



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Introdução aos Elementos de Máquinas

PMR 3320 - A02

**Composição de tensões, relação entre
tensões e deformações
e Círculo de Mohr**

2023.2



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PMR 3320 - Cronograma de aulas 2023.2

Aula 01	07.08.2022	Introdução, Modelagem, carregamento e equilíbrio
Aula 02	14.08.2022	Estado plano de tensões – Círculo de Mohr
Aula 03	21.08.2022	Teorias de falha
Aula 04	28.08.2022	Falha por fadiga
---	04.09.2022	Recesso (Semana da Pátria)
Aula 05	11.09.2022	Avaliação 1 – Aulas 01 a 04
Aula 06	18.09.2022	Fixação cubo eixo, pinos e rebites
Aula 07	25.09.2022	Dimensionamento Eixos
Aula 08	02.10.2022	Elementos de fixação – parafusos e fusos
Aula 09	09.10.2022	Elementos de transmissão - correias e correntes
Aula 10	16.10.2022	Avaliação 2 – Aulas 06 a 09
Aula 11	23.10.2022	Elementos de transmissão – introdução as engrenagens
Aula 12	30.10.2022	Elementos de transmissão – engrenagens, roteiro AGMA
Aula 13	06.11.2022	Mancais de escorregamento e a filme fluido
Aula 14	13.11.2022	Mancais de elementos rolantes
---	20.11.2022	Feriado – Consciência negra
Aula 15	27.11.2022	Avaliação 3 – Aulas 11 a 14
Aula 16	04.12.2022	Guias, Molas e acoplamentos
Aula 17	11.12.2022	Avaliação substitutiva
Aula 18	18.12.2022	



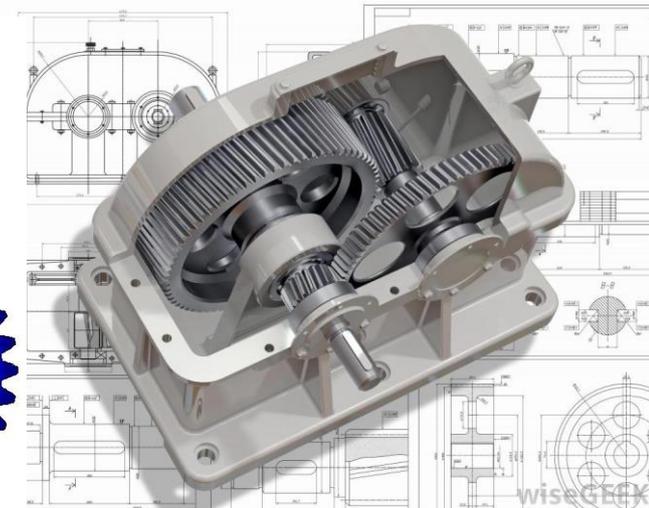
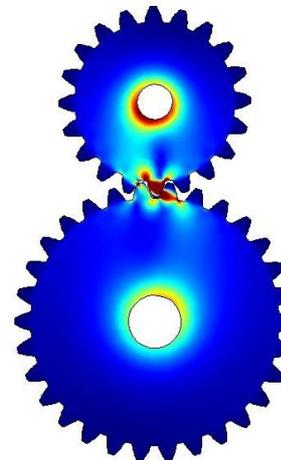
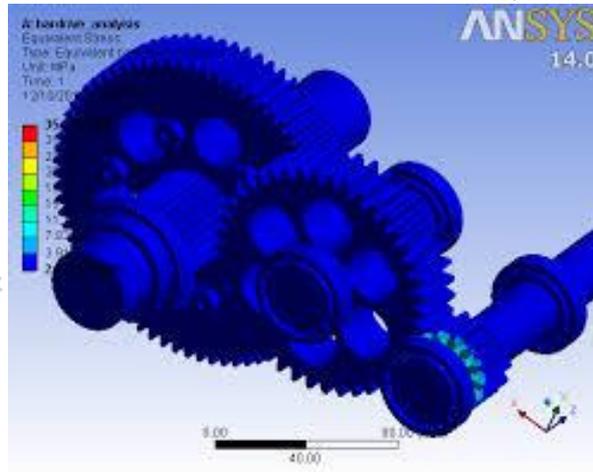
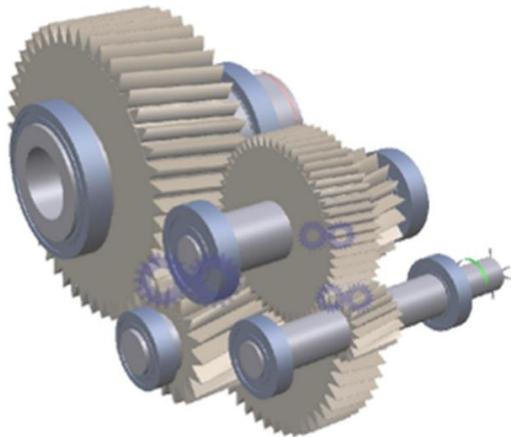
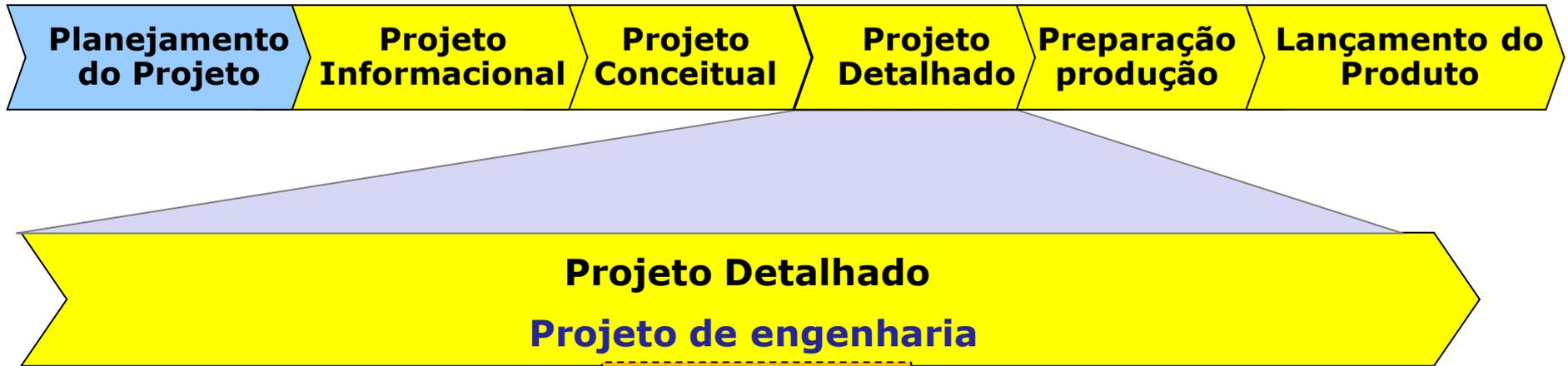


Tópicos

- ▶ Estado de tensão geral sobre um elemento
- ▶ Equações gerais para a tensão normal e cisalhante
- ▶ Tensões principais
- ▶ Transformações de tensões
- ▶ Círculo de Mohr
- ▶ Construção do círculo de Mohr
- ▶ Círculo de Mohr para o estado geral de Tensões
- ▶ Círculo de deformação de Mohr
- ▶ Relações adicionais entre tensão e deformação



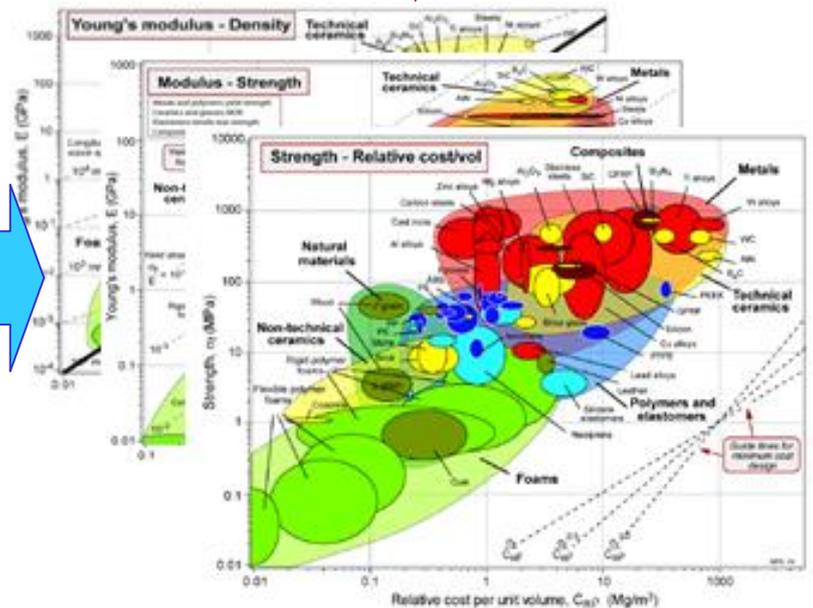
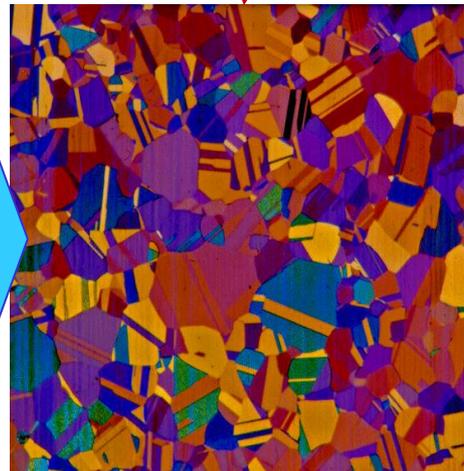
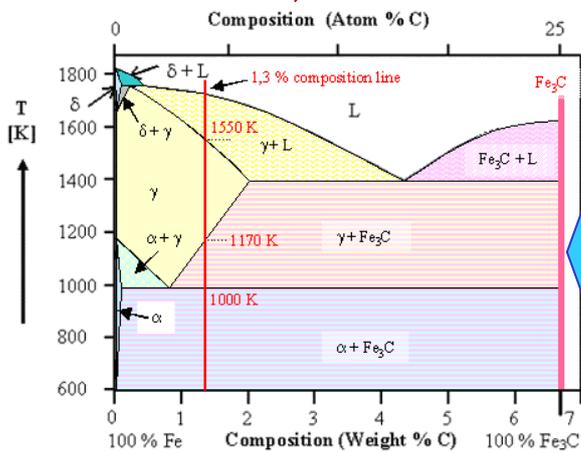
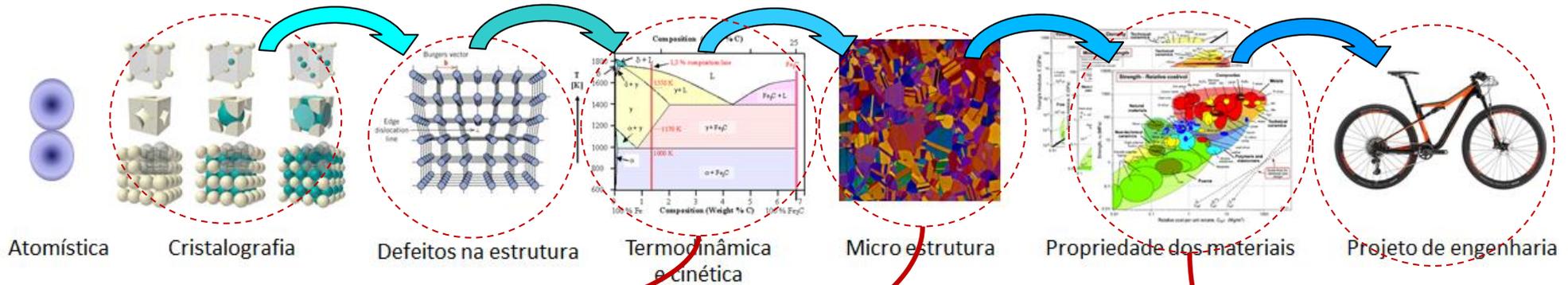
Fases do Projeto





Introdução

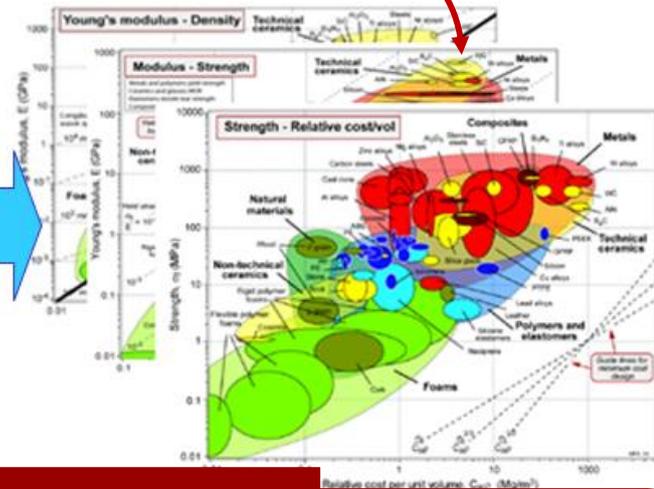
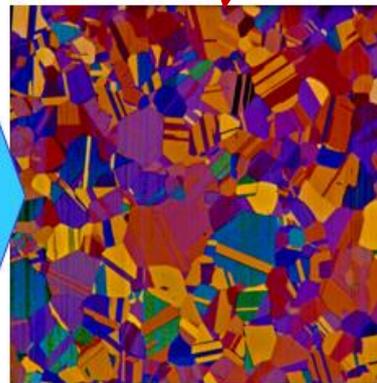
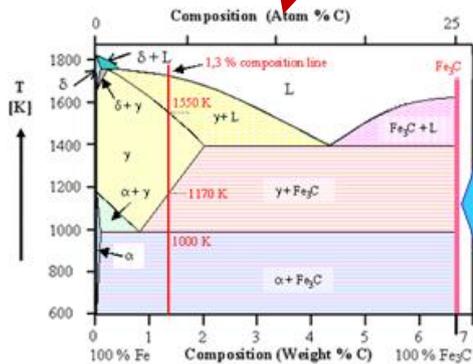
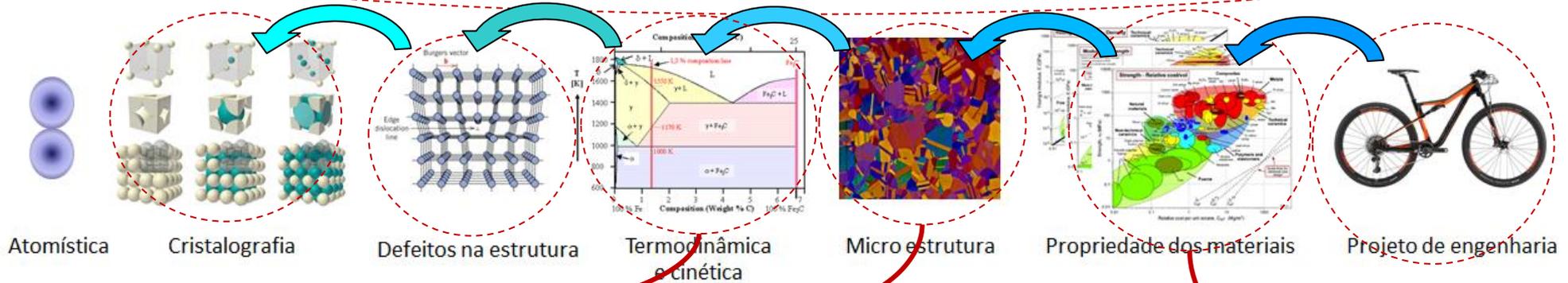
Abordagem orientada pela ciência





Introdução

Abordagem orientada pelo projeto



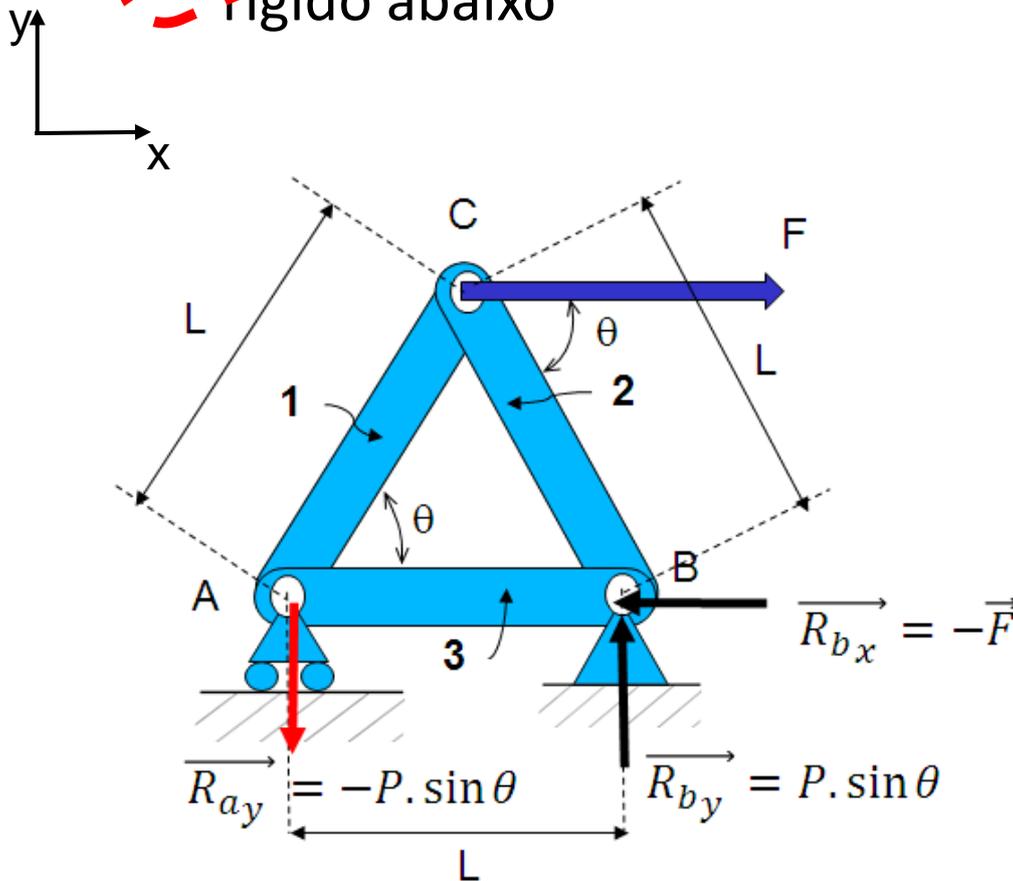
Comportamento dos materiais



RELEMBRANDO!

Estado de tensão geral sobre um elemento

- Desenvolvendo as equações de equilíbrio estático para o corpo rígido abaixo



$$\sum \vec{F}_x = 0 \quad \vec{F} + \vec{R}_{bx} = 0$$

$$\vec{R}_{bx} = -\vec{F}$$

$$\sum \vec{F}_y = 0 \quad \vec{R}_{ay} + \vec{R}_{by} = 0$$

$$\vec{R}_{ay} = -P \cdot \sin \theta$$

$$\vec{R}_{by} = P \cdot \sin \theta$$

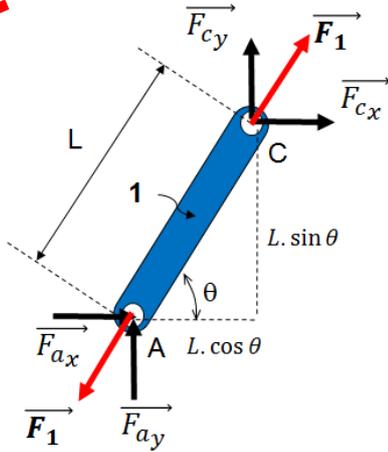
$$\sum \vec{M}_A = 0 \quad \vec{R}_{by} \cdot L + \vec{F} \cdot \sqrt{\left(\frac{3}{4}L^2\right)} = 0$$

$$\vec{R}_{by} \cdot L + \vec{F} \cdot (L \cdot \sin \theta) = 0$$



RELEBRANDO!

