

GABARITO SEMANA 4
Monitora: Adriana Jacoto Unger

0.5 Pontos

Questão 1

Demonstrar que 2^{n+1} é $\Omega(2^n)$

Solução 1:

Dadas as funções $T(n) = 2^{(n+1)}$ e $f(n) = 2^n$, desejamos encontrar $c = ?$ e $n_0 = ?$, tal que $T(n) \geq c * f(n)$

$$2^{n+1} \geq 2 * 2^n \text{ para todo } n \geq 0$$

logo $c = 2$ e $n_0 = 0$

Solução 2:

Dadas as funções $T(n) = 2^{(n+1)}$ e $f(n) = 2^n$, desejamos encontrar $c = ?$ e $n_0 = ?$, tal que $T(n) \geq c * f(n)$

$$2^{n+1} \geq 2 * 2^n \geq 1 * 2^n \text{ para todo } n \geq 0$$

logo $c = 1$ e $n_0 = 0$

Solução 3:

Será demonstrado por indução que 2^{n+1} é $\Omega(2^n)$ para $c=1$ e $n_0=1$, isto é $2^{(n+1)} \geq 1 * 2^n$ para todo $n \geq 1$.

(i) PASSO BASE: Para $n=1$, $2^2 \geq 2^1$, $4 \geq 2$ (VERDADEIRO)

(ii) PASSO INDUTIVO: Para $k \geq 2$, fazemos a suposição que a propriedade é válida para $n=k-1$, isto é

$$2^k \geq 2^{(k-1)}$$

multiplicando ambos lados por 2, temos:

$$2 * (2^k) \geq 2 * (2^{(k-1)})$$

$$2^{k+1} \geq 2^k$$

Dessa forma, conclui-se que $2^{(n+1)} \geq 2^n$ para todo $n \geq 1$ e, portanto, 2^{n+1} é $\Omega(2^n)$, com $c = 1$ e $n_0 = 1$.

Observação: Pode-se usar também $n_0 = 0$. Pode ser usado também $c=2$.

Questão 2

0.2 Pontos

Determine se a sentença é verdadeira(V) ou falsa(F):

Seja $T(n)$ o número de operações de multiplicação realizadas pelo algoritmo que multiplica as matrizes A e B de tamanho $n \times n$. Pode-se afirmar que $T(n) = n^3$, $T(n)$ é $O(n^3)$, $T(n)$ é $\Omega(n^3)$ e $T(n)$ é $\Theta(n^3)$.

Multiplica(A, B, n)

para $i=1$ até n

 para $j=1$ até n

$C[i,j] = 0$
para $k=1$ até n
 $C[i,j] = C[i,j] + A[i,k] * B[k,j]$

devolva C
(V)

0.3 Pontos

Questão 3

Determine se cada sentença é verdadeira(V) ou falsa(F):

(V) $n + 1000$ é $O(n)$

(F) $100n^2 + 10000000$ é $\Omega(n^2 \lg n)$

(F) 3^n é $O(n)$