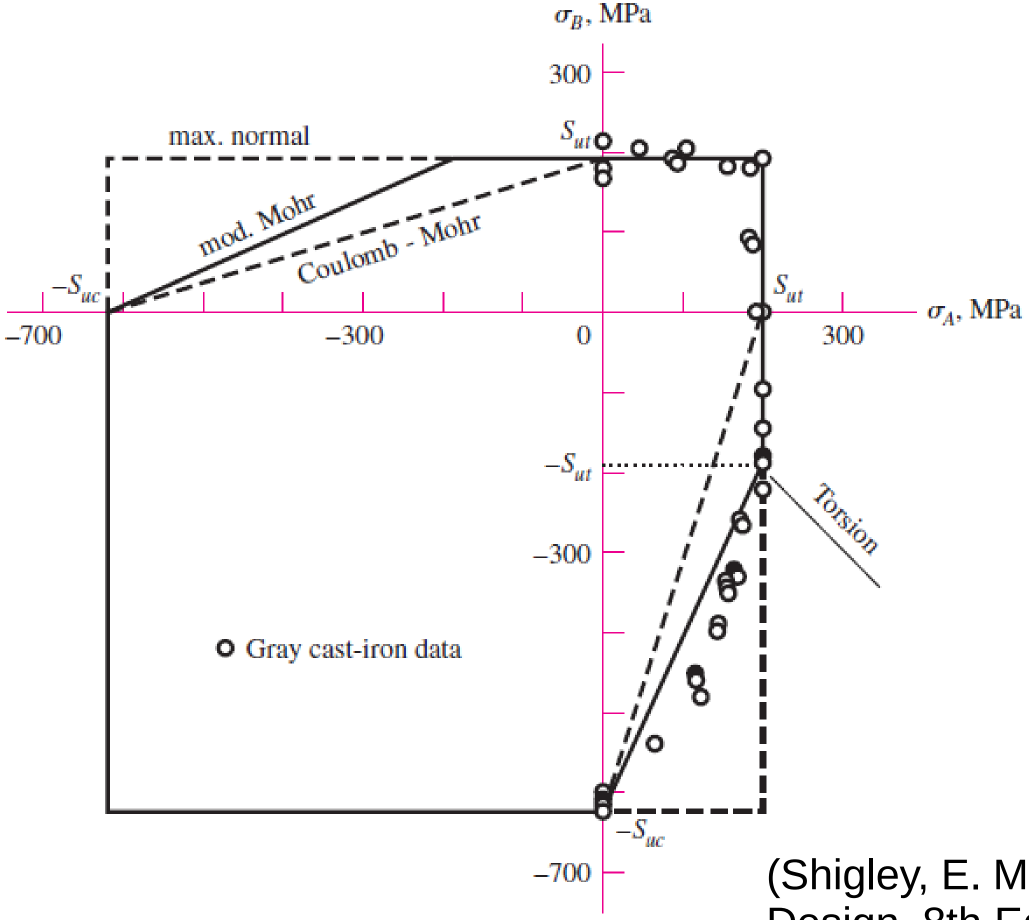
$$\sigma_1 > 0 \; e \; \sigma_2 < 0$$

$$\frac{1}{n_s} = -\frac{\sigma_1}{\sigma_{tração}} - \frac{\sigma_2}{\sigma_{compressão}}$$