Resultantes Internas Análise individual dos esforços

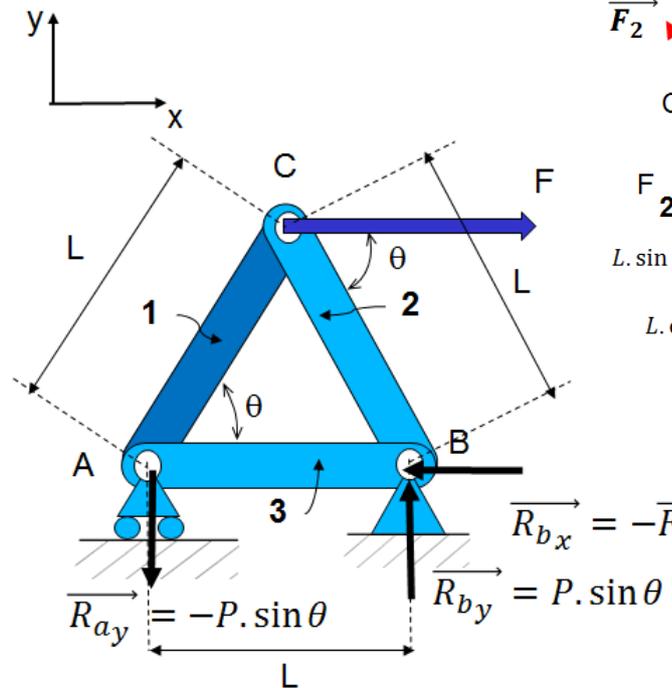


$$\sum \vec{F}_x = 0 \quad \vec{F}_{cx} + \vec{F}_{ax} = 0$$

$$\sum \vec{F}_y = 0 \quad \vec{F}_{cy} + \vec{F}_{ay} = 0$$

$$\sum \vec{M}_B = 0$$

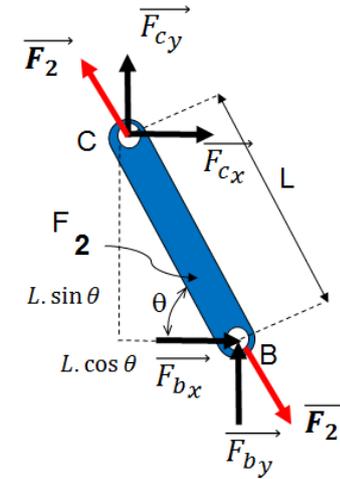
$$-\vec{F}_{cy} \cdot L \cdot \cos \theta + \vec{F}_{cx} \cdot \sin \theta = 0$$



$$R_{bx} = -\vec{F}$$

$$R_{by} = P \cdot \sin \theta$$

$$R_{ay} = -P \cdot \sin \theta$$

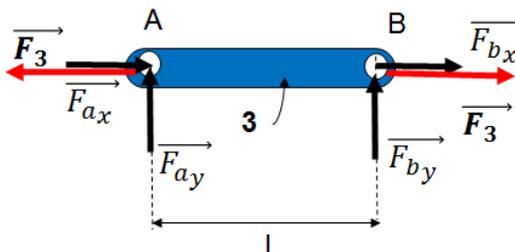


$$\sum \vec{F}_x = 0 \quad \vec{F}_{cx} + \vec{F}_{bx} = 0$$

$$\sum \vec{F}_y = 0 \quad \vec{F}_{cy} + \vec{F}_{by} = 0$$

$$\sum \vec{M}_B = 0$$

$$\vec{F}_{cy} \cdot L \cdot \cos \theta + \vec{F}_{cx} \cdot \sin \theta = 0$$



$$\sum \vec{F}_x = 0 \quad \vec{F}_{cx} + \vec{F}_{ax} = 0$$

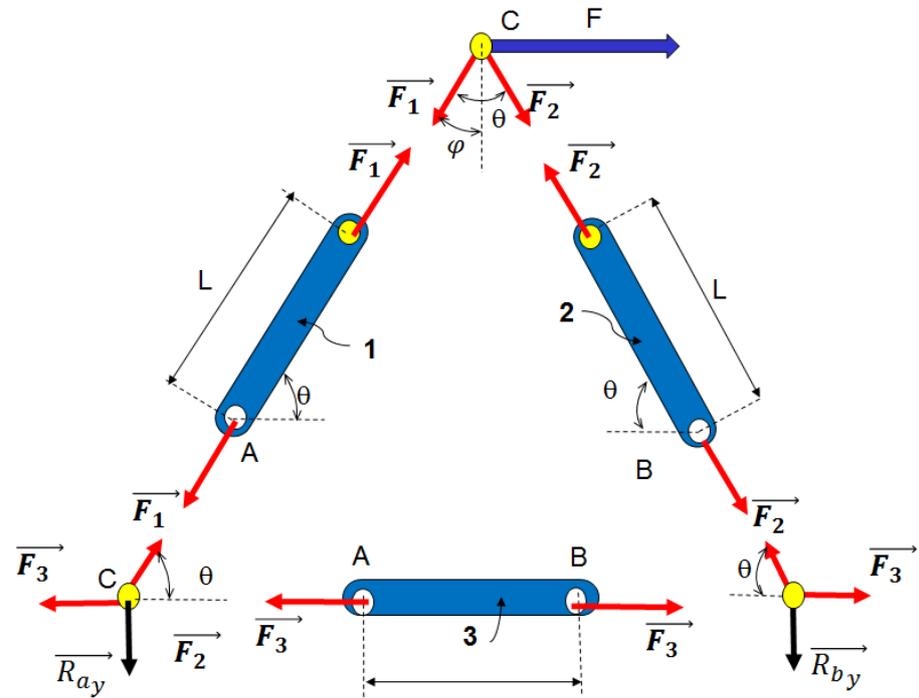
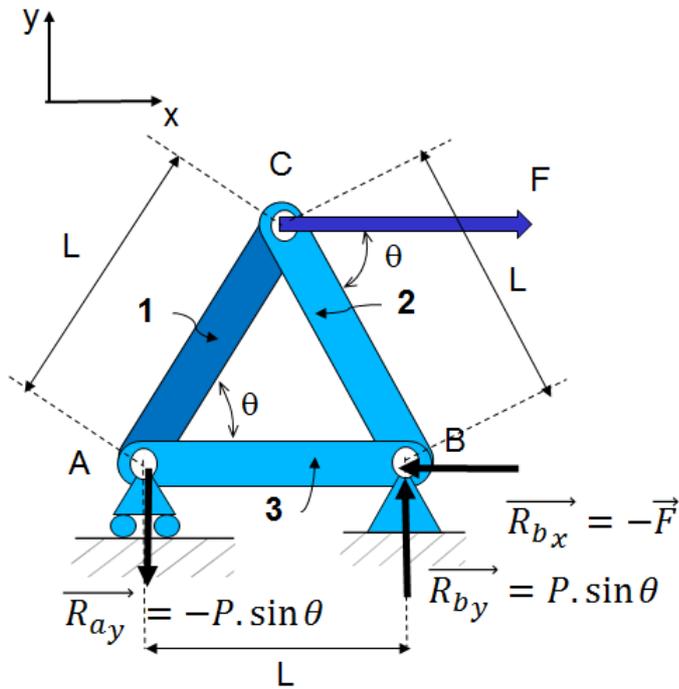
$$\sum \vec{F}_y = 0 \quad \vec{F}_{cy} + \vec{F}_{ay} = 0$$

$$\sum \vec{M}_A = 0 \quad -\vec{F}_{by} \cdot L = 0$$



RELEBRANDO!

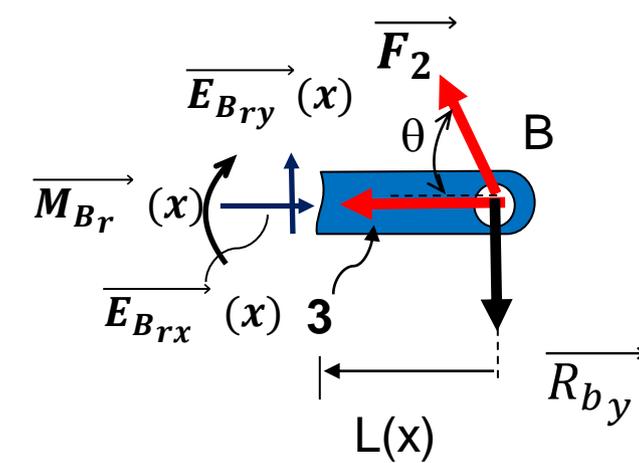
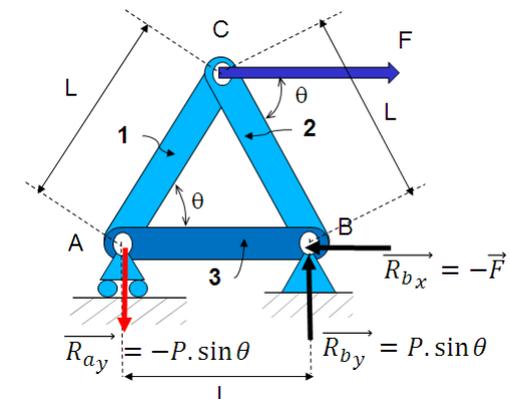
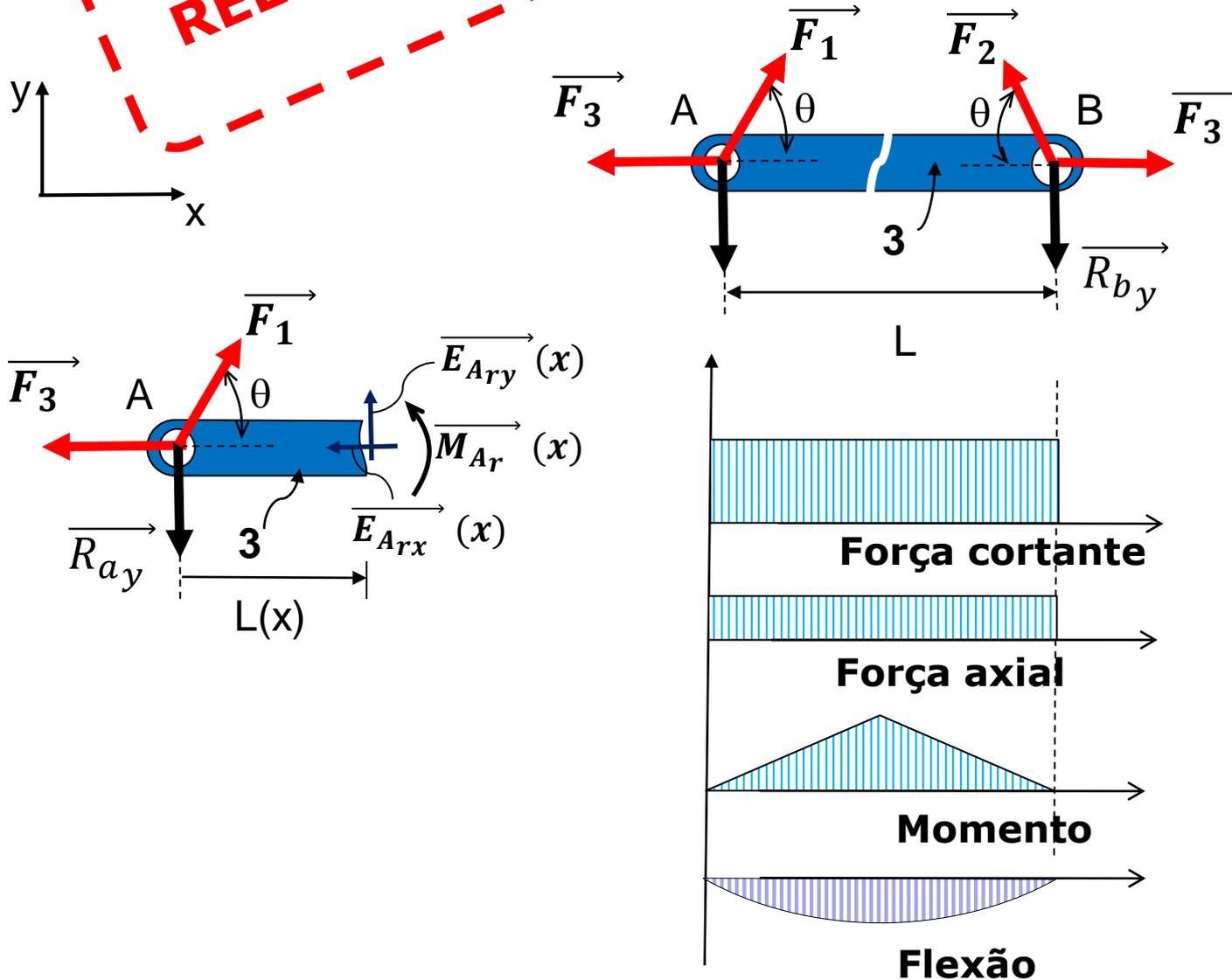
Resultantes Internas Análise individual dos esforços





RELEMBRANDO!

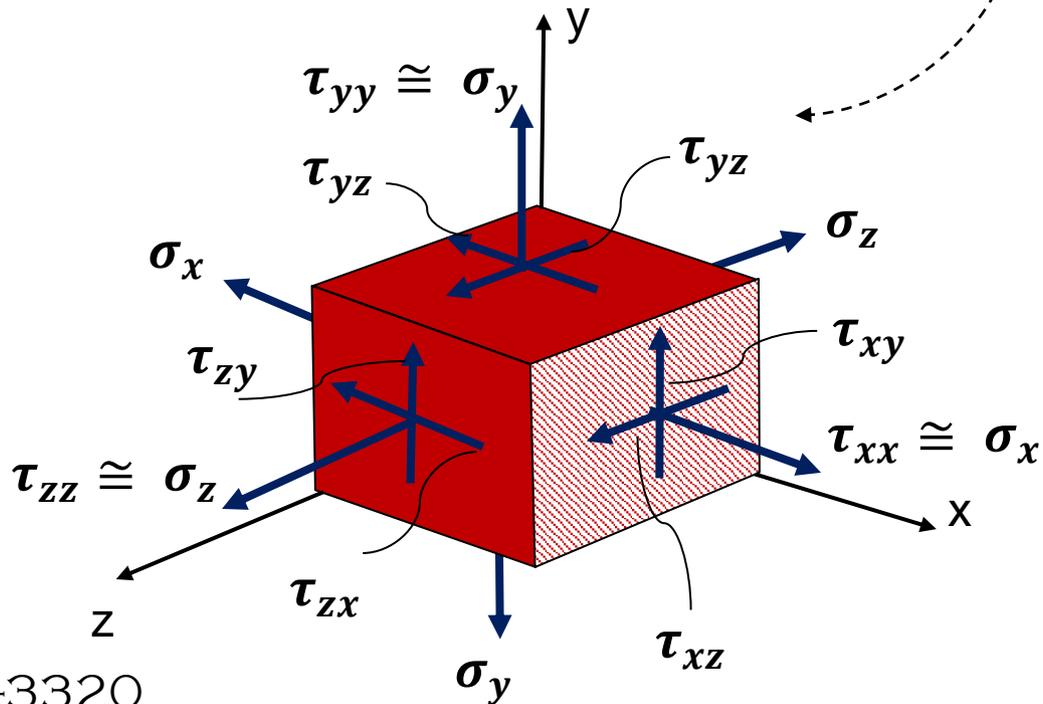
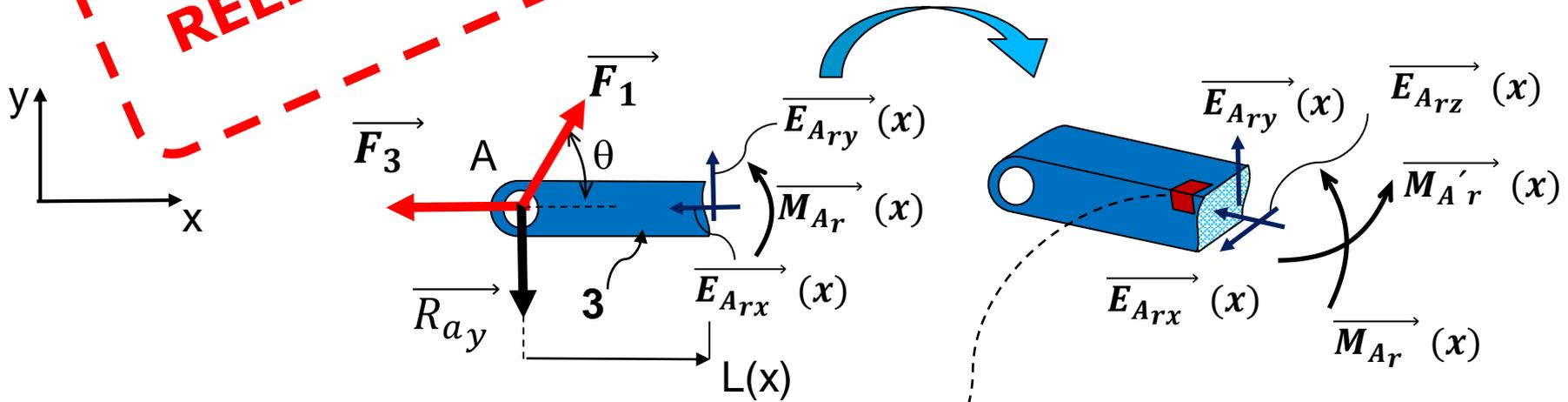
Diagrama de Esforços





RELEMBRANDO!

Estado de tensão geral sobre um elemento



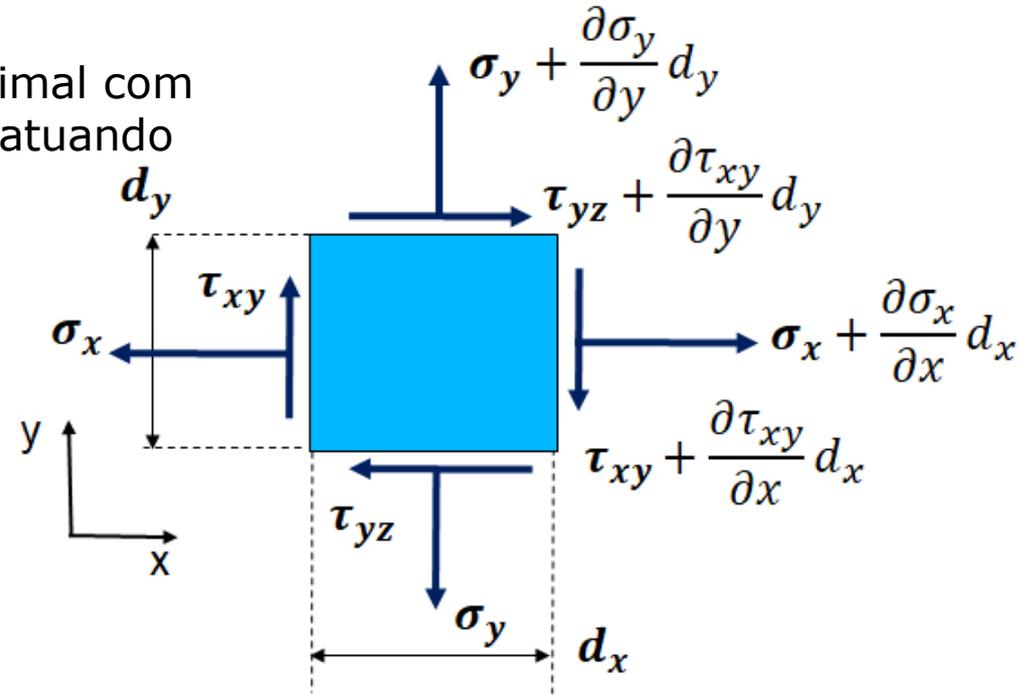
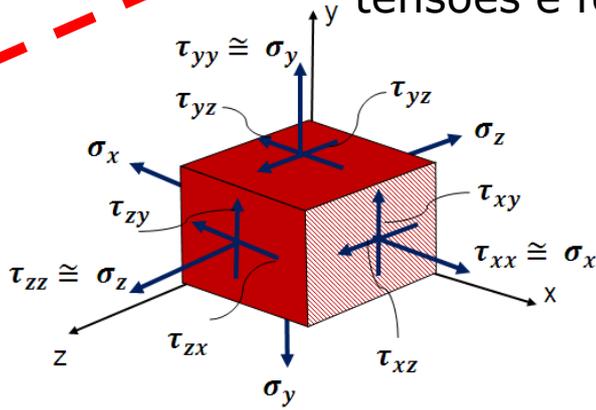
Estado de tensão geral sobre um elemento



RELEMBRANDO!

Estado de tensão geral sobre um elemento

Elemento infinitesimal com tensões e forças atuando



$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + Y = 0$$

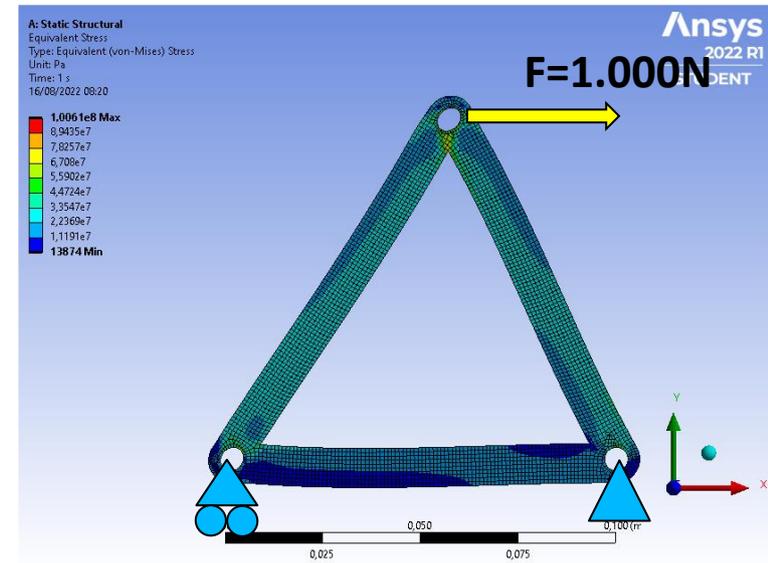
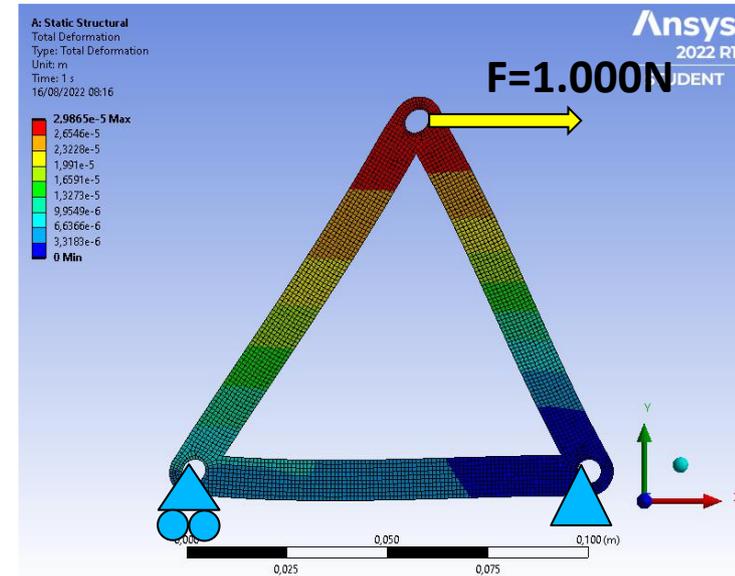
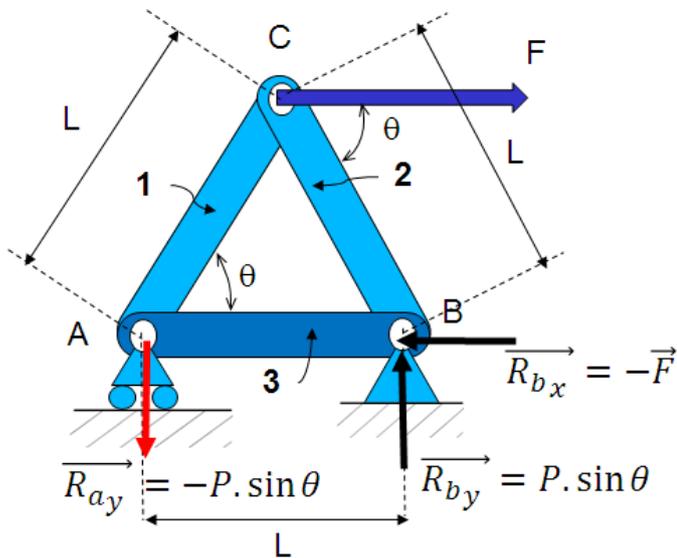
$$\sum M_z = 0 \Rightarrow \tau_{xy} = \tau_{yx}$$



$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0$$



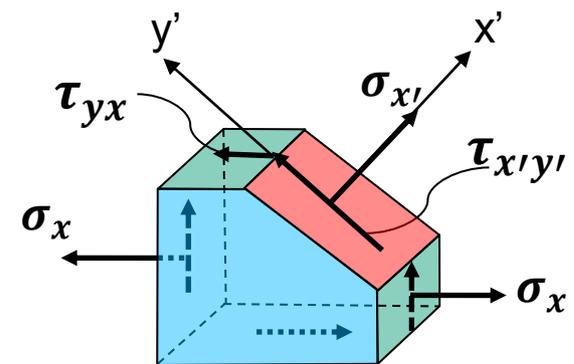
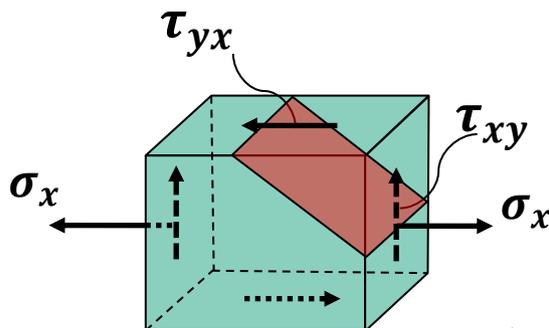
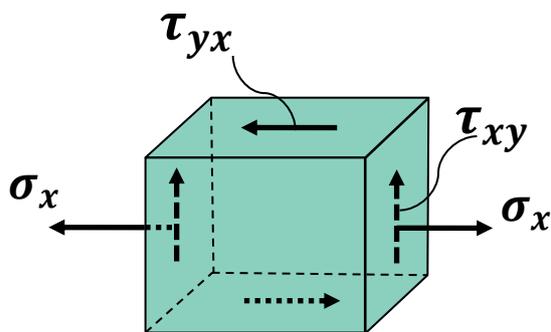
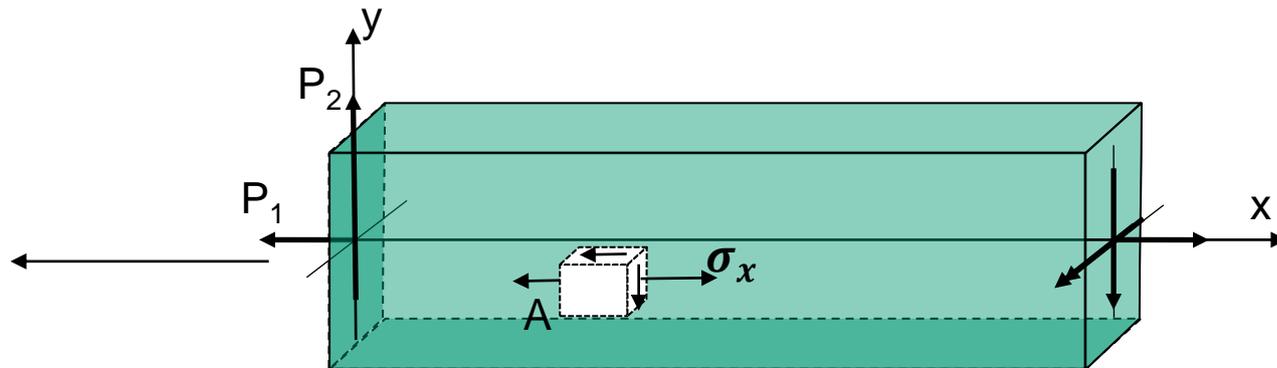
Estado de tensão geral sobre um elemento





Introdução

Estado de tensão em um ponto sob diferentes planos

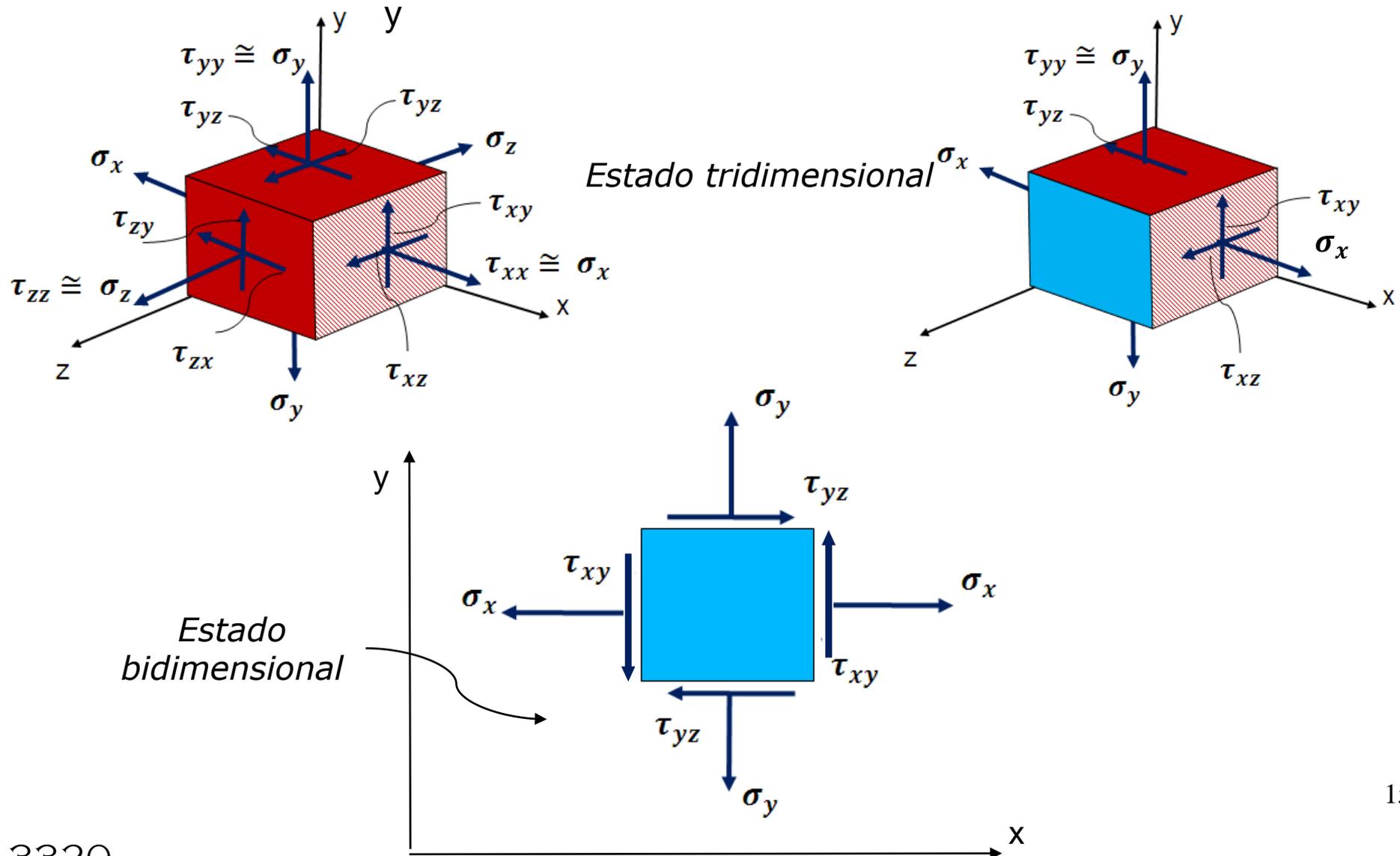


Em muitos casos tensões normais e cisalhantes atuam simultaneamente

tensões que atuam em quaisquer planos



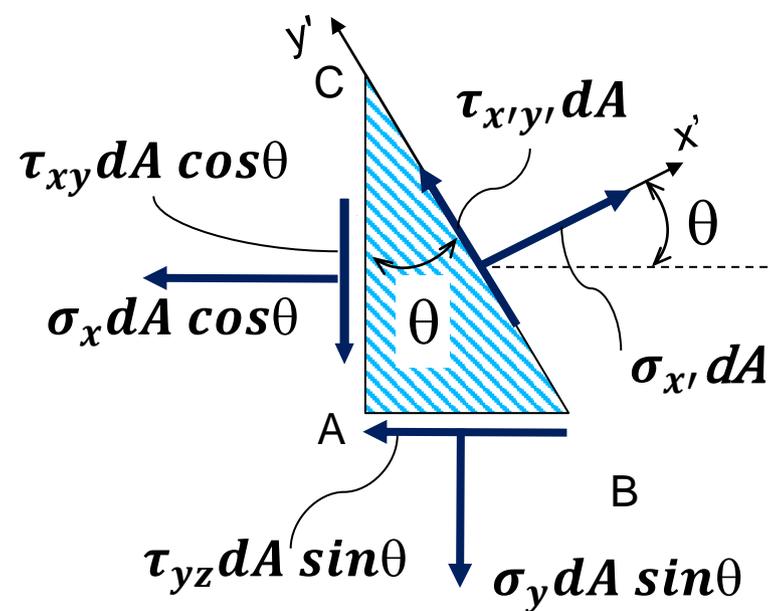
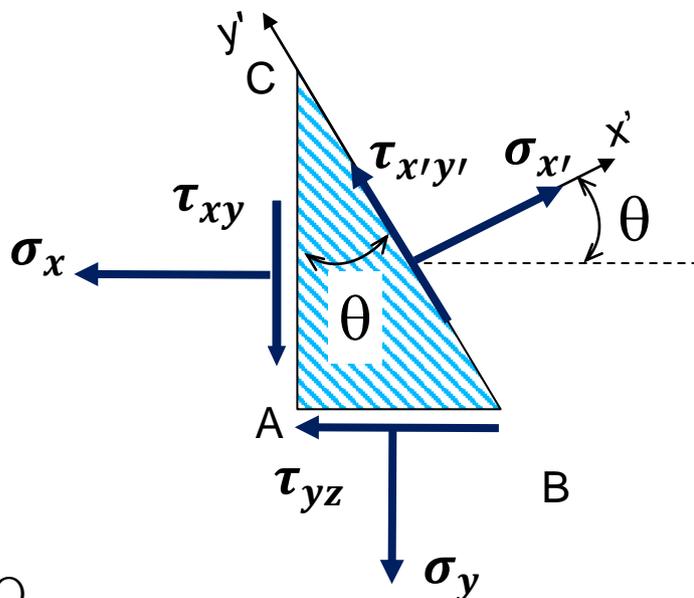
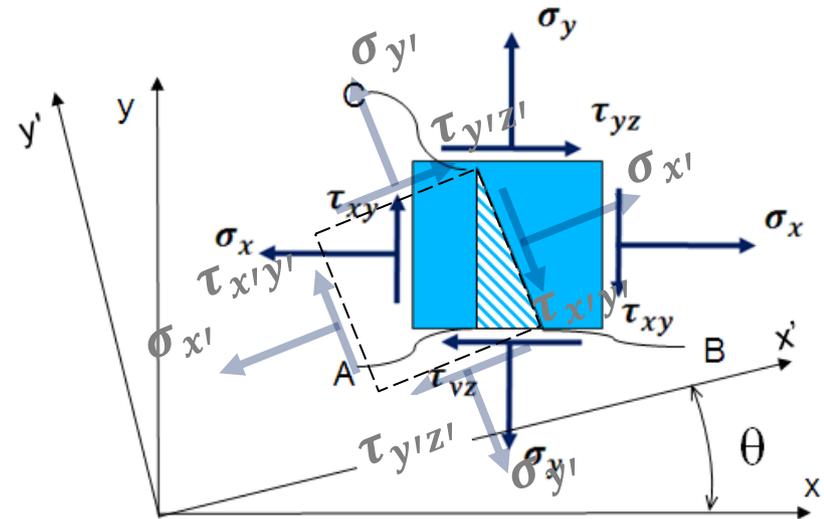
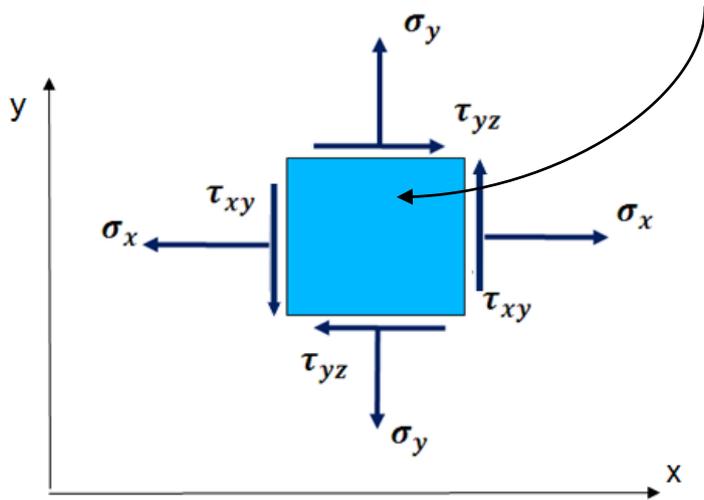
Estado de tensão geral sobre um elemento





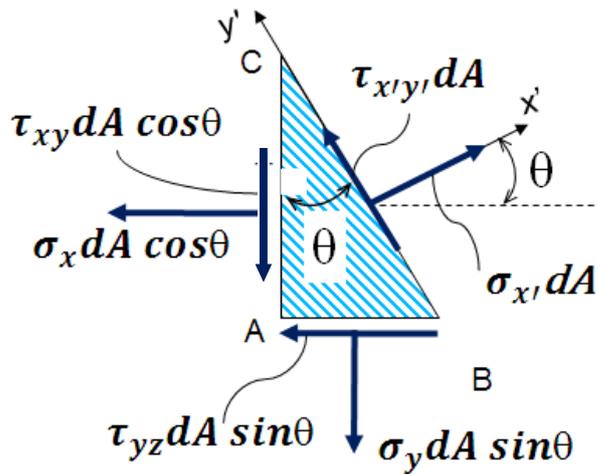
Estado de tensão geral sobre um elemento

*Elemento plano
Estado bidimensional*





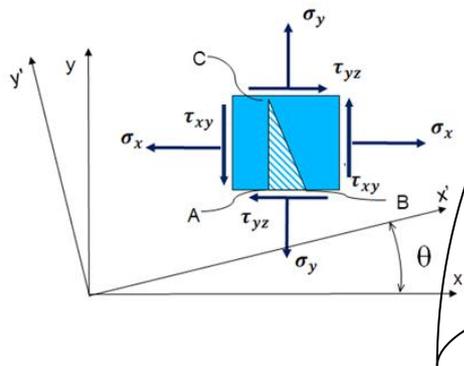
Equações gerais para a tensão normal e cisalhante



$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$\sigma_{x'} dA = \sigma_x dA \cdot \cos \theta \cdot \cos \theta + \sigma_y dA \cdot \sin \theta \cdot \sin \theta + \tau_{xy} dA \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta + \tau_{xy} dA \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos 2\theta + \tau_{xy} \cdot \sin 2\theta$$



$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$\tau_{x'y'} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \sin 2\theta + \tau_{xy} \cdot \cos 2\theta$$

Equações gerais para a tensão normal e cisalhante



Tensões principais

Determinação do plano principal

Diferenciando
com relação a θ

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos 2\theta + \tau_{xy} \cdot \sin 2\theta$$

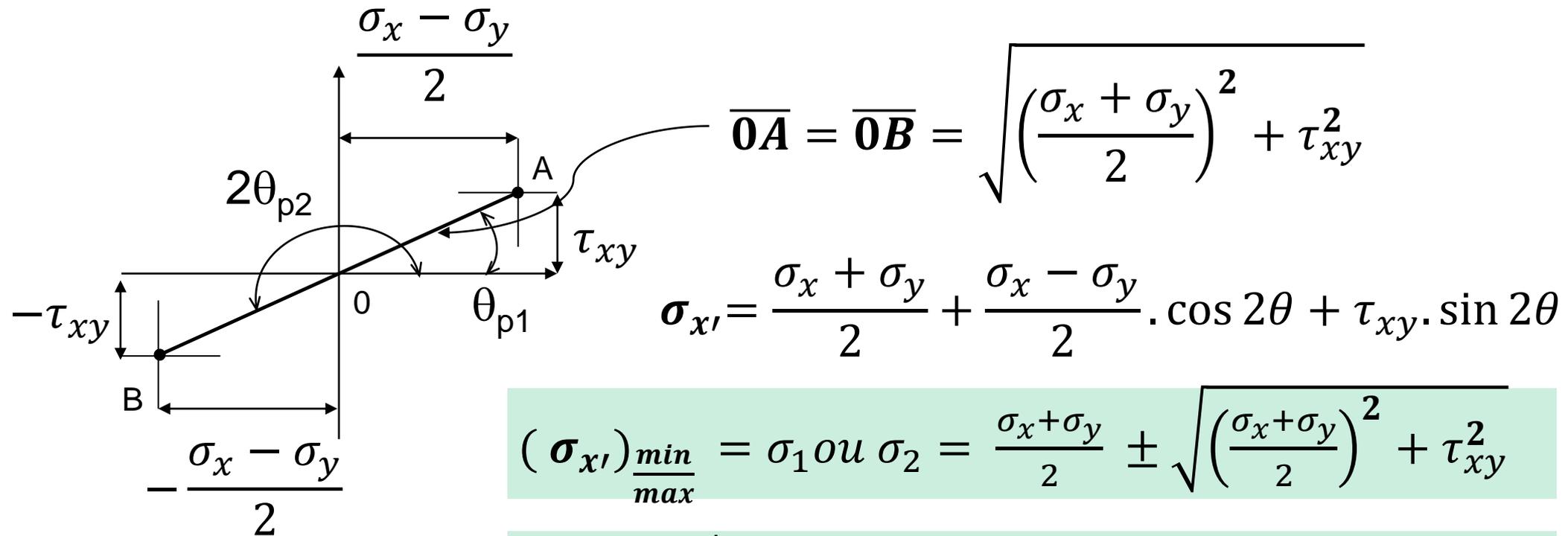
$$\frac{\partial \sigma_{x'}}{\partial \theta} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot 2 \cdot \sin 2\theta + 2\tau_{xy} \cdot \cos 2\theta$$

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot 2 \cdot \sin 2\theta + 2\tau_{xy} \cdot \cos 2\theta = 0$$

$$\tan 2\theta_p = \frac{\tau_{xy}}{(\sigma_x - \sigma_y)/2}$$



Tensões principais



$$(\sigma_{x'})_{\frac{min}{max}} = \sigma_1 \text{ ou } \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

De forma análoga determinamos as tensões cisalhantes máximas

$$\tau_{\frac{min}{max}} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

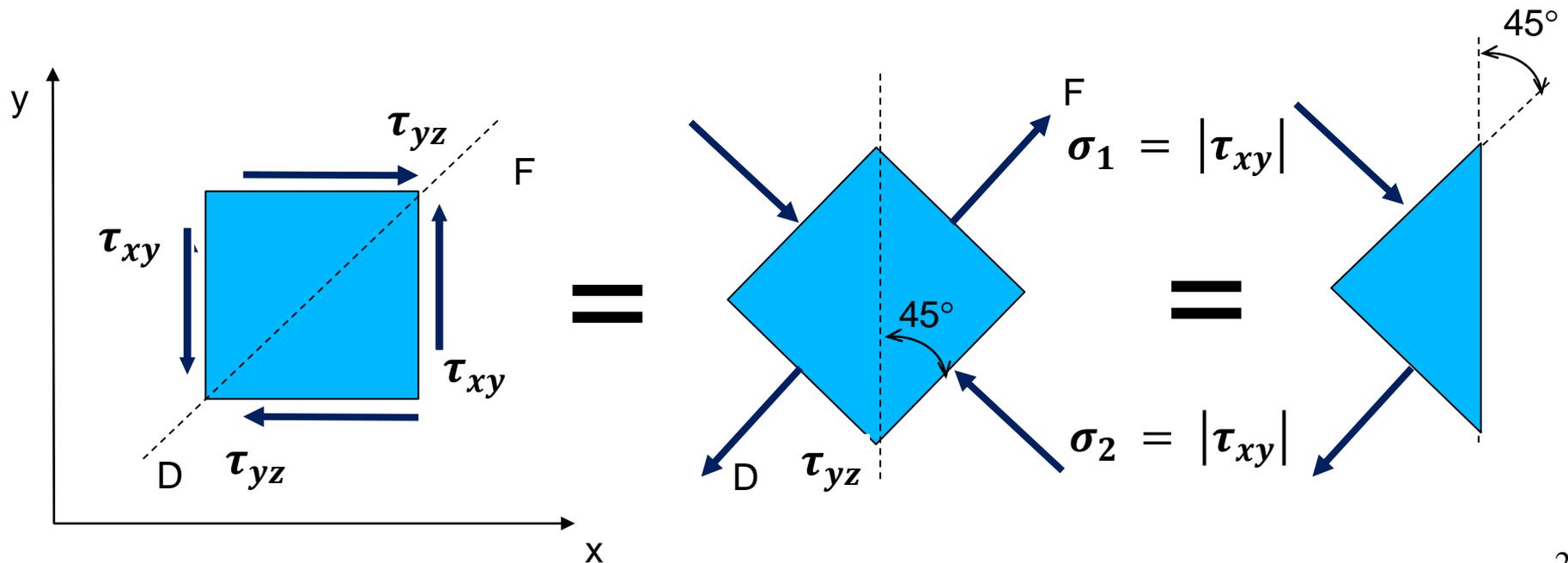
$$\tau_{max} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}$$



Transformação de Tensões

Caso particular

- ▶ Uma transformação significativa de uma descrição de um estado de tensão ocorre quando a tensão de cisalhamento pura é convertida em tensões principais.





Círculo de Mohr

- ▶ Tomando por base as equações gerais para a tensão normal e cisalhante

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos 2\theta + \tau_{xy} \cdot \sin 2\theta$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \sin 2\theta + \tau_{xy} \cdot \cos 2\theta$$

- ▶ Essas são as expressões gerais para tensão normal e cisalhante em qualquer plano definido pelo ângulo θ ,
Observem que σ_x, σ_y e τ_{xy} são conhecidas inicialmente.