Comparação

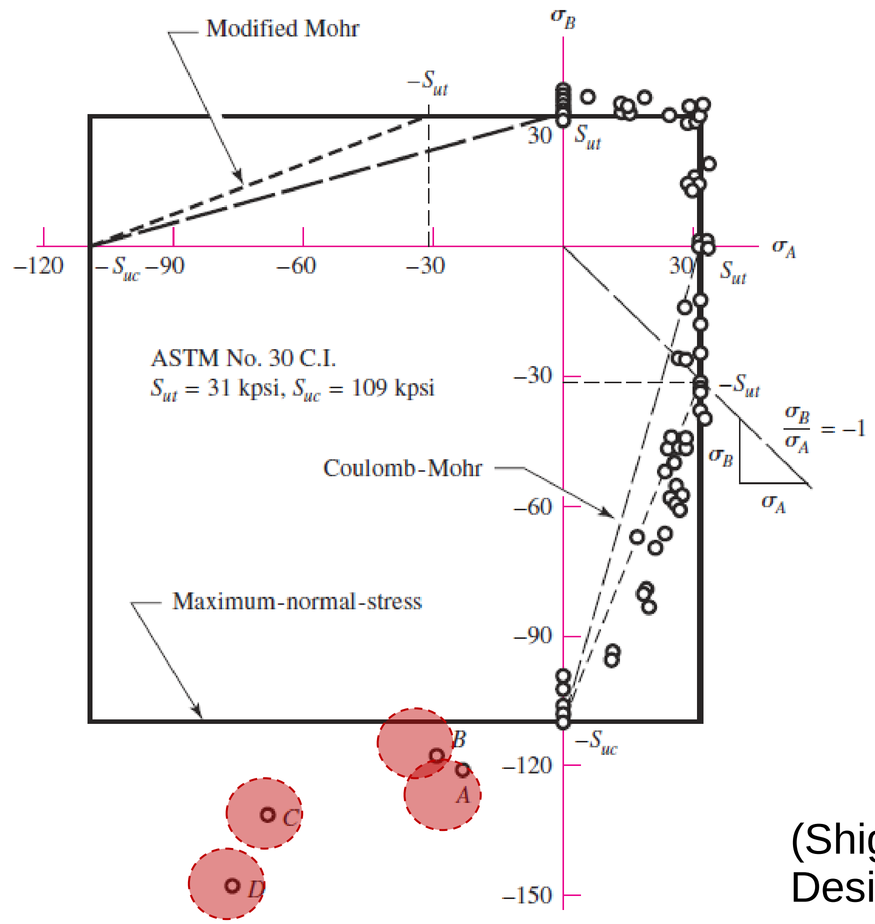
- Plotagem dos dados para fratura biaxial para ferro-fundido cinzento considerando diferentes critérios de falha



(Shigley, E. Mechanical Engineering Design, 8th Edition, MacGrawHill, 2008)

Comparação

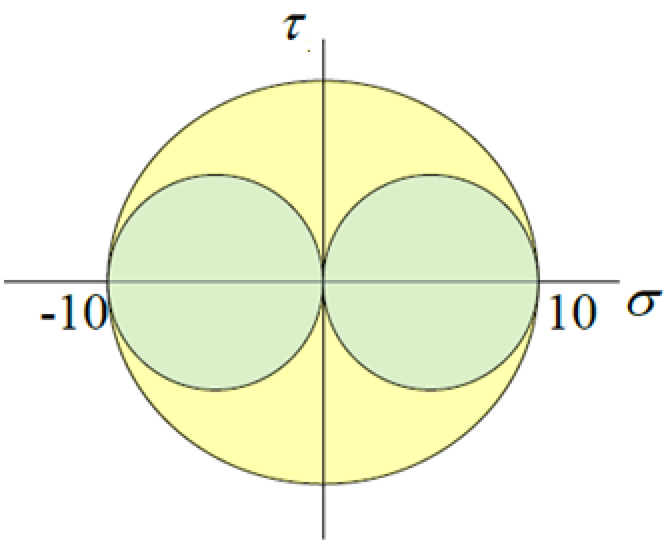
- Plotagem dos dados para fratura biaxial para ferro-fundido considerando três critérios de falha para materiais frágeis. Note os pontos A, B, C e D.