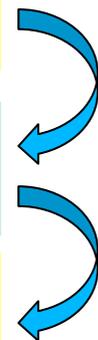
Círculo de Mohr

- ▶ Tomando por base as equações gerais para a tensão normal e cisalhante

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos 2\theta + \tau_{xy} \cdot \sin 2\theta$$

$$\sigma_{x'} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \cos 2\theta + \tau_{xy} \cdot \sin 2\theta$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cdot \sin 2\theta + \tau_{xy} \cdot \cos 2\theta$$



- ▶ (Elevando ao quadrado, substituindo e simplificando):

$$\left(\sigma_{x'} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{x'y'}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2$$



Círculo de Mohr

- ▶ Para um problema onde σ_x , σ_y e τ_{xy} são conhecidos, e $\sigma_{x'}$ e $\tau_{x'y'}$ são variáveis

$$\left(\sigma_{x'} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{x'y'}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2$$

$$a = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)$$

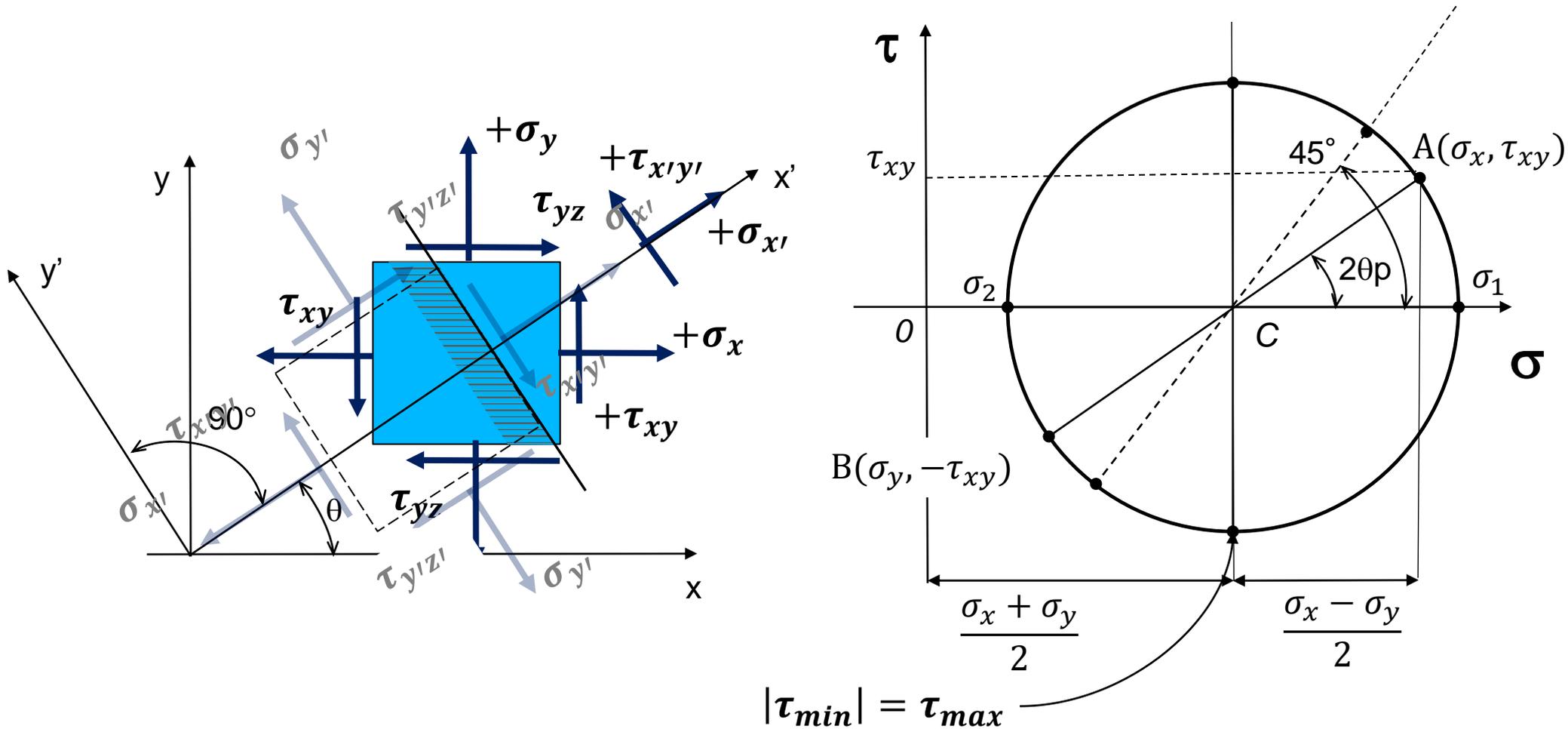
$$b = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)$$

$$(\sigma_{x'} - a)^2 + (\tau_{x'y'})^2 = b^2$$

$$(x - a)^2 + y^2 = (r)^2$$



Círculo de Mohr



$$\left(\sigma_{x'} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{x'y'}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2$$

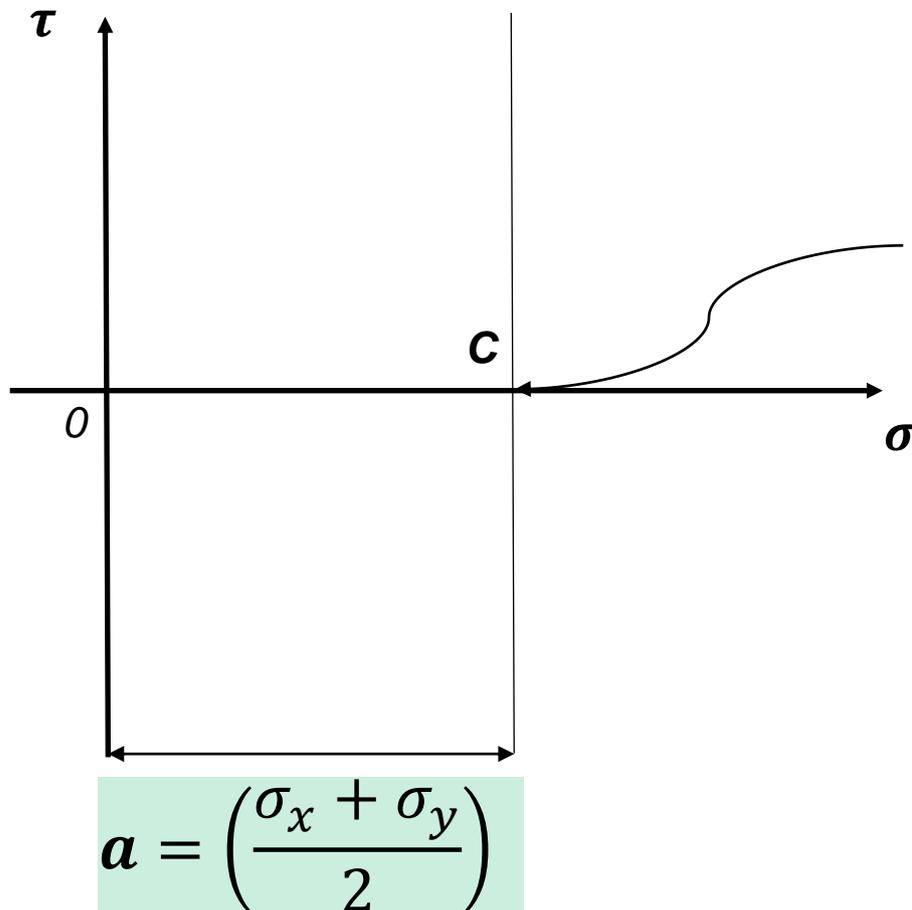


Círculo de Mohr

- ▶ O círculo de Mohr é uma representação geométrica o estado plano de tensão.
- ▶ Permite visualizar a relação entre a tensão normal e a cisalhante atuantes em vários planos do componente
- ▶ É muito útil para realizar estimativas eficientes e rápidas de falha em trabalhos mais complexos.
- ▶ O círculo de Mohr pode ser construído de várias formas, dependendo de qual tensão é conhecida, e qual deve ser determinada
- ▶ Esta interpretação visual do estado plano de tensões foi proposta pelo engenheiro alemão Otto Mohr em 1882

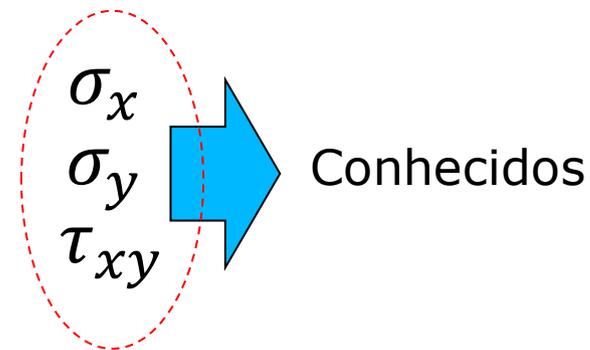


Construção do Círculo de Mohr



1. desenhe os eixos coordenados σ_1 como abscissa ($\rightarrow +$) e τ como ordenada ($\uparrow +$)

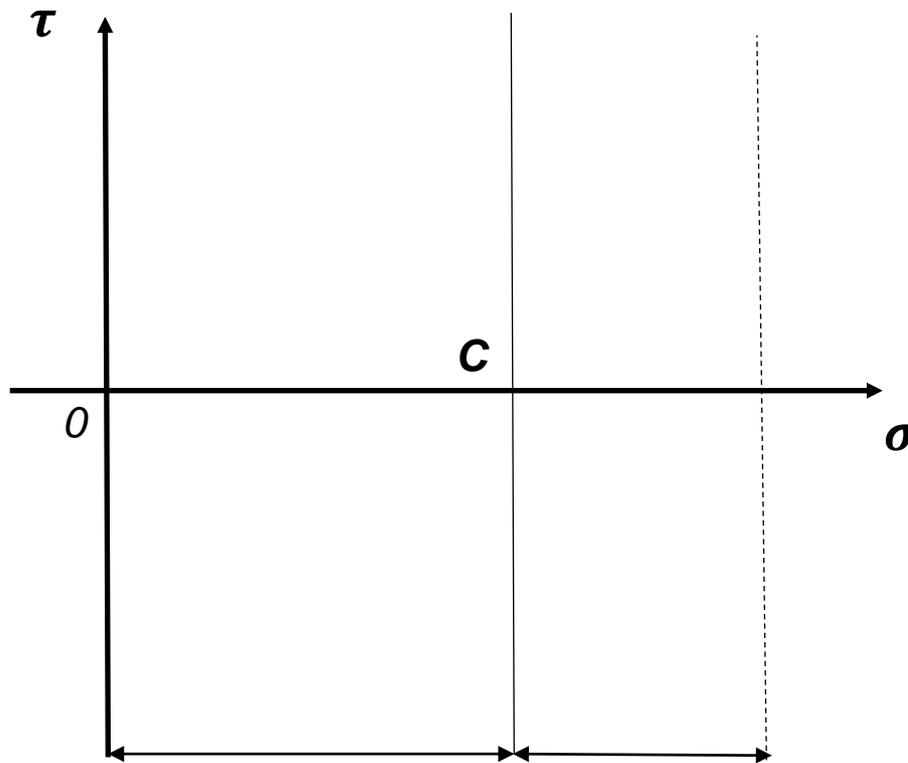
2. Localize o centro **C** do círculo





Construção do Círculo de Mohr

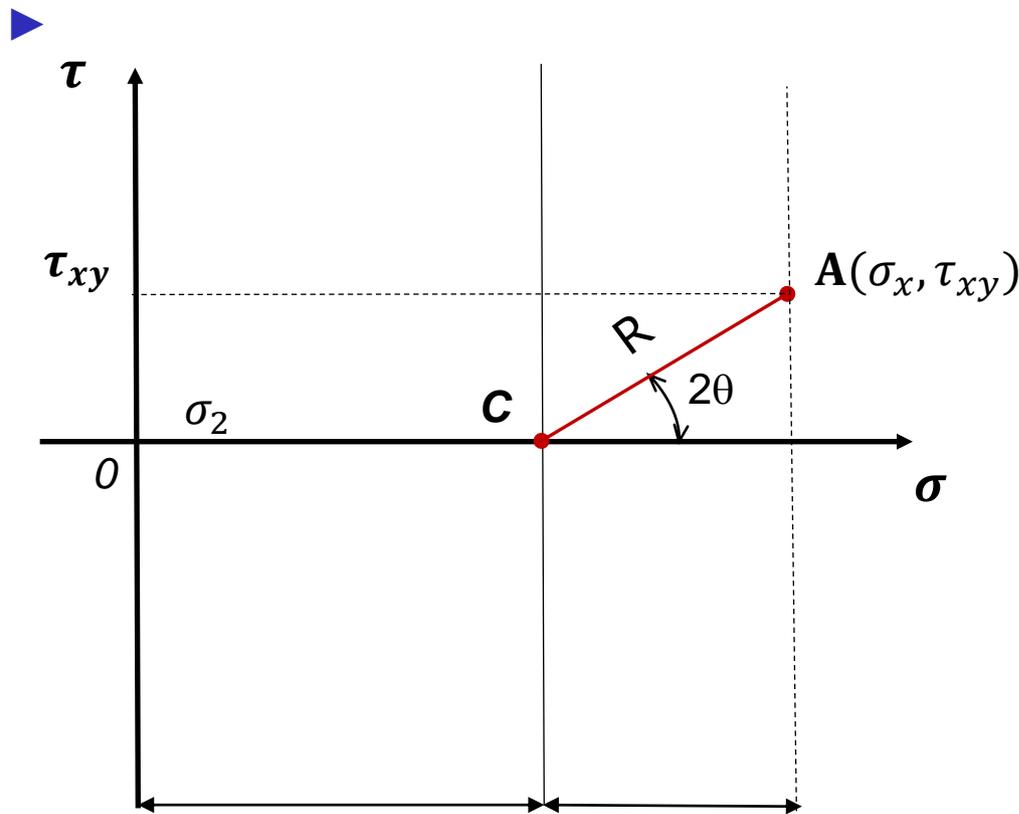
- Trace a linha referente a coordenada **b** σ_x ,



$$\mathbf{a} = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \quad \mathbf{b} = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)$$



Construção do Círculo de Mohr



3. Localize o ponto **A**, que representa a condição de tensão na face X do elemento.

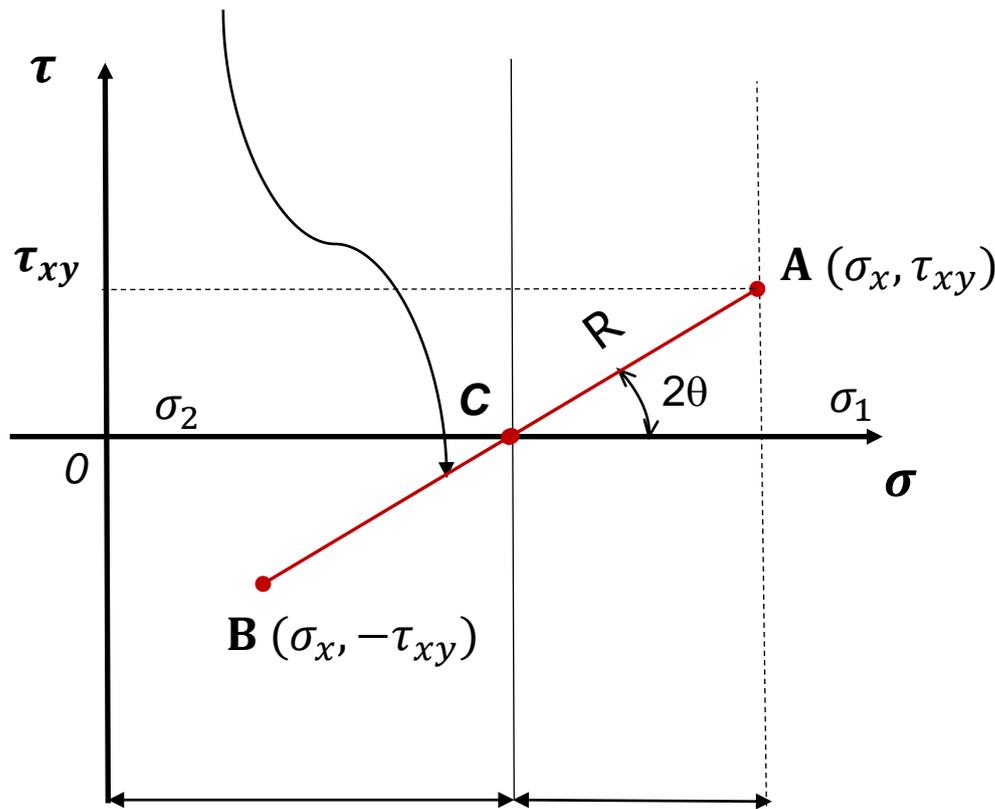
O ponto A representa a condição onde $\theta=0$ no elemento

$$\mathbf{a} = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \quad \mathbf{b} = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)$$



Construção do Círculo de Mohr

A linha (\overline{AB}) representa o estado de tensão inicial



$$a = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \quad b = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)$$

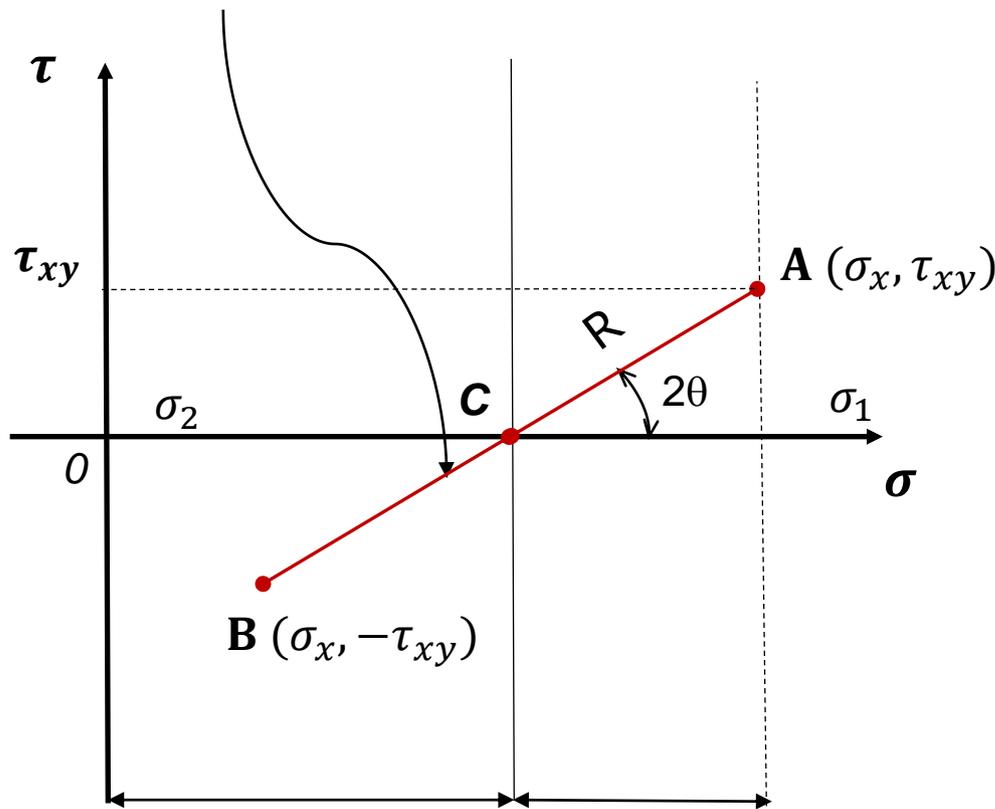
4. Localize o ponto B, que representa a condição de tensão na face Y do elemento.

O ponto B representa a condição onde $\theta=90^\circ$. identifique este ponto



Construção do Círculo de Mohr

A linha (\overline{AB}) representa o estado de tensão inicial



$$a = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \quad b = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)$$

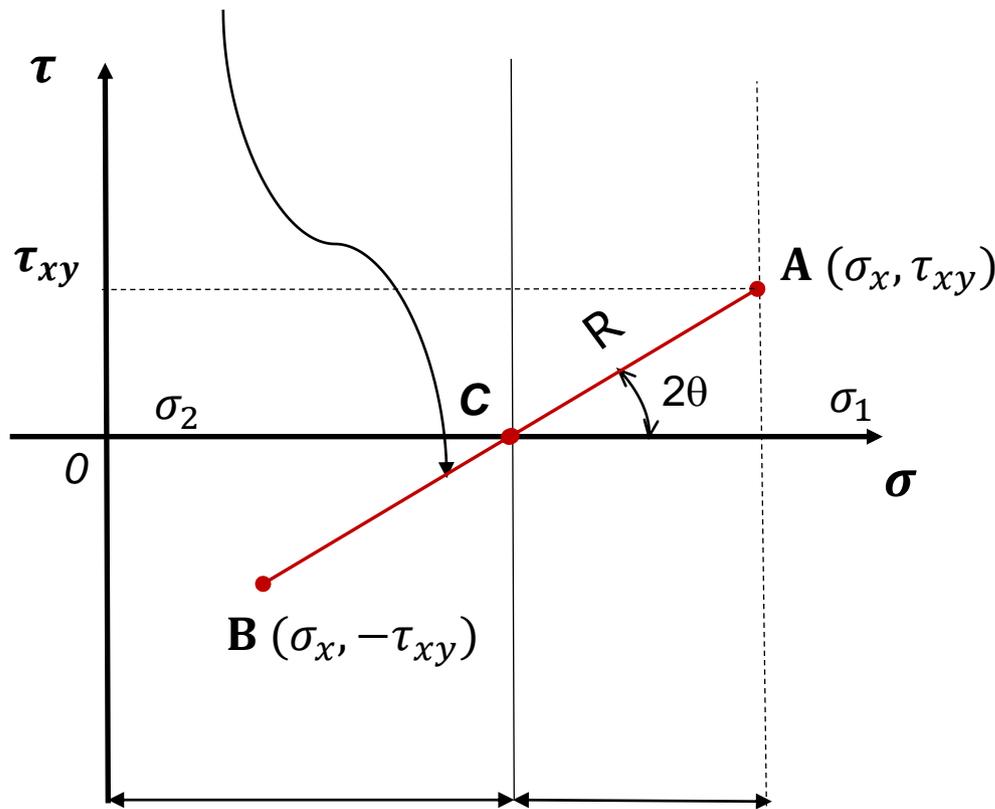
4. Localize o ponto B, que representa a condição de tensão na face Y do elemento.

O ponto B representa a condição onde $\theta=90^\circ$. identifique este ponto



Construção do Círculo de Mohr

A linha (\overline{AB}) representa o estado de tensão inicial



$$a = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \quad b = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)$$

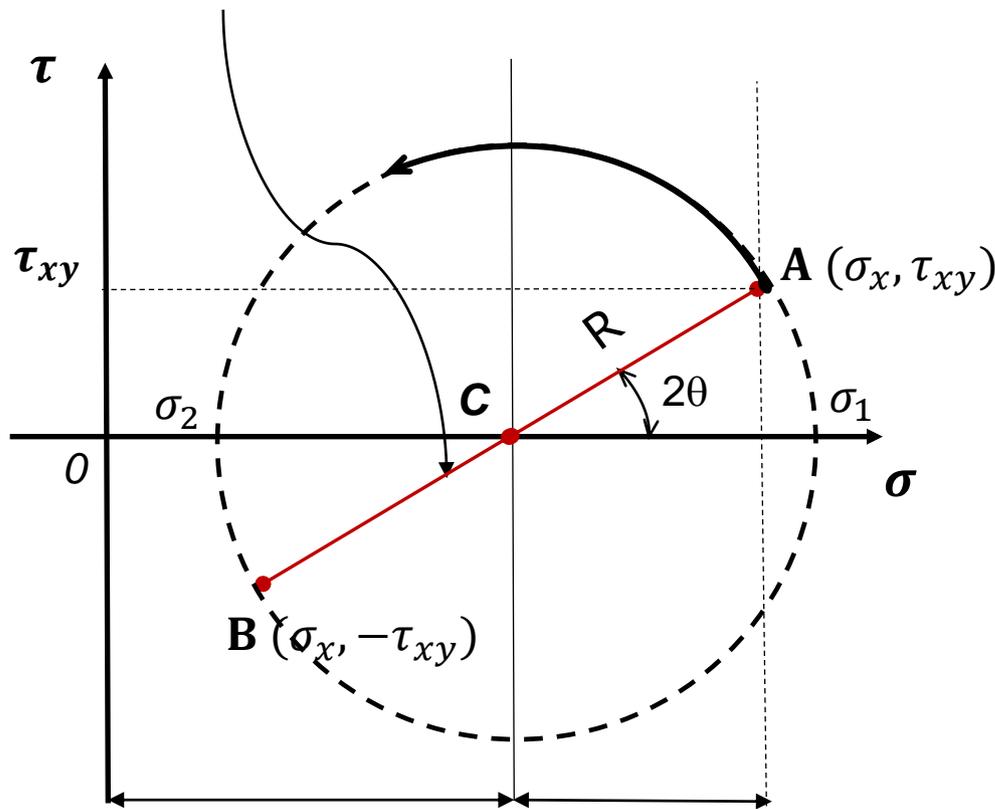
5. Trace a linha AB, que representa o diâmetro do círculo.



Construção do Círculo de Mohr

A linha (\overline{AB}) representa o estado de tensão inicial

6. Trace o círculo usando o ponto C.

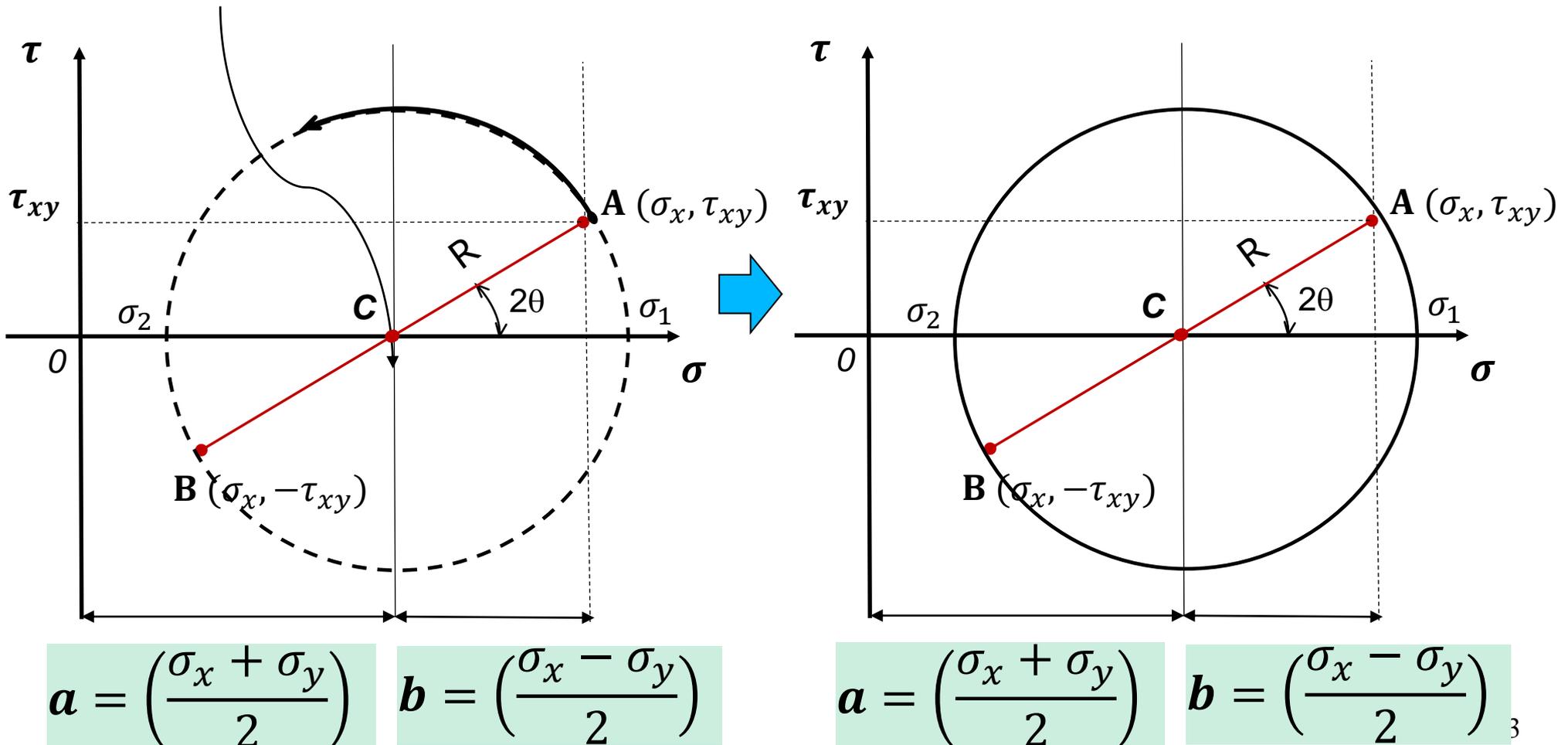


$$a = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right) \quad b = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)$$



Construção do Círculo de Mohr

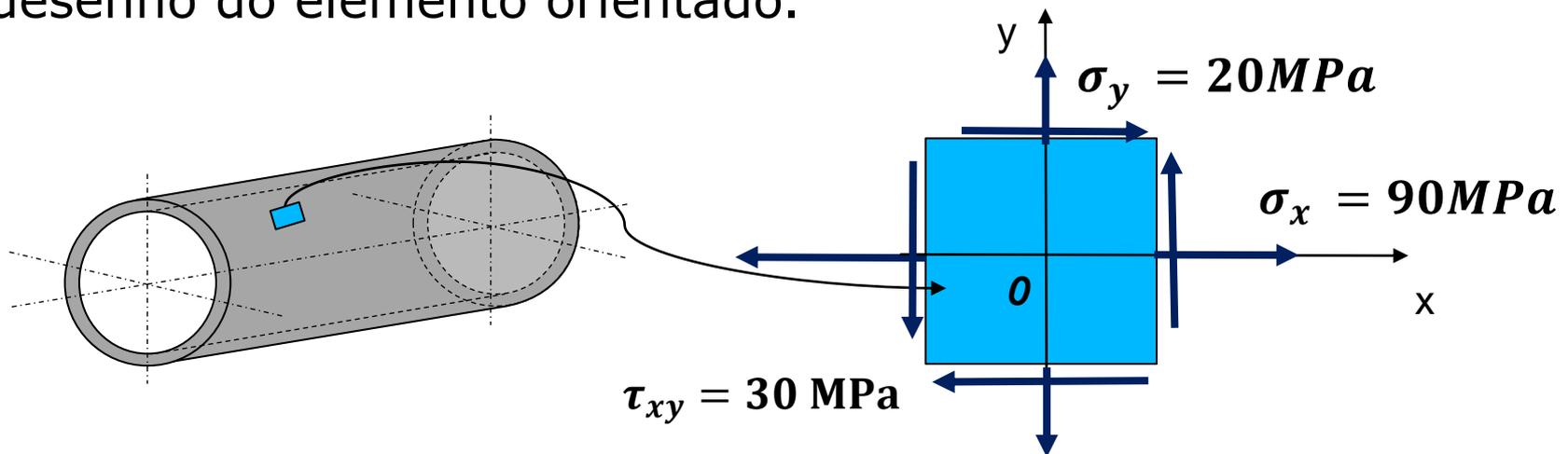
A *linha* (\overline{AB}) representa o estado de tensão inicial





Exemplo 1

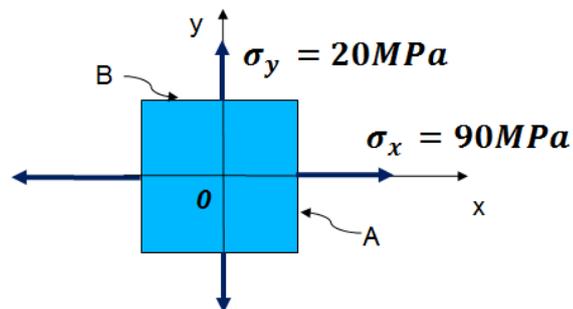
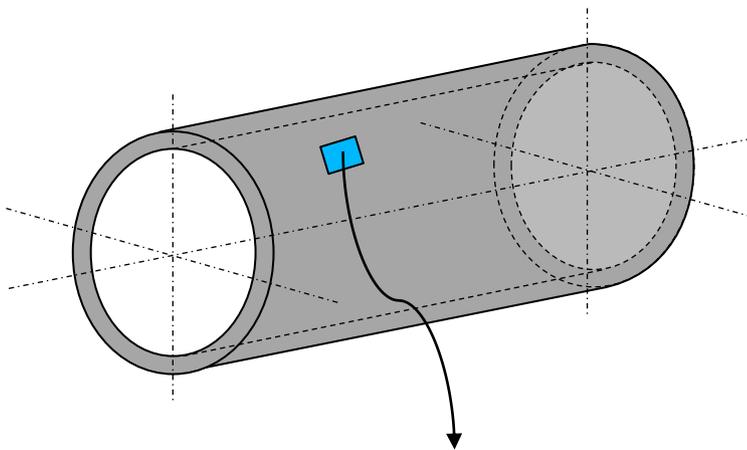
- Considere um ponto na superfície de um cilindro pressurizado. O material está sujeito a um estado biaxial de tensões $\sigma_x = 90\text{MPa}$, $\sigma_y = 20\text{MPa}$, e $\tau_{xy} = 30,3\text{MPa}$, conforme mostrado no elemento abaixo. Construa o círculo de Mohr e determine as tensões atuantes em um elemento inclinado a $\theta=30^\circ$. Considere somente o estado plano de tensões, e mostre um desenho do elemento orientado.





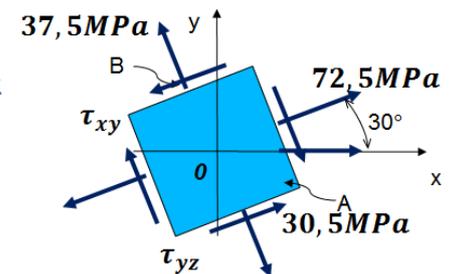
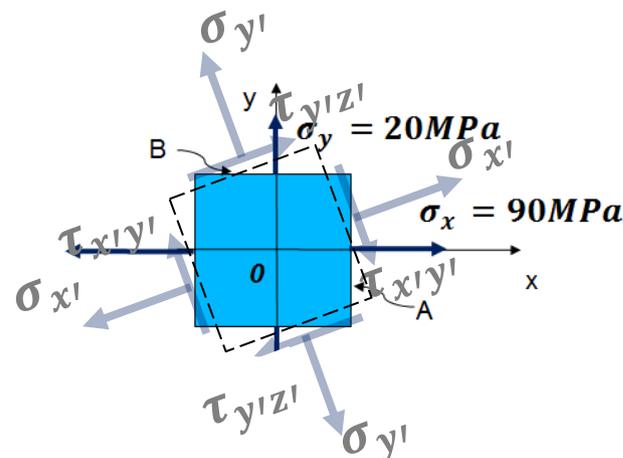
Exemplo 1

- ▶ Dados: $\sigma_x = 90\text{MPa}$, $\sigma_y = 20\text{MPa}$, e $\tau_{xy} = 30\text{MPa}$
- ▶ Determinar as tensões atuantes em um elemento inclinado a $\theta = 30^\circ$
- ▶ Considerar: estado plano de tensões.



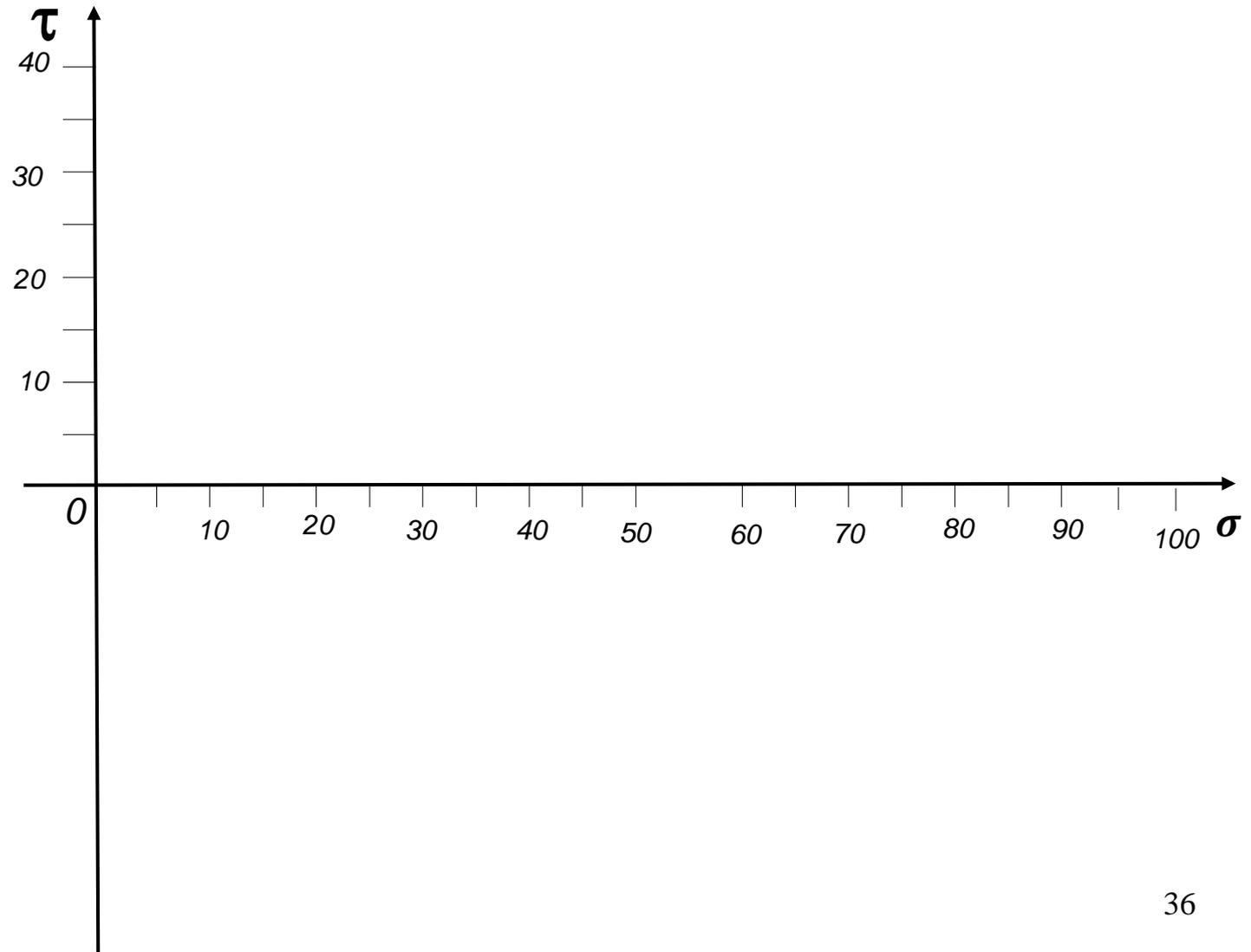
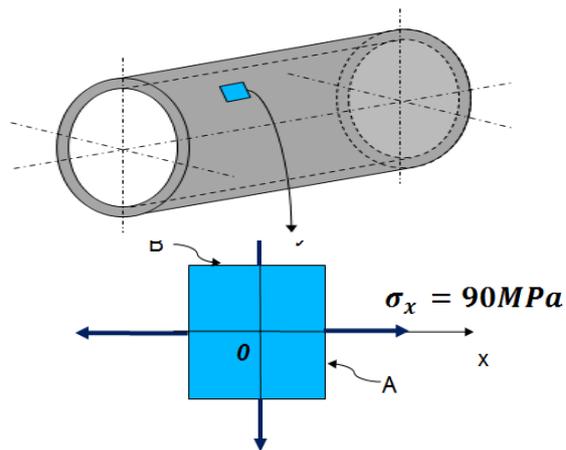
$$a = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{90 + 20}{2} = \frac{110}{2} = 55\text{MPa}$$

$$b = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = \frac{90 - 20}{2} = \frac{70}{2} = 35\text{MPa}$$





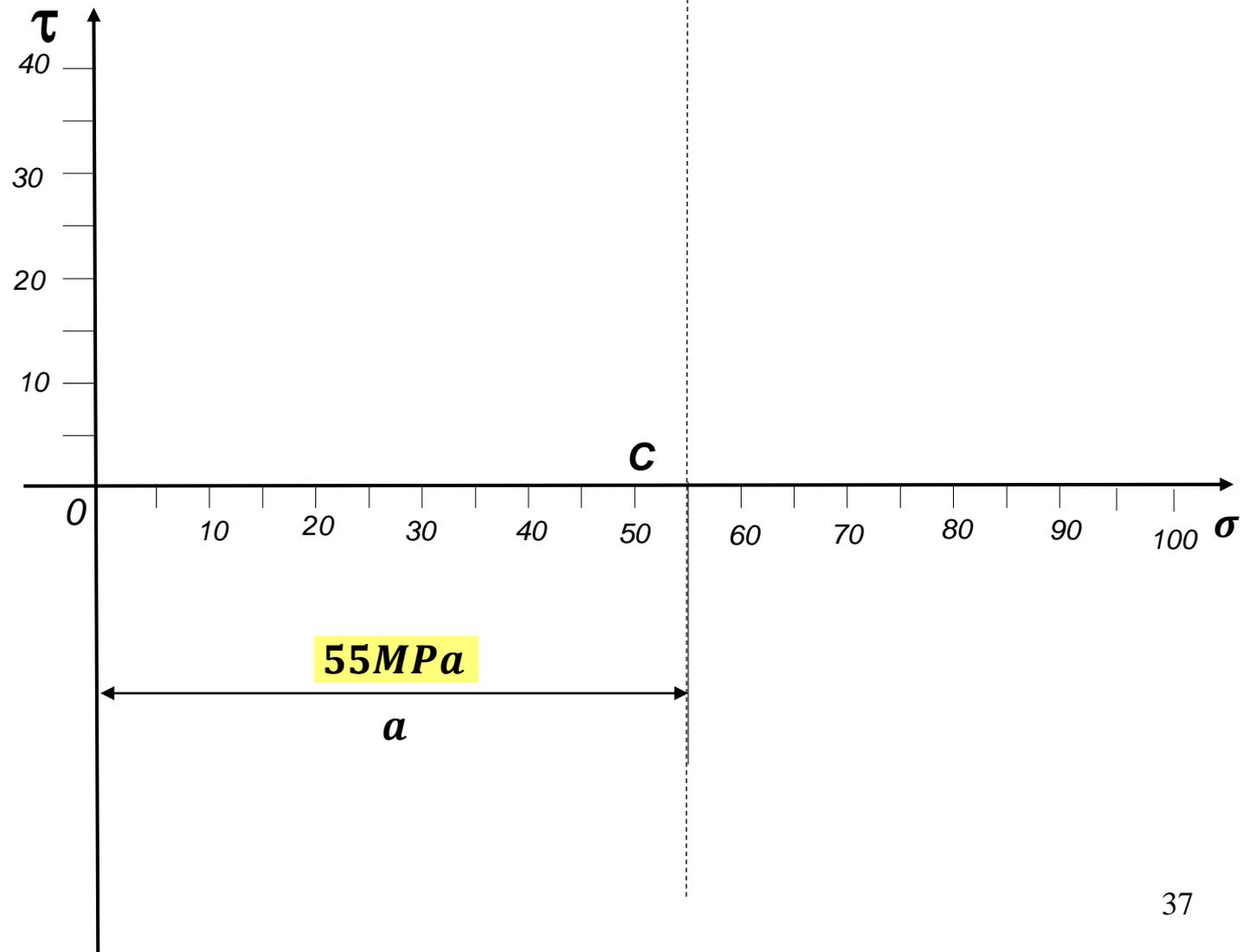
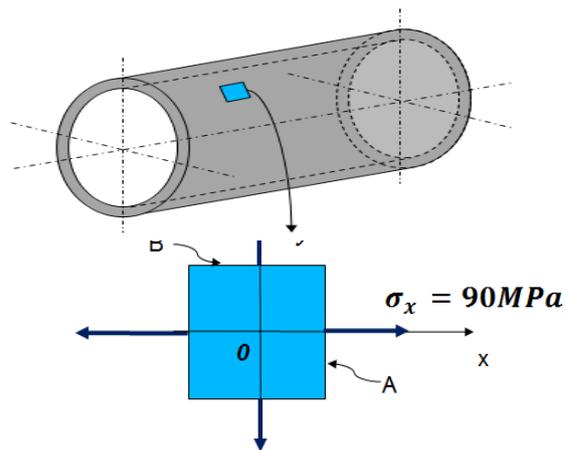
Exemplo 1





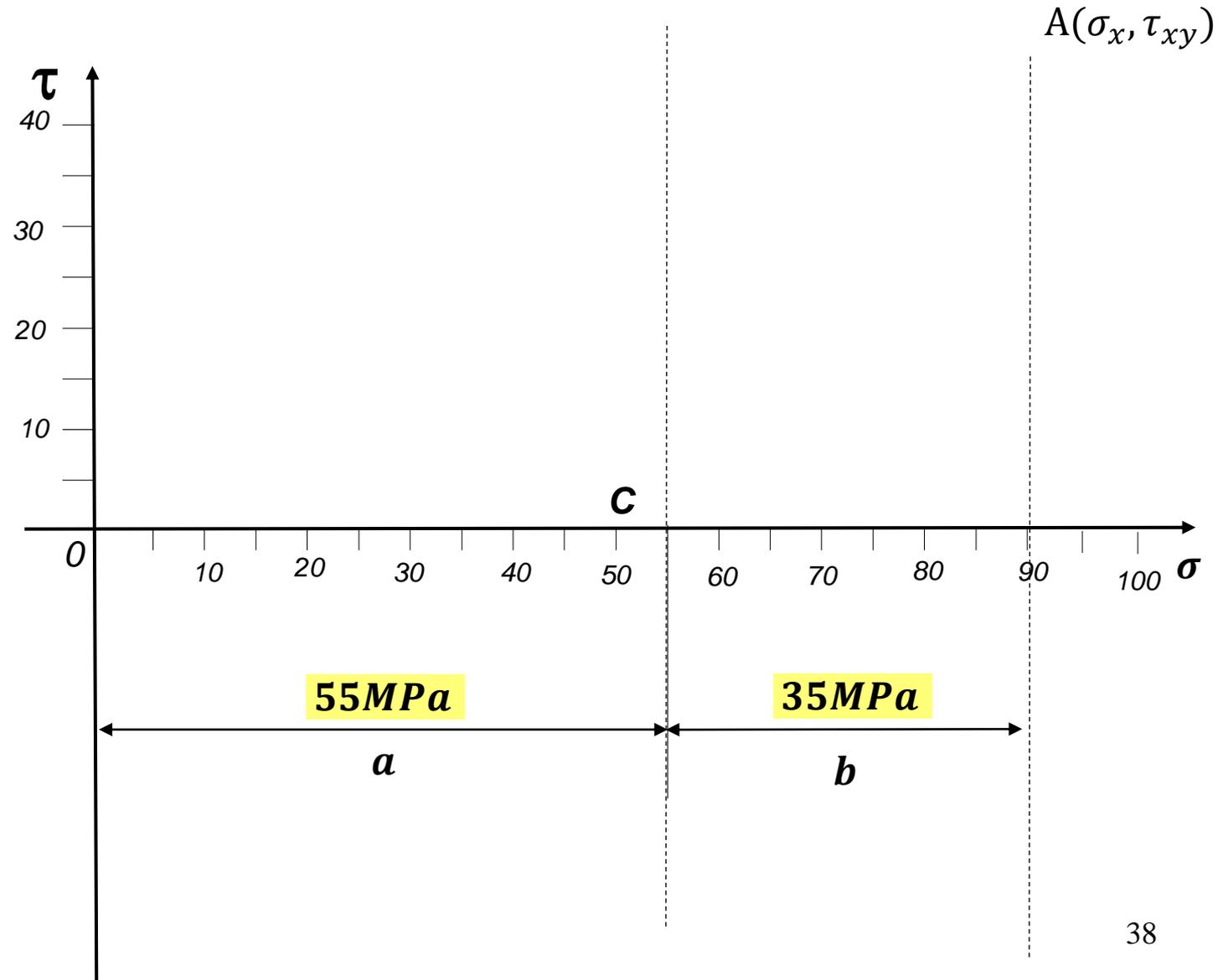
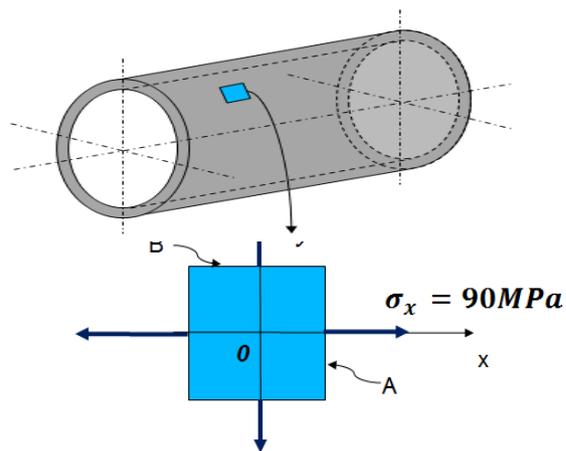
Exemplo 1