(Shigley, E. Mechanical Engineering Design, 8th Edition, MacGrawHill, 2008)

Exemplo

- Determine os fatores de segurança para os seguintes materiais:
  - Alumínio puro: σ_{esc} = 30MPa, σ_x=10MPa, σ_y=-10MPa e τ_{xy} = 0MPa



Teoria da Máxima Tensão Cisalhante

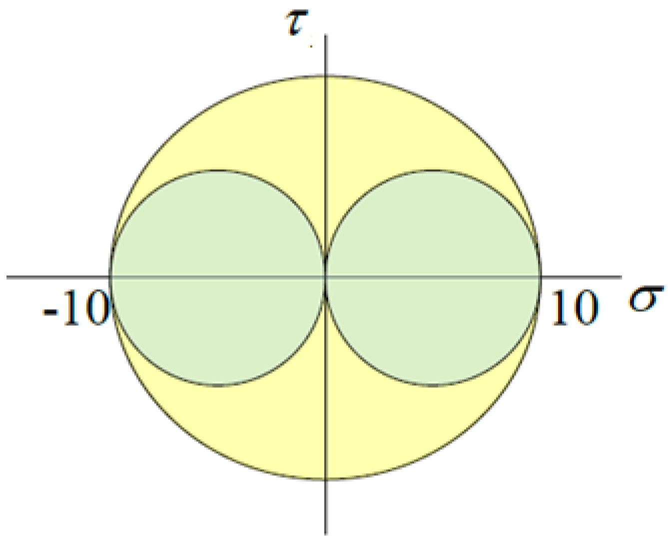
$$\boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{max}} = \boldsymbol{\tau}_{cri} = \pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^{\mathbf{2}} + \tau_{xy}^{\mathbf{2}}}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{max}} = \boldsymbol{\tau}_{cri} = \pm\sqrt{\left(\frac{10 - -10}{2}\right)^{\mathbf{2}} + 0^{\mathbf{2}}}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{\boldsymbol{max}} = \boldsymbol{\tau}_{cri} = 10MPa$$

Exemplo

- Determine os fatores de segurança para os seguintes materiais:
  - Alumínio puro: σ_{esc} = 30MPa, σ_x=10MPa, σ_y=-10MPa e τ_{xy} = 0MPa

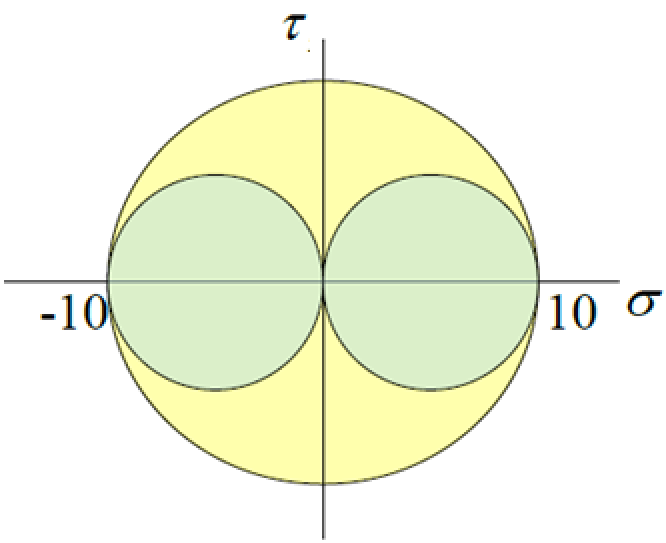


Teoria da Máxima Tensão Cisalhante

$$\boldsymbol{n = \frac{\sigma_{esc}}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{30}{10-(-10)} = 1.5}$$

Exemplo

- Determine os fatores de segurança para os seguintes materiais:
  - Alumínio puro: σ_{esc} = 30MPa, σ_x=10MPa, σ_y=-10MPa e τ_{xy} = 0MPa



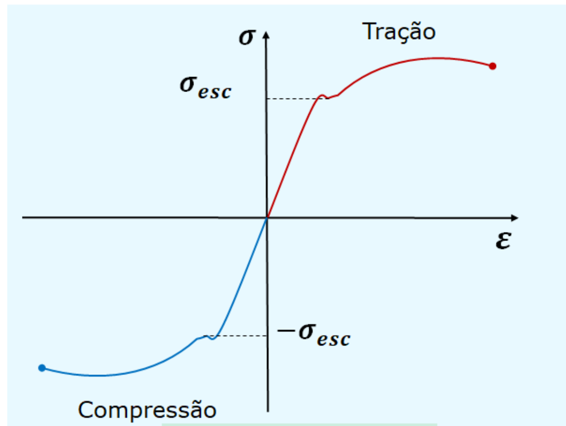
Teoria da Máxima Energia de Distorção

$$\boldsymbol{\sigma_{vm}} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x^2\sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2} = \sqrt{300} = 17{,}3Mpa$$

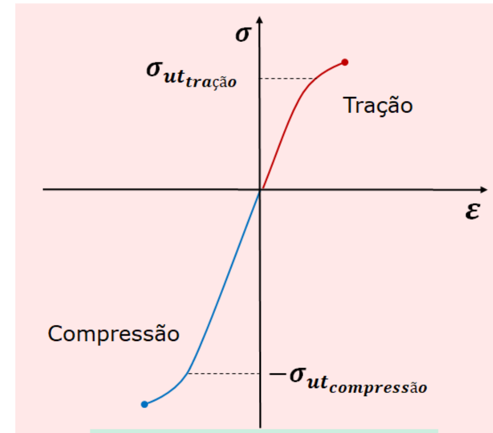
$$\boldsymbol{n = \frac{\sigma_{esc}}{\sigma_{vm}} = \frac{30}{17{,}3} = 1.7}$$

	Materiais Dúcteis	**Materiais Frágeis**

Sobreposição dos resultados dos ensaios de tração e compressão

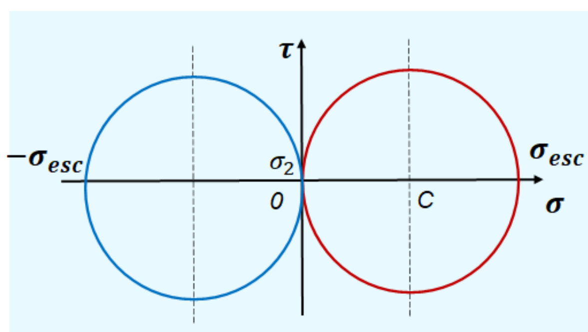


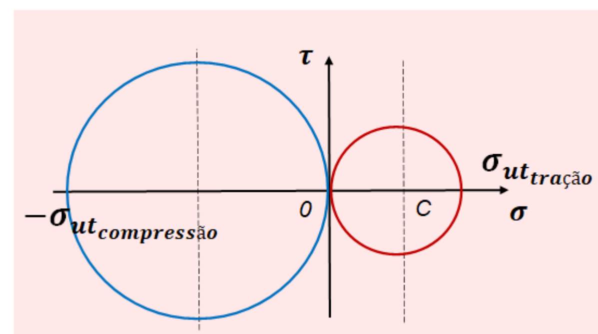
$$\sigma_{esc} \cong -\sigma_{esc}$$



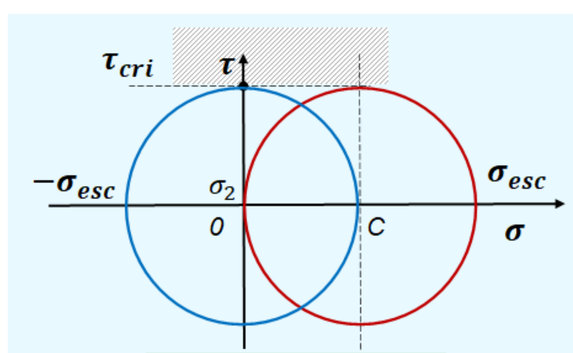
$$\sigma_{ut_{compressão}} \gg \sigma_{ut_{tração}}$$