$A(\sigma_x, \tau_{xy})$



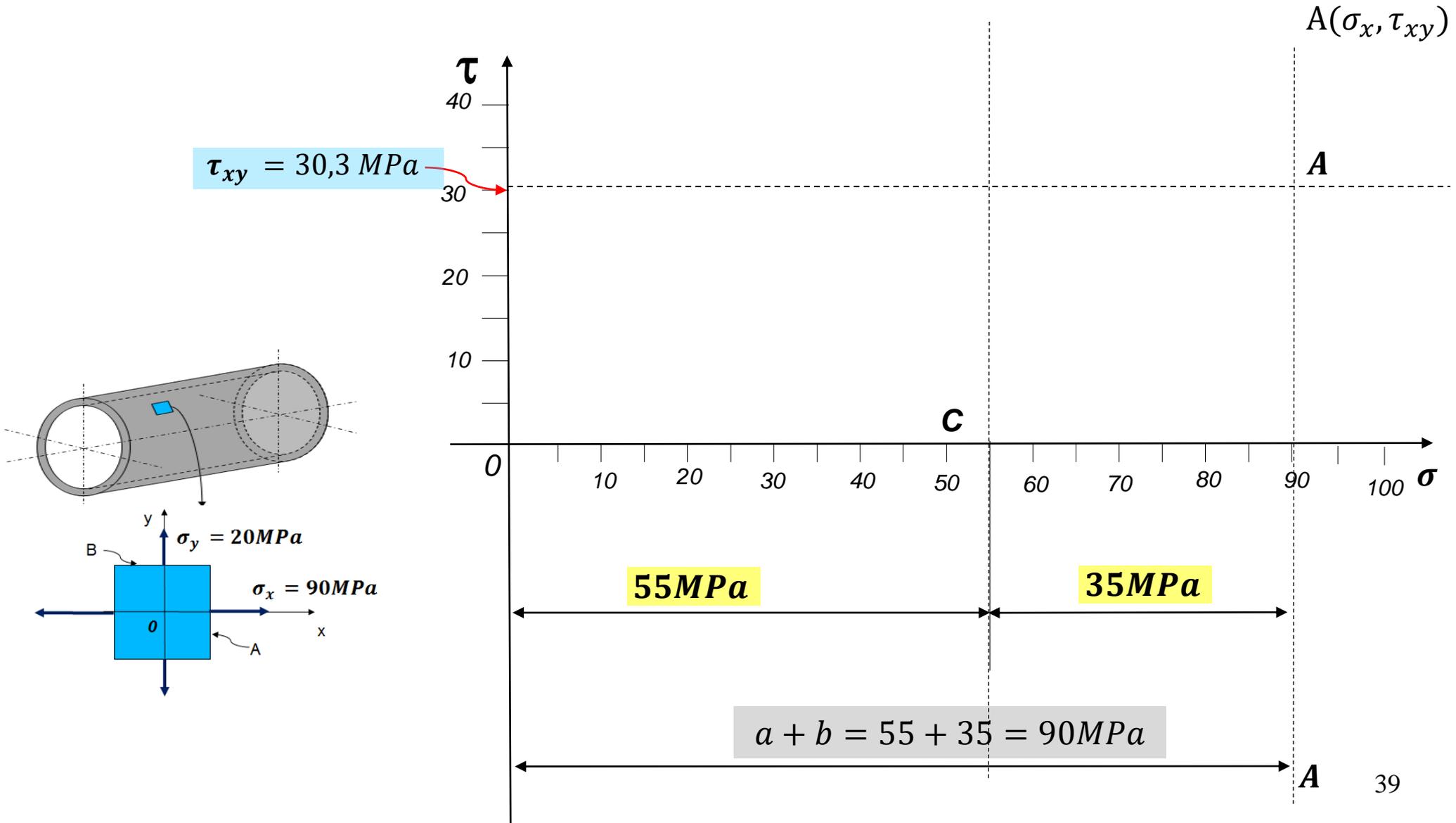


Exemplo 1



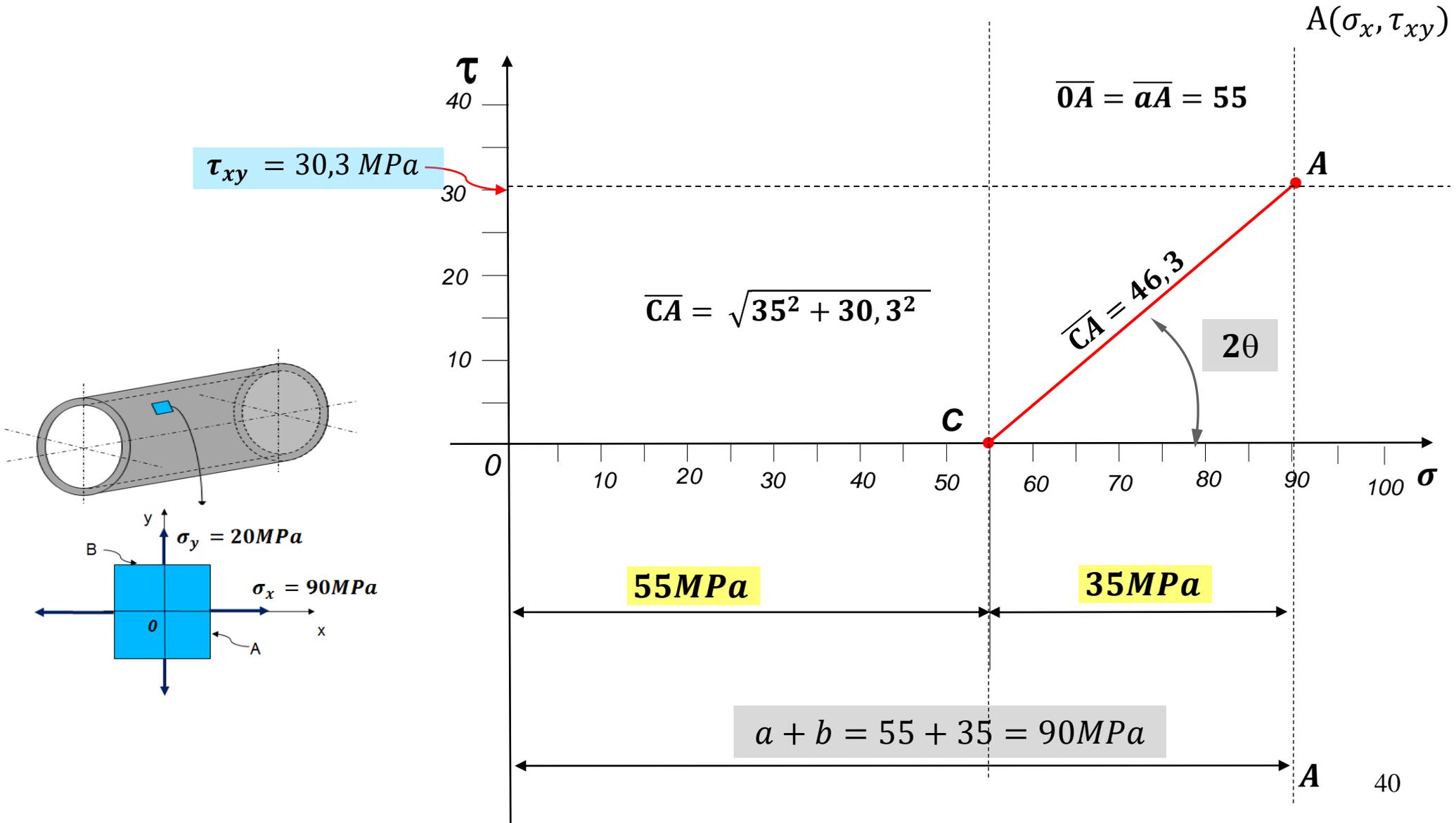


Exemplo 1



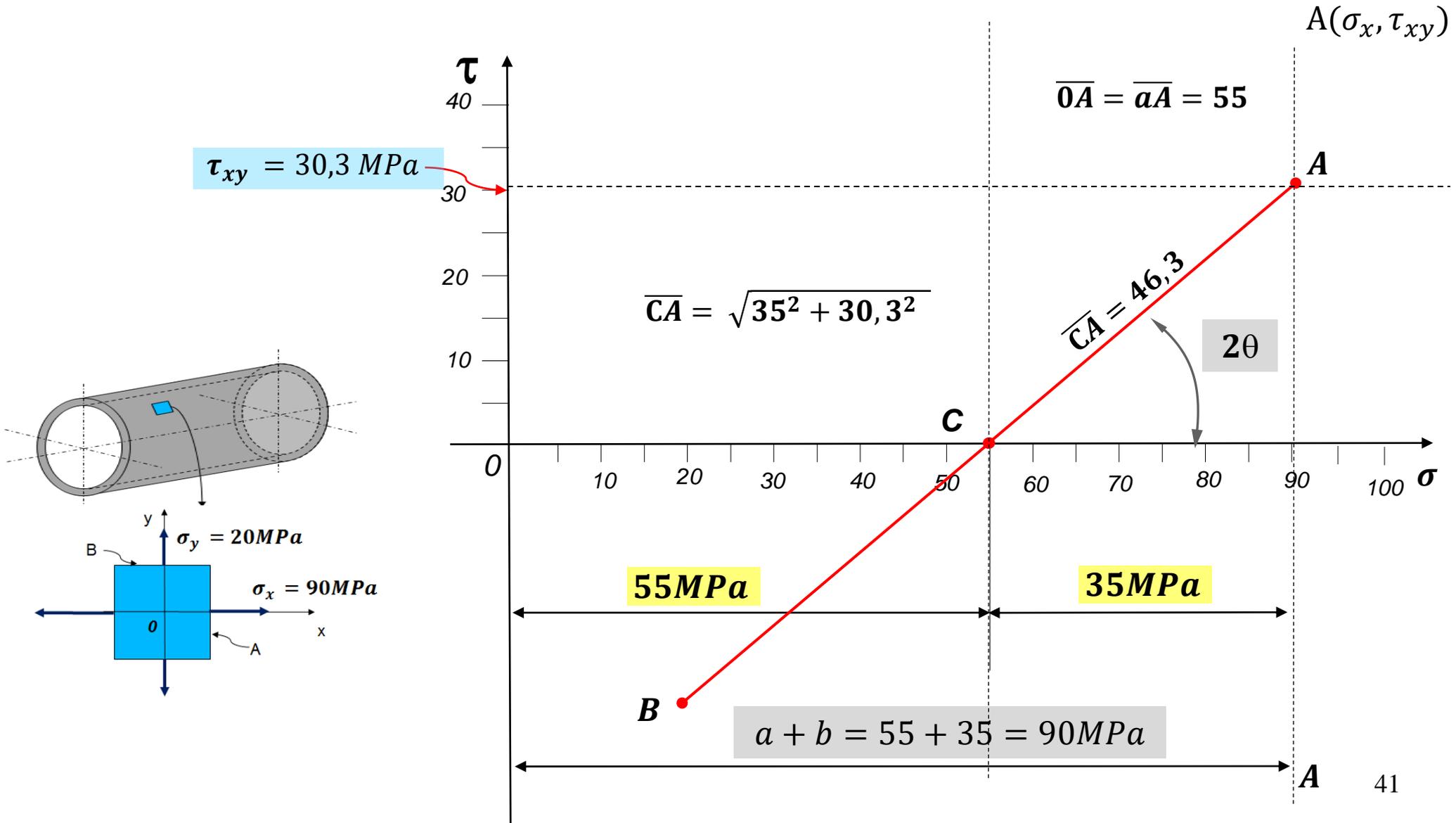


Exemplo 1



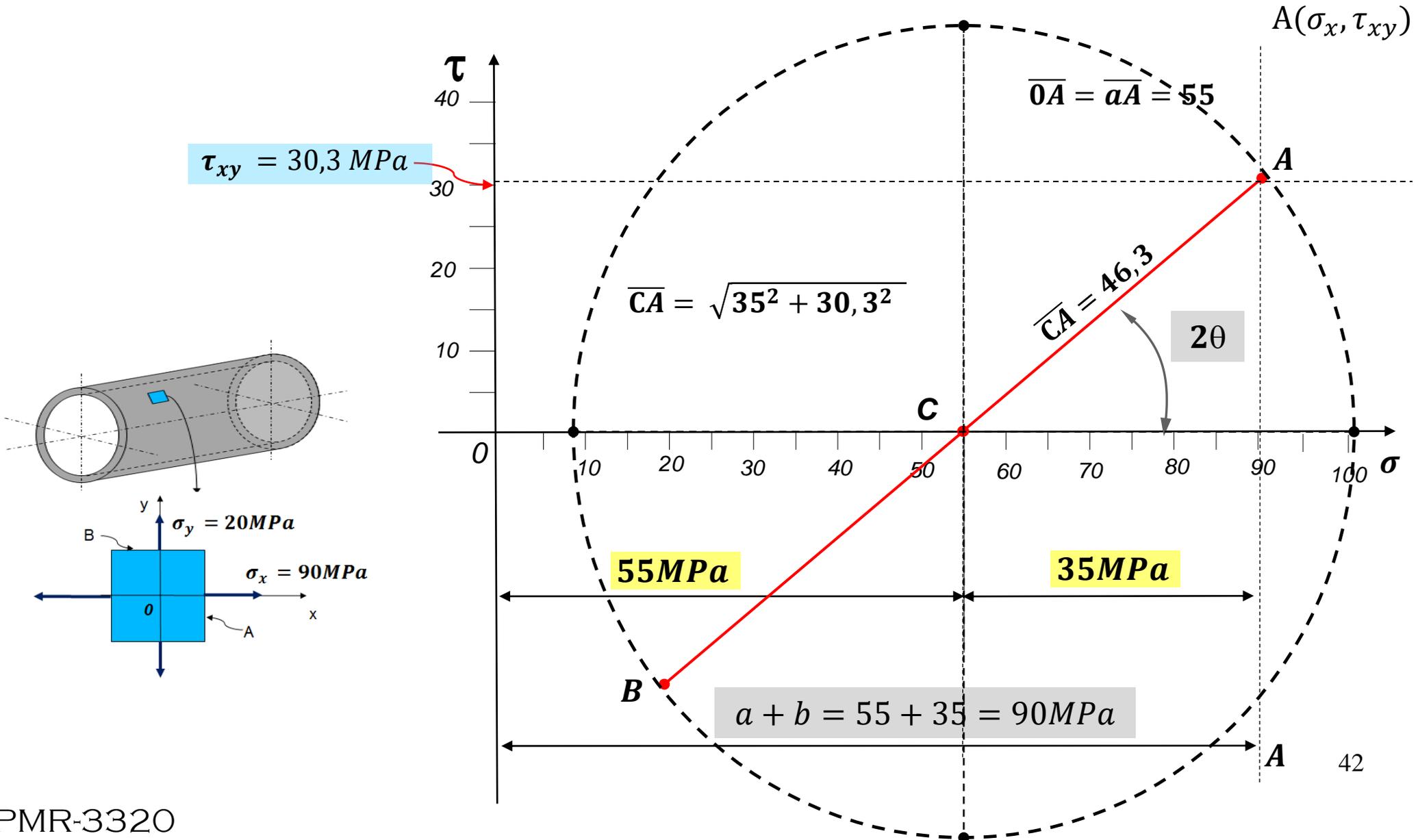


Exemplo 1



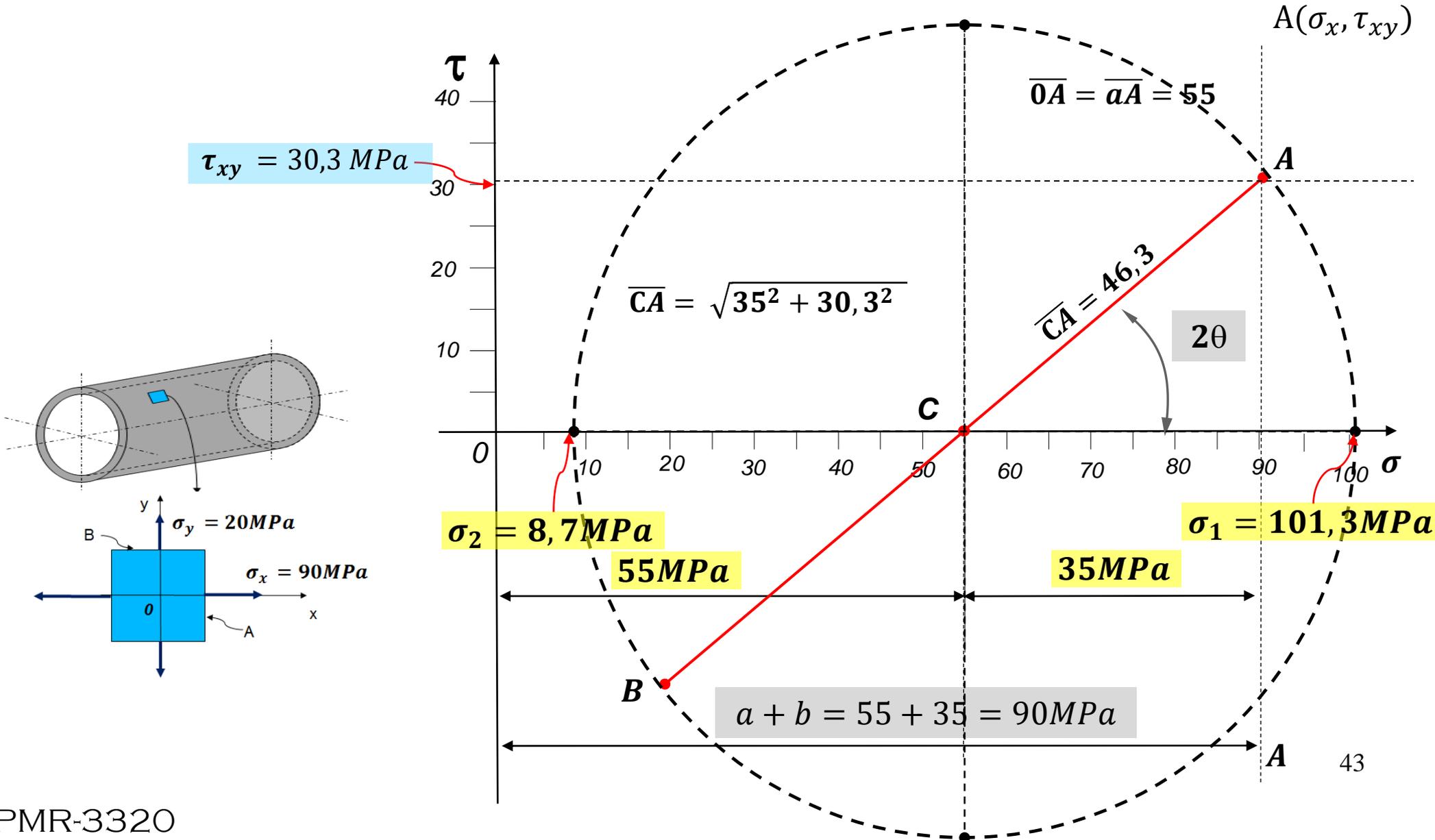


Exemplo 1



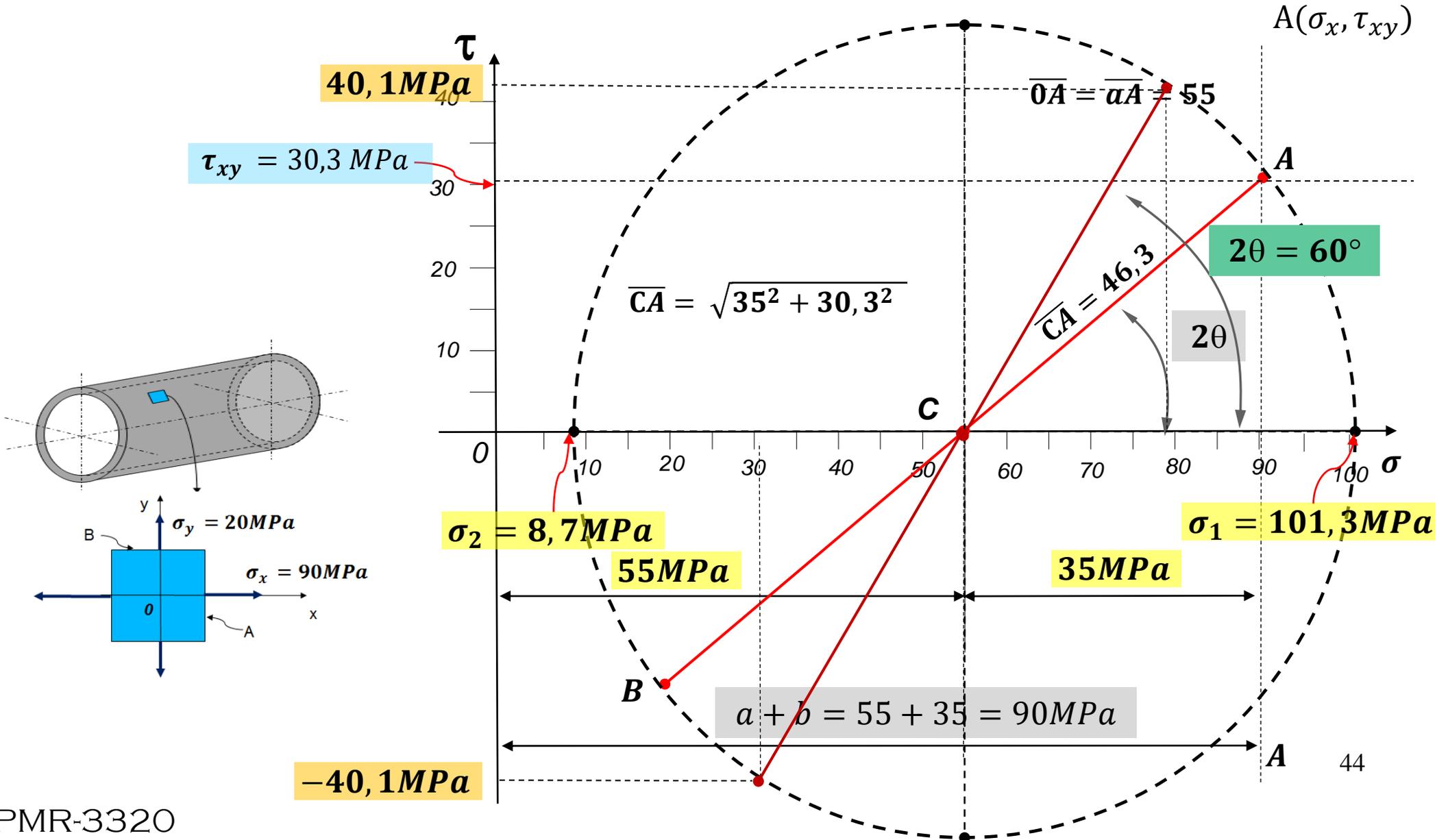


Exemplo 1



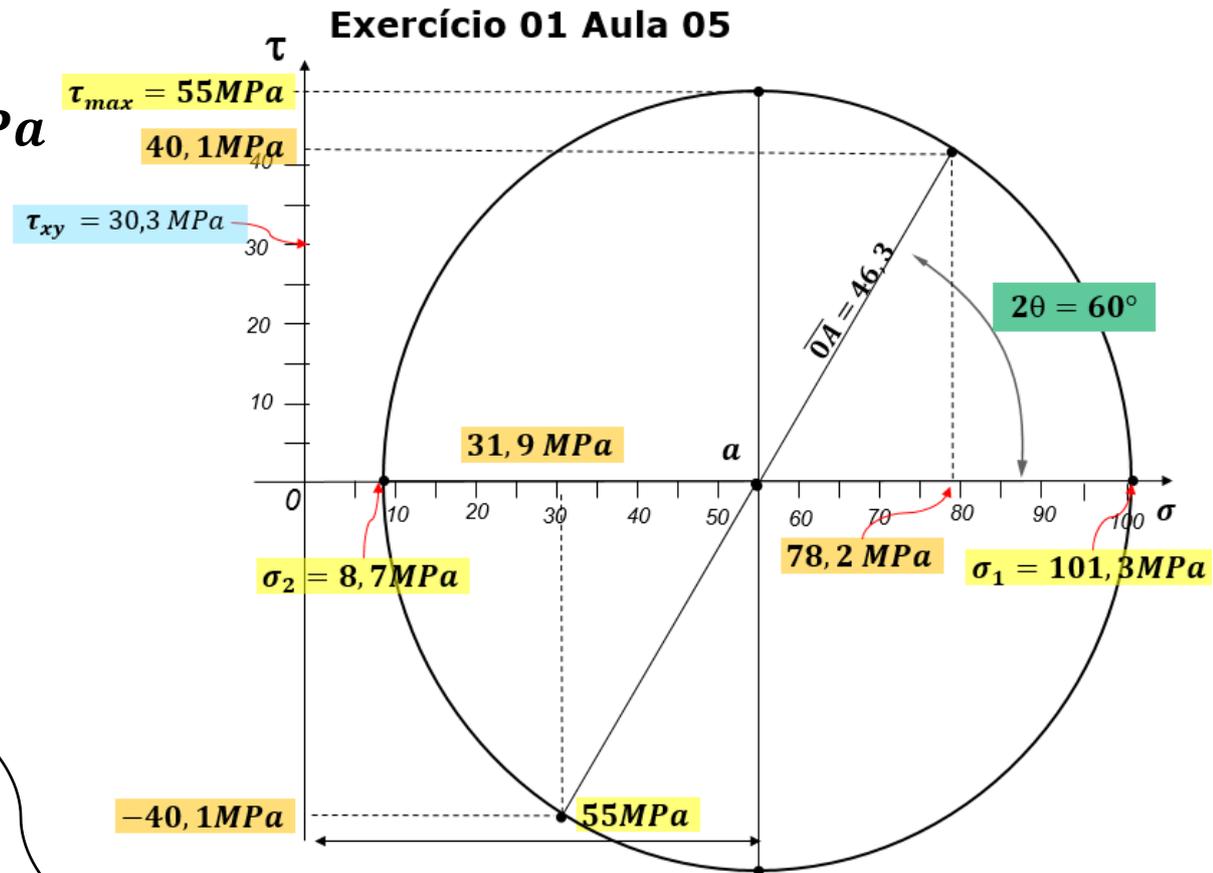
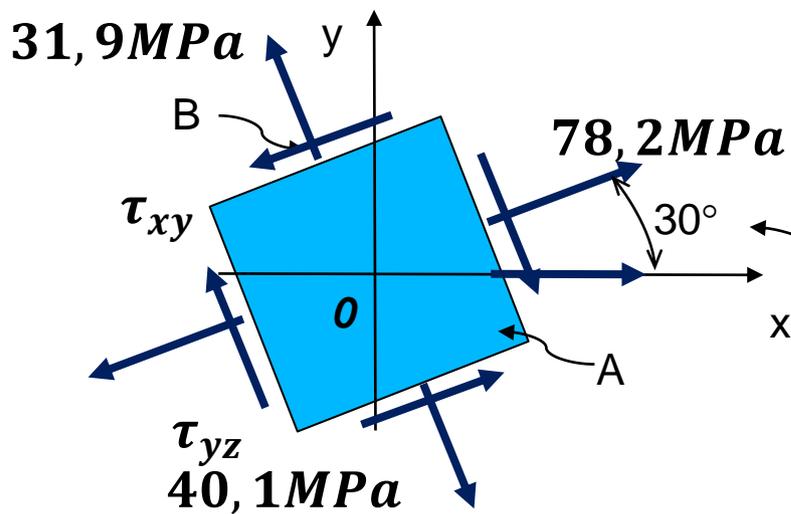
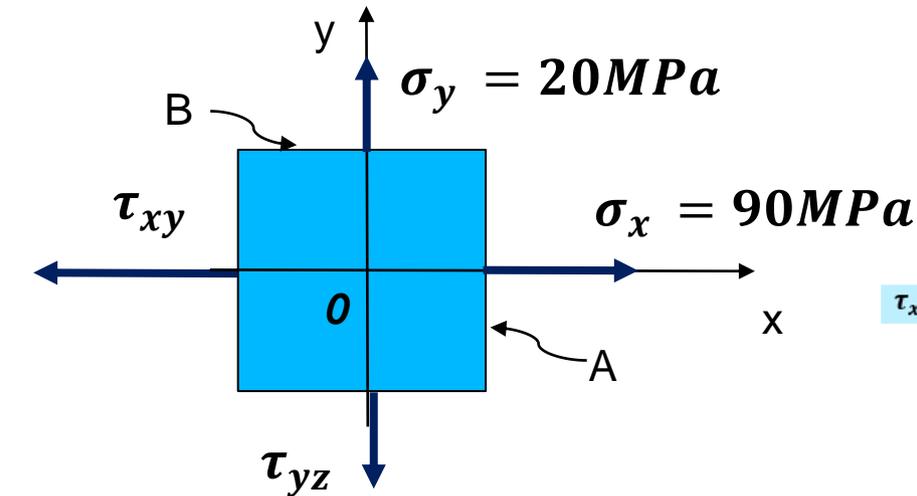


Exemplo 1





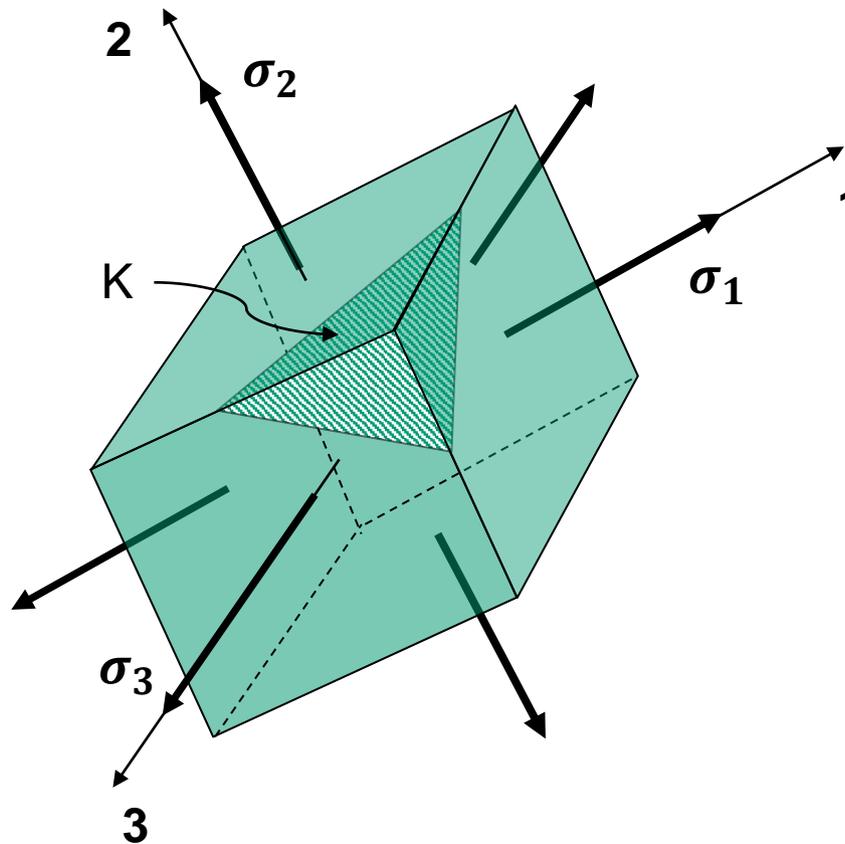
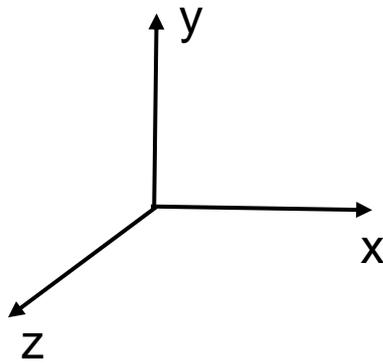
Exemplo 1



mostre um desenho do elemento orientado. 45