Sobreposição dos círculos de Mohr para tração e compressão

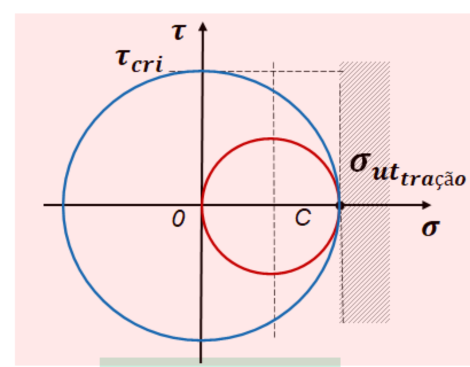




Sobreposição dos círculos de Mohr para ensaios de tração e torção



$$0{,}5 < \frac{\tau_{cri}}{\sigma_{esc}} < 0{,}6$$

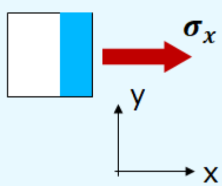


$$\tau_{cri} \cong \sigma_{ut_{tração}}$$

Materiais Dúcteis

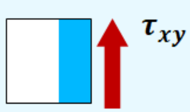
Tração

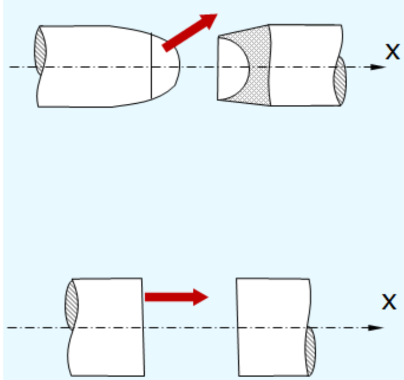
➢ Tensões Normais



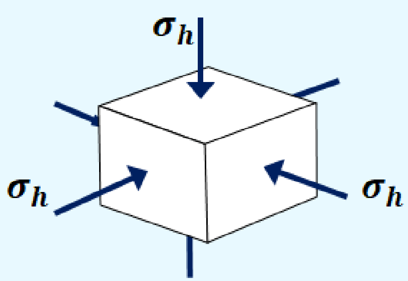
Torção

➢ Tensões Cisalhantes



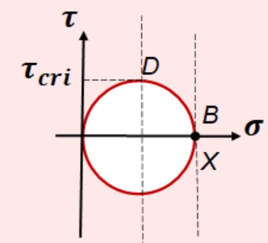


Hidrostática



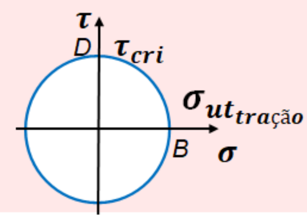
$$\sigma_{esc} \gg \sigma_h$$

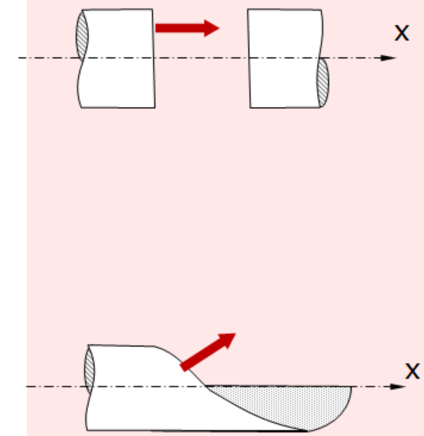
Materiais Frágeis



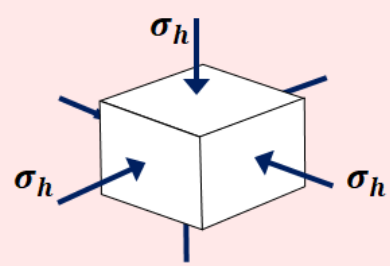
Torção

➢ Tensões Cisalhantes

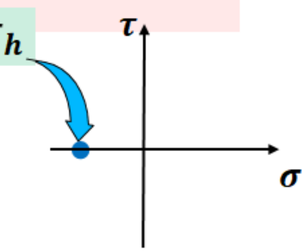




Hidrostática



$$\sigma_{ut_{tração}} \cong \sigma_h$$



Teorias de falha -> Dúcteis

- Máxima tensão cisalhante - *Maximum shear stress*
- Máxima energia de distorção - *Maximum distortion energy*
- Teoria Coulomb-Mohr para materiais dúcties

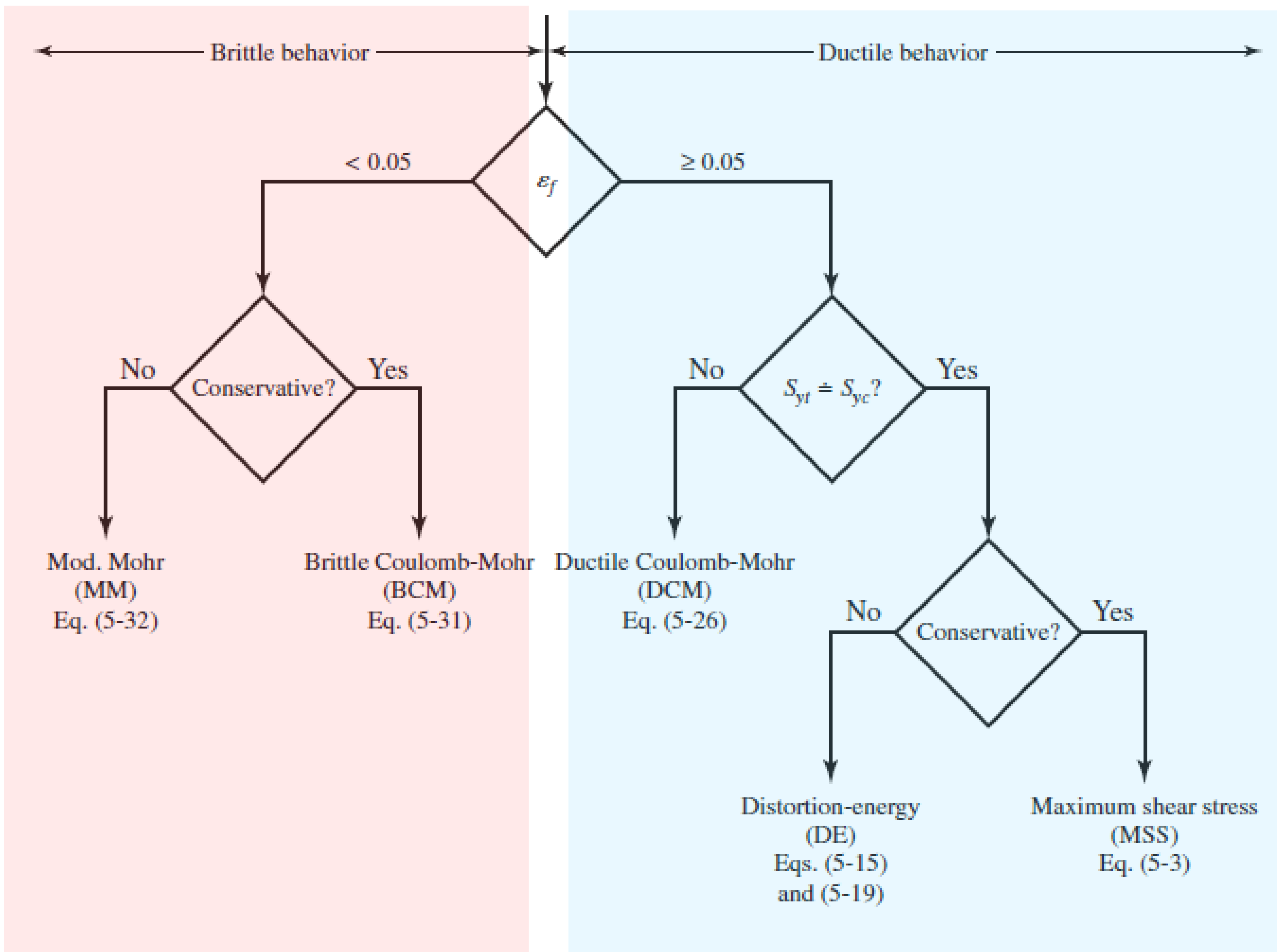
Teorias de falha -> Frágeis

- Máxima tensão normal - *Maximum normal stress*
- Falha frágil Coulumb-Mohr - *Brittle Coulomb-Mohr*
- Mohr modificado - *Modified Mohr*

Fluxograma para seleção da teoria de falha

Figure 5–21

Failure theory selection flowchart.



(Shigley, E. Mechanical Engineering Design, 8th Edition, MacGrawHill, 2008)

FIM DA AULA