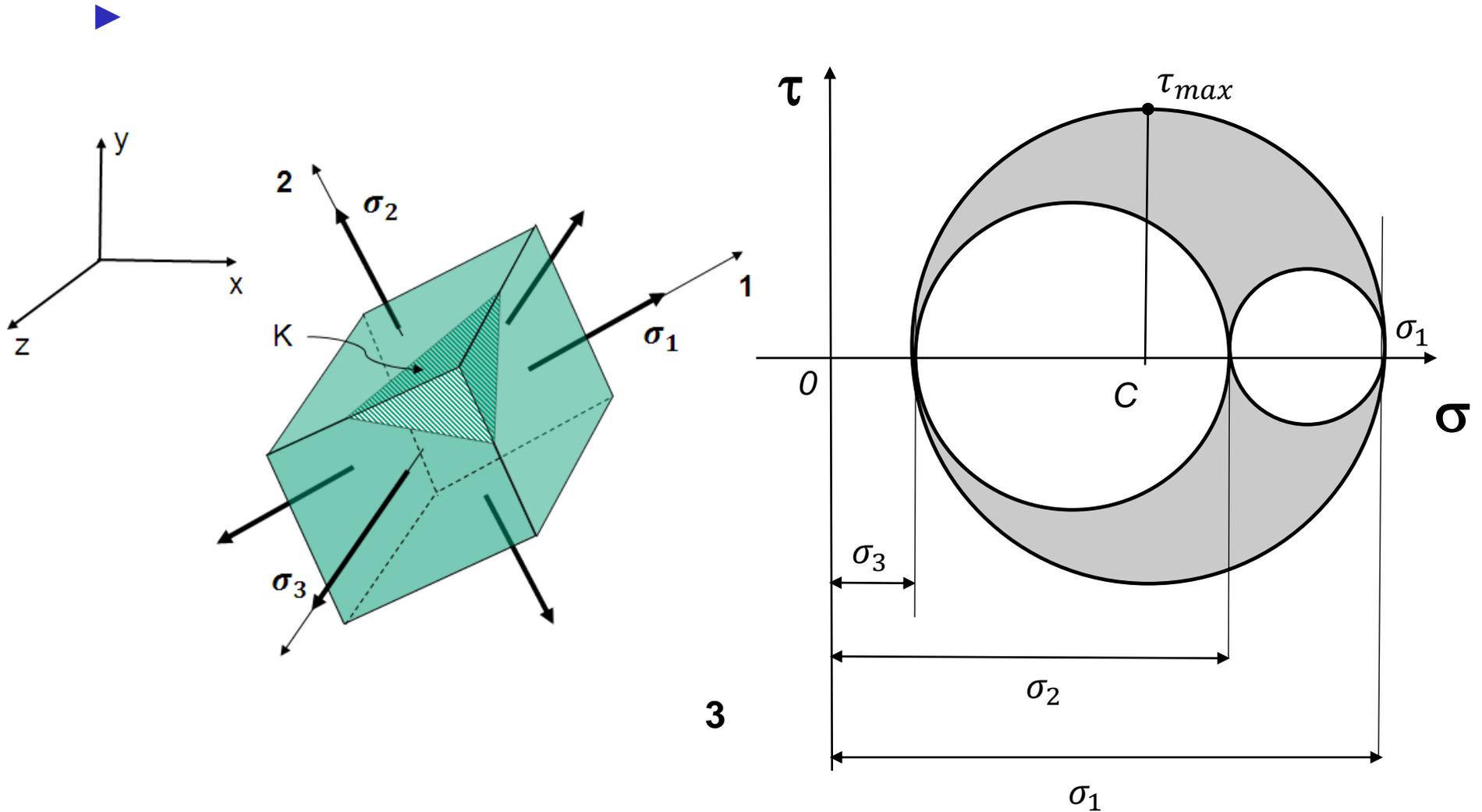


Círculo de Mohr para o estado geral de tensões





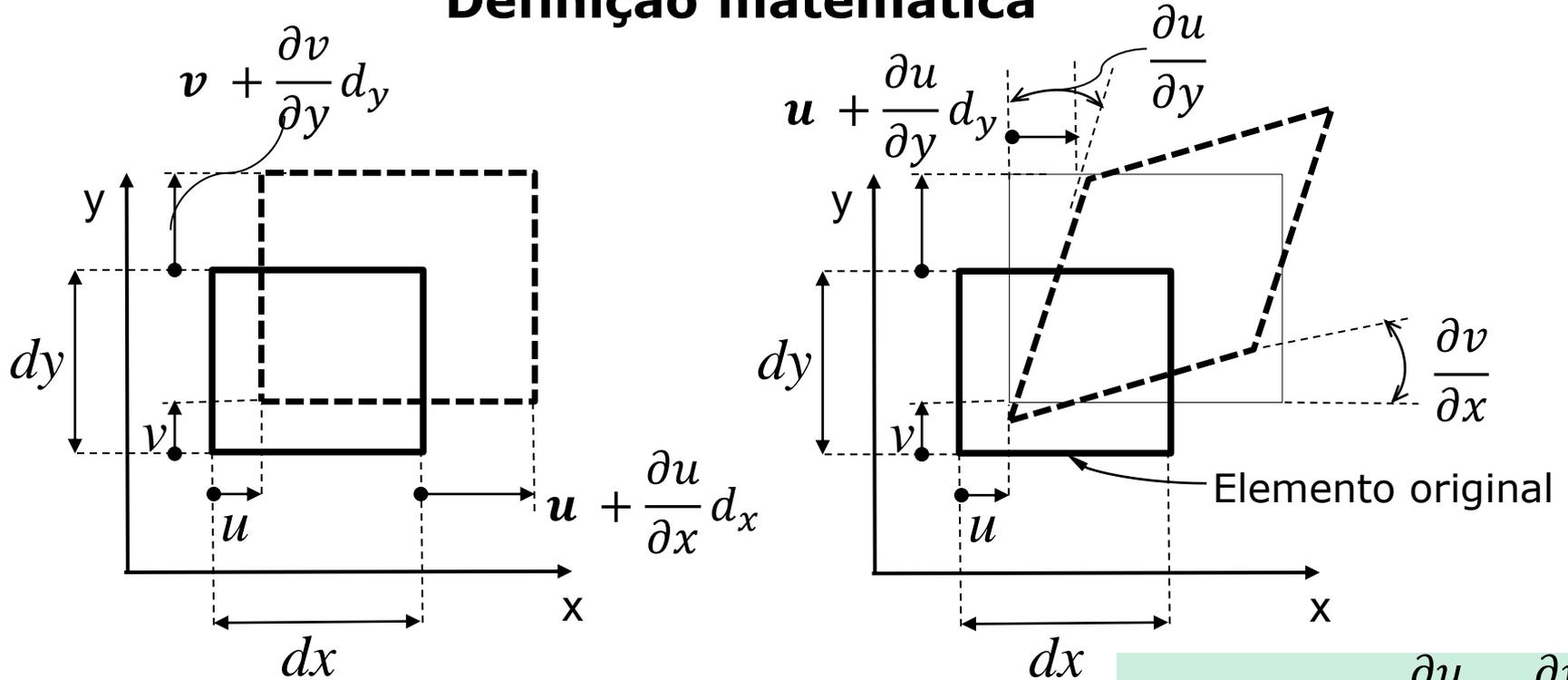
Círculo de Mohr para o estado geral de tensões





Deformação

Definição matemática



$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

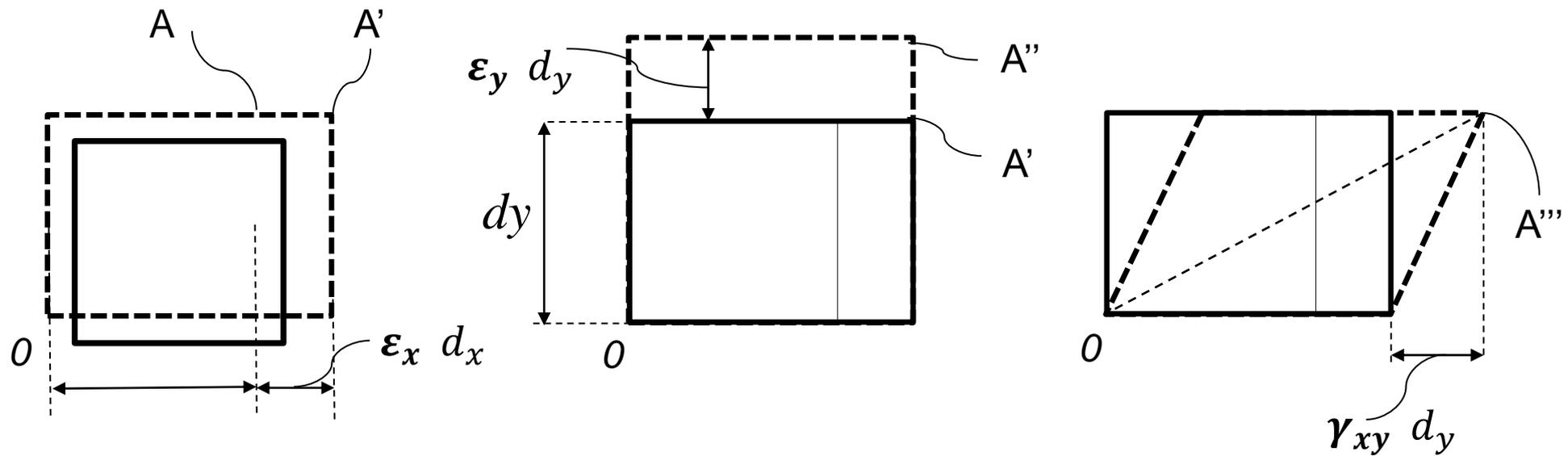
$$\gamma_{xz} = \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\gamma_{yz} = \gamma_{zy} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}$$



Equação para transformação de Deformação Plana

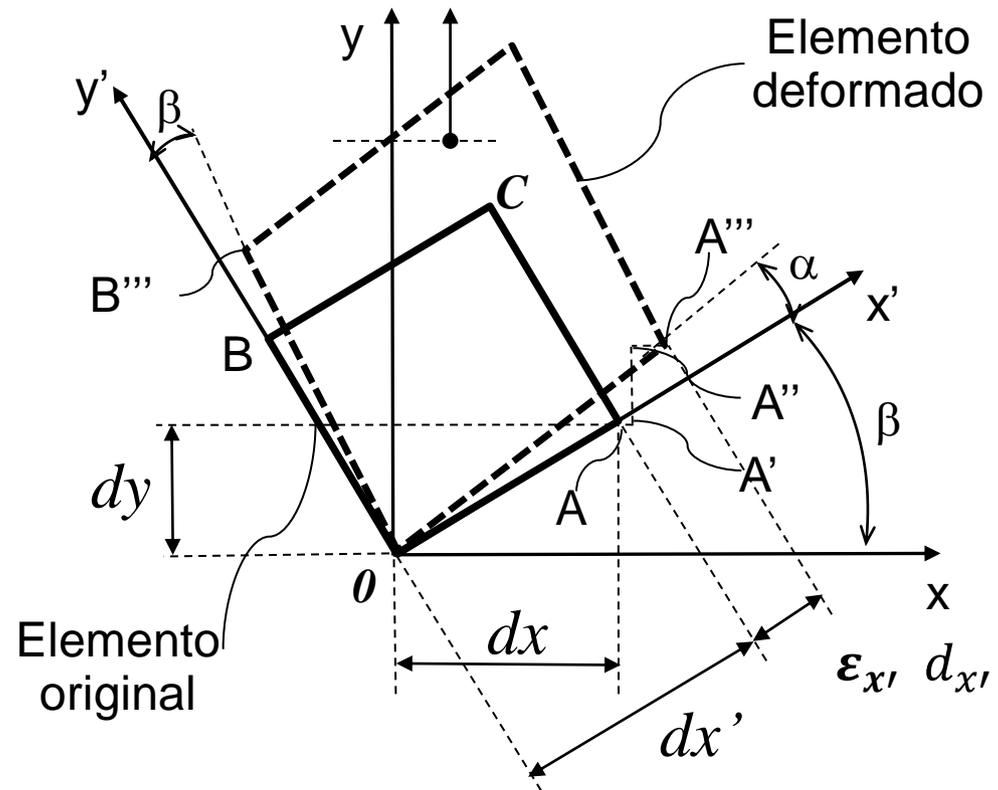
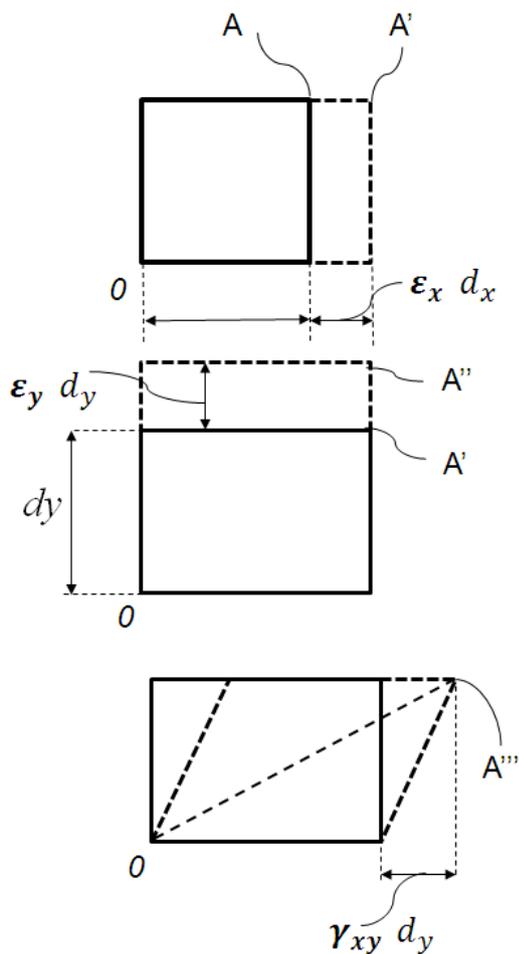
Definição





Equação para transformação de Deformação Plana

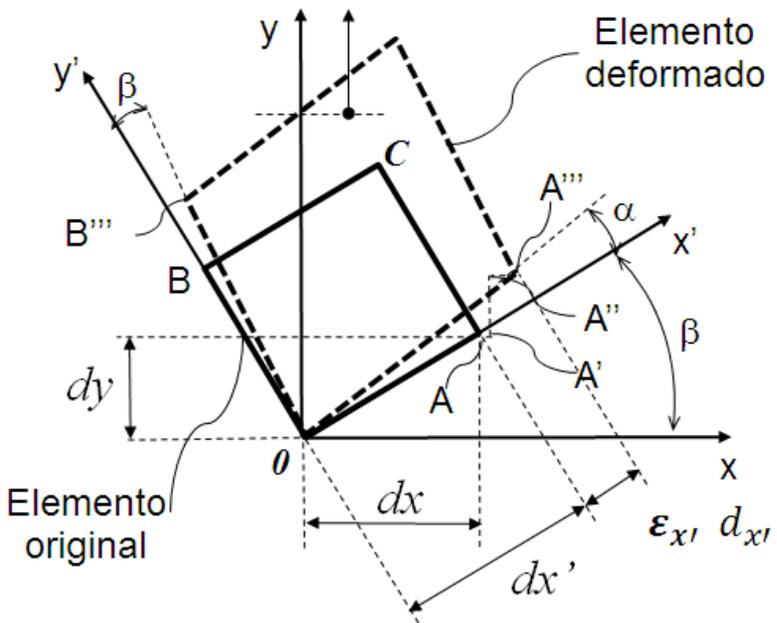
Definição





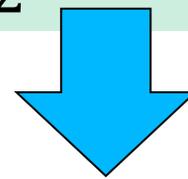
Equação para transformação de Deformação Plana

Definição



$$\epsilon_{x'} = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \cdot \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \cdot \sin 2\theta$$

$$\frac{\gamma_{x'y'}}{2} = \frac{-(\epsilon_x - \epsilon_y)}{2} \sin 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \cos 2\theta$$

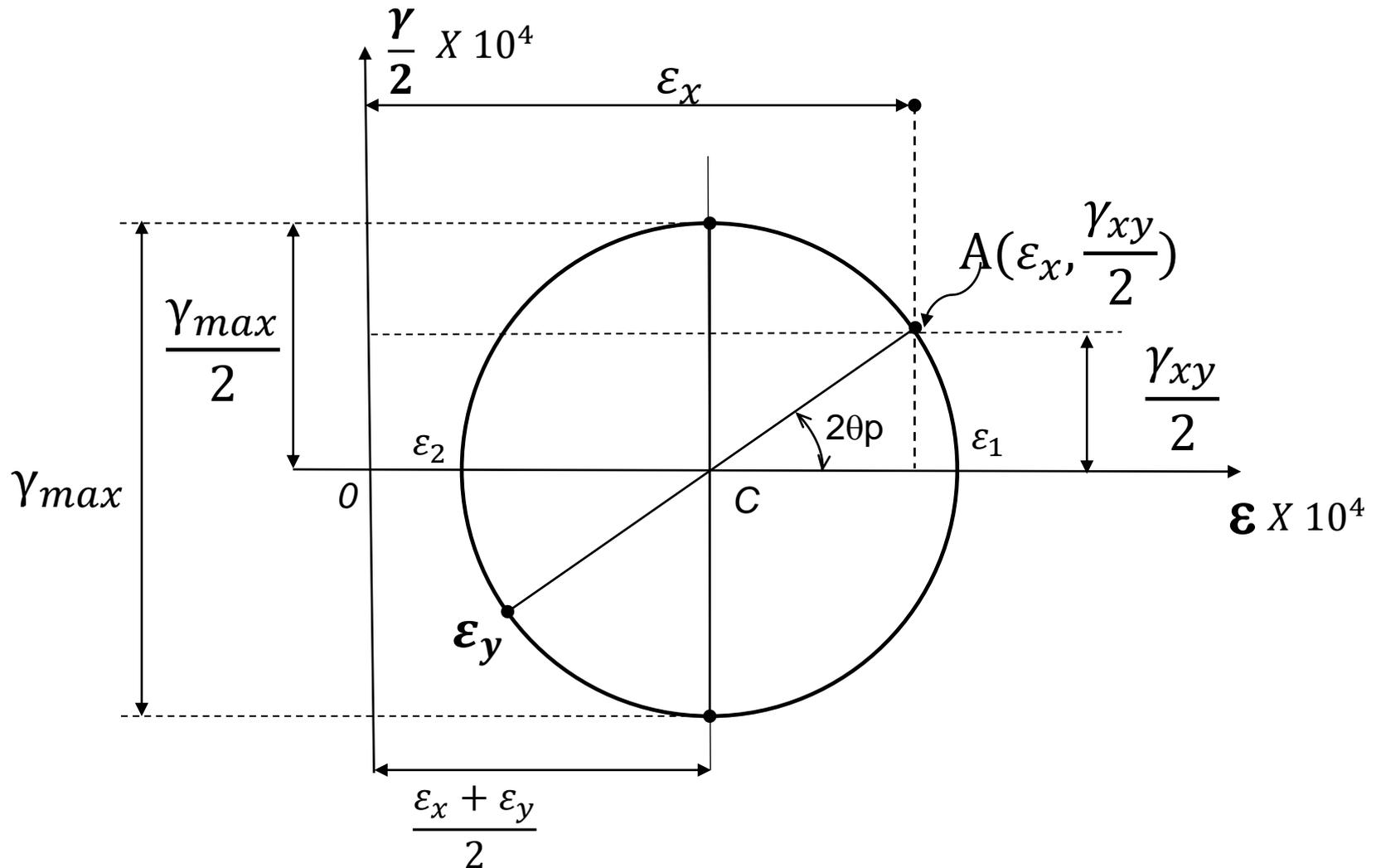


$$(\epsilon_{x'})_{\frac{min}{max}} = \epsilon_1 \text{ ou } \epsilon_2 = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}$$

$$\tan 2\theta = \frac{\gamma_{xy}}{(\epsilon_x - \epsilon_y)}$$



Círculo de Deformação Mohr





Relações entre as tensões principais e deformações

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_2}{E}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \nu \frac{\sigma_1}{E}$$

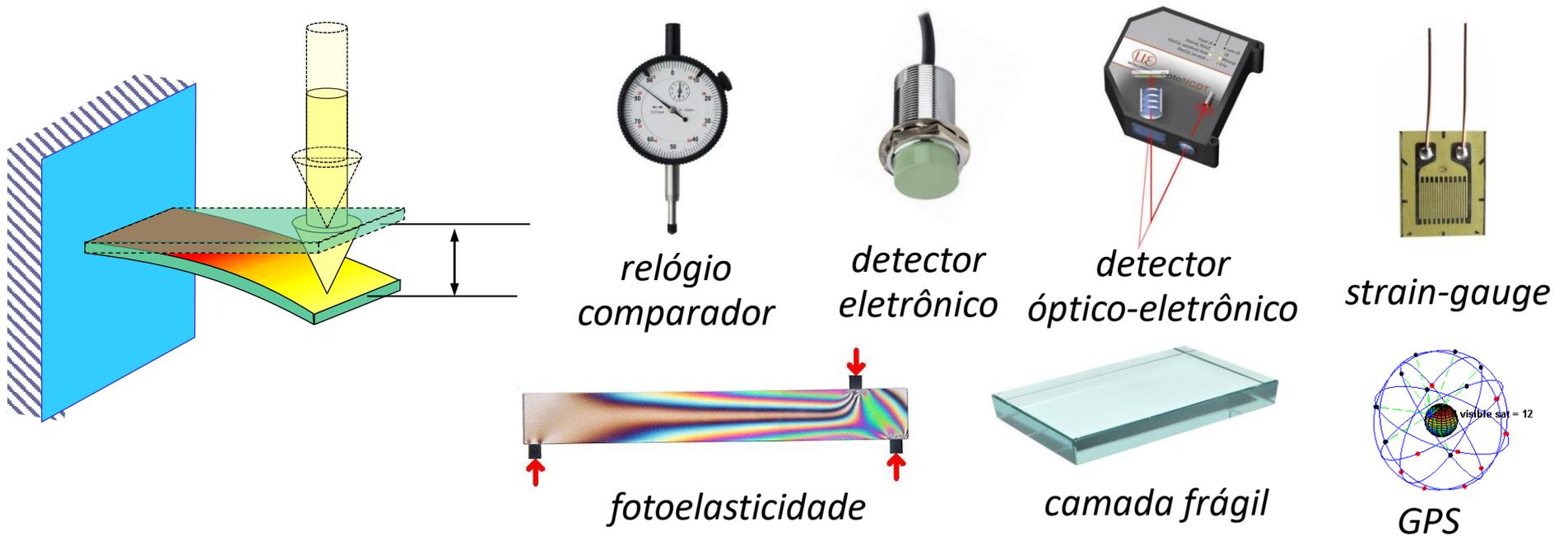
$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_1 + \nu \varepsilon_2)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_2 + \nu \varepsilon_1)$$



Medição de tensões e deformações

Em muitas situações de engenharia conhecer ou monitorar o nível de deformação é de extrema importância, e pode ser realizado de diversas formas.

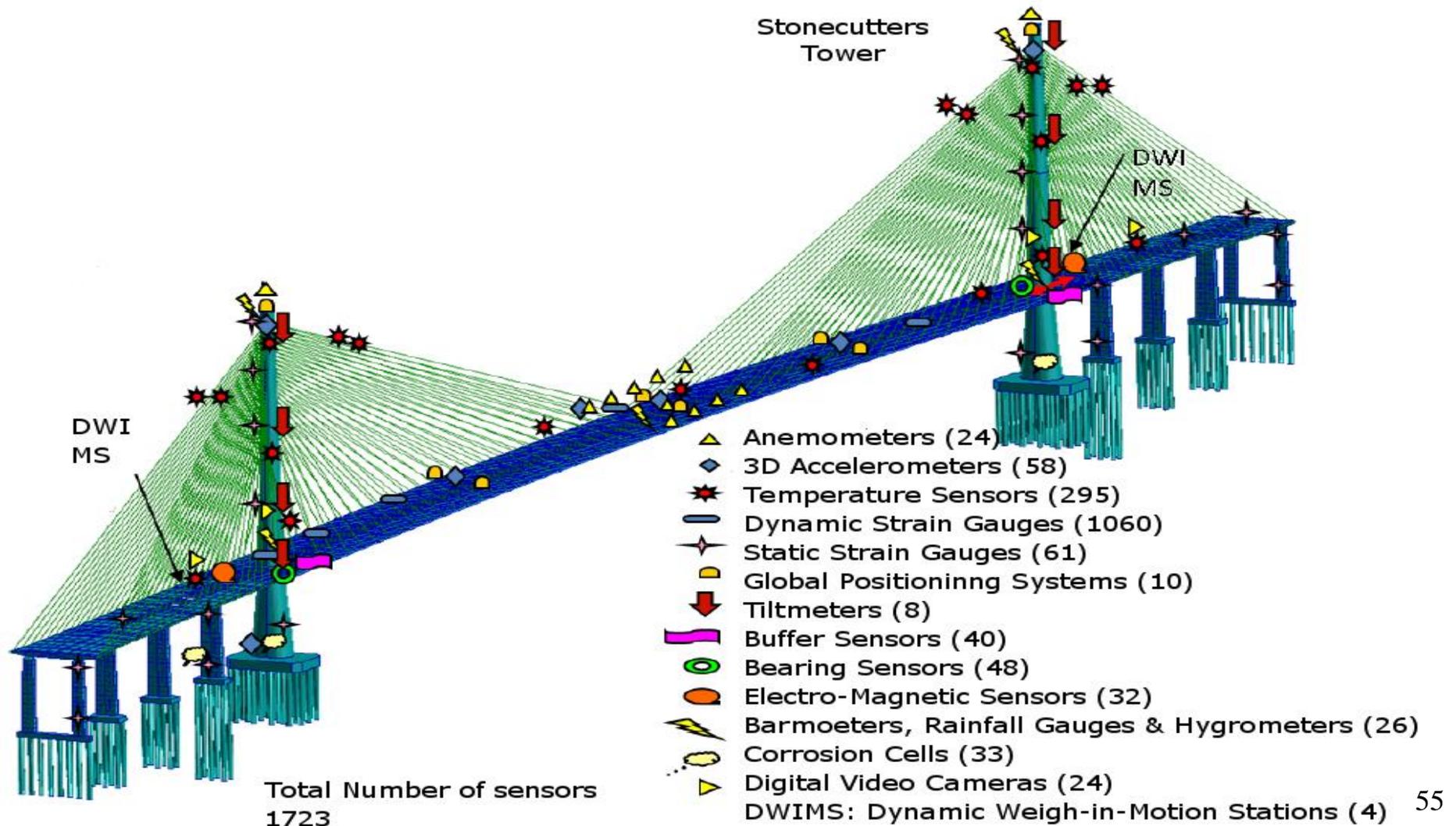


Tudo depende da amplitude e da precisão



Medição de tensões e deformações

Exemplo



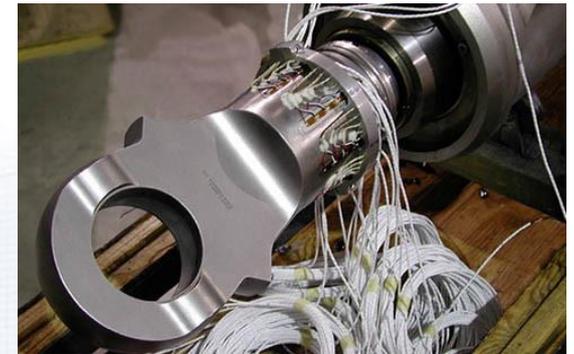


Medição de tensões e deformações Extensometria

A extensometria é uma técnica utilizada para a análise experimental de tensões e deformações em estruturas dos mais diversos tipos.



<https://www.hbm.com/en/6711/webinar-mechanical-aircraft-testing-mgcpplus-new-features-june-27/>



<https://strainbond.com/applications>



56

http://www.marshinst.com/instrumentation_services-14.html



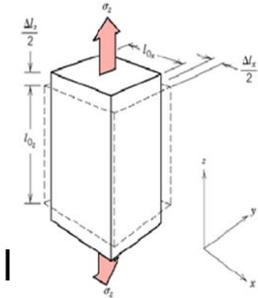
Medição de tensões e deformações

Extensômetro

Extensômetros são sensores cujo o princípio de funcionamento esta baseado na alteração da resistência elétrica de um corpo condutor geometricamente definido é proporcional ao comprimento e inversamente proporcional a área da seção transversal.

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

Onde: R = Resistência elétrica
L = comprimento
A = área da seção transversal
 ρ = constante de resistividade do material



- O aumento da deformação aumenta do comprimento (L) e diminuição da seção transversal (A) – Lei de Hooke – levam a um aumento da resistência elétrica (R)
- Para a maioria dos materiais o aumento da deformação leva ao aumento da resistividade elétrica (ρ)
- A temperatura constante a resistência do corpo aumenta linearmente com a deformação

$$S \varepsilon_a = \frac{\delta R}{R}$$

Onde: S = fator adimensional de extensometria (*strain gage factor*)

Usualmente S = 2 para extensômetros comerciais



Medição de tensões e deformações

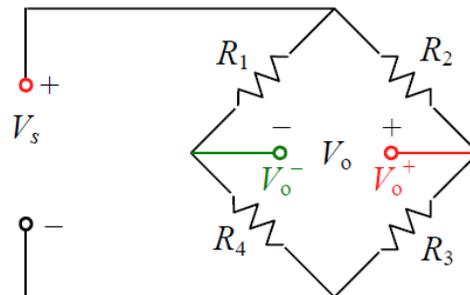
Extensômetro

A resistência elétrica típica de Extensômetros comerciais são 120Ω ou 350Ω , considerando que as deformações típicas em elementos de máquina na ordem de $10^{-6} < \varepsilon_a < 10^{-3}$, e o fato de extensometria de $S = 2$.

Temos:
$$S\varepsilon_a = \frac{\delta R}{R} \Rightarrow \delta R = R \cdot S\varepsilon_a \Rightarrow 0,00024\Omega < \delta R < 0,24\Omega$$

Então $\delta R/R$ é muito pequeno, o que é difícil de medir.

Ponte de Wheatstone

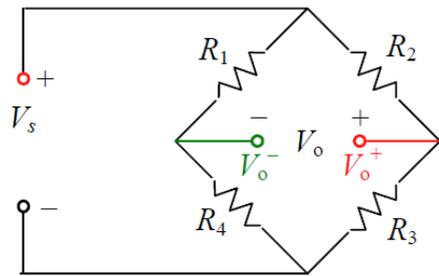


$$V_o = V_s \frac{R_3 R_1 - R_4 R_2}{(R_2 + R_3)(R_1 + R_4)}$$

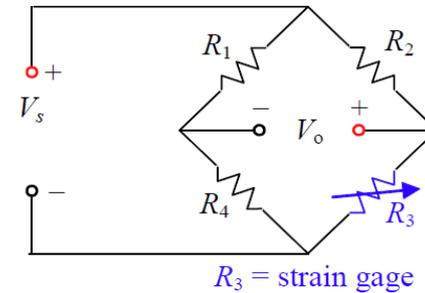


Medição de tensões e deformações Extensômetro

Ponte de Wheatstone



$$V_o = V_s \frac{R_3 R_1 - R_4 R_2}{(R_2 + R_3)(R_1 + R_4)}$$

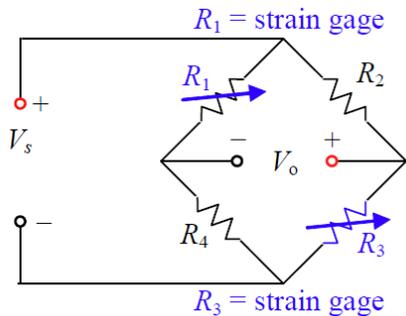


$$V_o \approx V_s \frac{\delta R_3 \cdot R_1}{(R_2 + R_{3,initial})(R_1 + R_4)}$$

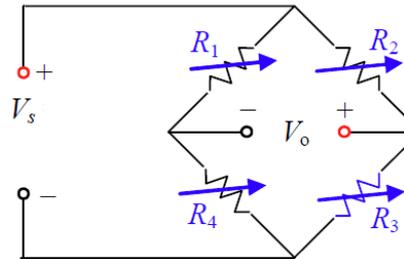
$$\varepsilon_a \approx \frac{V_o}{V_s} \frac{1}{S} \frac{(R_2 + R_{3,initial})^2}{R_2 R_{3,initial}}$$

n = 1

$$\varepsilon_a \approx 4 \frac{V_o}{V_s} \frac{1}{S}$$



n = 2



n = 4

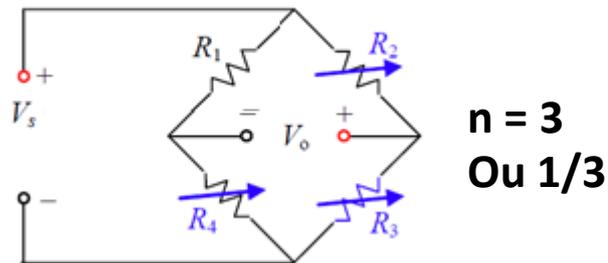
$$\varepsilon_a \approx \frac{4}{n} \frac{(V_o - V_{o,reference})}{V_s} \frac{1}{S}$$

$$V_o \approx V_{o,reference} + \frac{n}{4} \varepsilon_a S V_s$$

n = número de extensômetros ativos na ponte

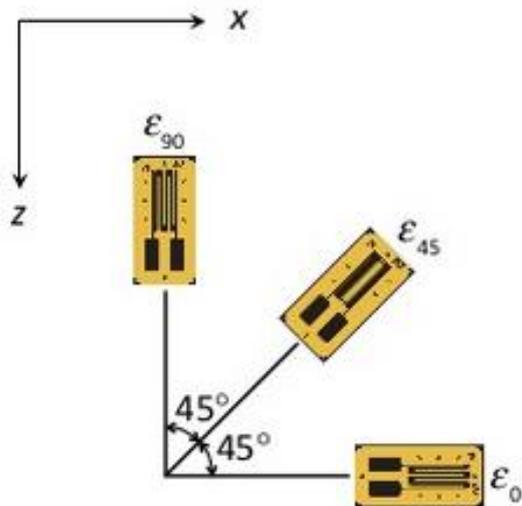


Medição de tensões e deformações Roseta de deformação



$n = 3$
Ou $1/3$

45° ('Corner') Rosette



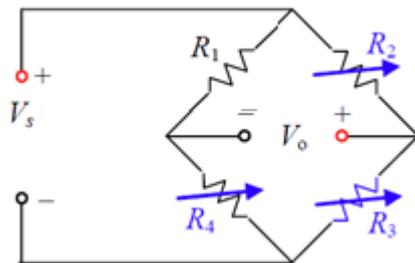
- A roseta de deformação parte do princípio que três pontos não colineares definem um, e somente um, círculo.
- Esta permite a definição dos pontos a partir das tensões normais em três direções.
- Assim o uso da roseta de deformação permite definir um único círculo de Mohr de deformação.
- Para este caso específico

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_x = \epsilon_{0^\circ} \\ \epsilon_y = \epsilon_{90^\circ} \\ \gamma_{xy} = \epsilon_{0^\circ} + \epsilon_{90^\circ} - 2 \cdot \epsilon_{45^\circ} \end{array} \right.$$



Medição de tensões e deformações

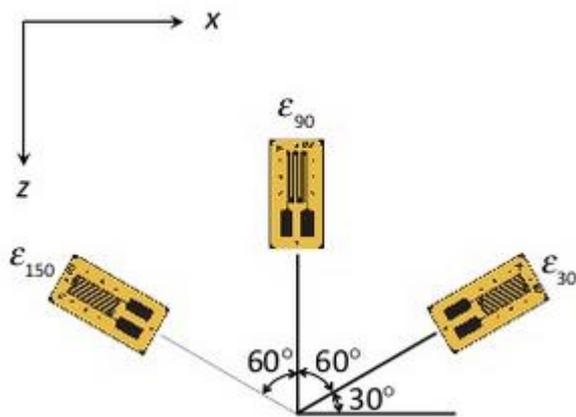
Roseta de deformação



$n = 3$
Ou $1/3$

- Outra configuração para a roseta de deformação é a de 60° ou Delta
- Para este caso específico as equações de deformação ficam:

• 60° ('Delta') Rosette



$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_x = \frac{2}{3} \left(\epsilon_{30^\circ} - \frac{\epsilon_{90^\circ}}{2} + \epsilon_{150^\circ} \right) \\ \epsilon_y = \epsilon_{90^\circ} \\ \gamma_{xy} = \frac{2}{\sqrt{3}} (\epsilon_{150^\circ} - \epsilon_{30^\circ}) \end{array} \right.$$



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

FIM