

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO - EACH**  
SIN5013 EXEMPLO DE PROVA DO CONTEÚDO SEMESTRAL

PROFESSORA: Karina Valdivia Delgado  
Programa de Pós-graduação em Sistemas de Informação  
Nome:  
Número USP:

---

1. Mostre que  $O(\log n^k) = O(\log n)$ , em que  $k$  é uma constante.
2. Resolva a equação de recorrência abaixo de maneira exata. Você pode supor que  $n = 2^k$  para algum inteiro positivo  $k$ .

$$T(1) = 1$$

$$T(n) = 3T(n/2) + 3n$$

3. Considere o seguinte algoritmo recursivo para calcular o máximo de um vetor  $v[p \dots r]$ .

Algoritmo Máximo ( $v, p, r$ )

1. **se**  $p = r$
2.     **então devolva**  $v[p]$
3.     **senão**  $q \leftarrow \lfloor (p+r)/2 \rfloor$
4.          $m1 \leftarrow$  Máximo ( $v, p, q$ )
5.          $m2 \leftarrow$  Máximo ( $v, q + 1, r$ )
6.         **se**  $m1 > m2$
7.             **então devolva**  $m1$
8.             **senão devolva**  $m2$

Seja  $C(n)$  o número de comparações executadas na linha 6 do algoritmo por uma chamada de Máximo( $v, p, r$ ), onde  $n = r - p + 1$ . Encontre a equação de recorrência, isto é deduzo do algoritmo uma recorrência que defina  $C(n)$ . Não é necessário resolver a equação, apenas identificá-la.

4. Dadas duas listas ordenadas  $A$  e  $B$  de elementos distintos, contar quantos elementos de  $A$  são também elementos de  $B$ . Apresente um algoritmo baseado em comparações que leve **tempo linear** no total de elementos das duas listas. Justifique a sua resposta.

5. Considere árvores binárias em que cada nó tem um campo *chave* para a chave, os campos *esq* e *dir* que apontam para os filhos esquerdo e direito, respectivamente, e um campo *pai* que deve apontar para o pai.

(a) Descreva um algoritmo que, recebendo um apontador para a raiz de uma tal árvore (em que o campo *pai* não foi preenchido), preenche o campo *pai* de todos os nós corretamente.

(b) Qual a complexidade de seu algoritmo?

6. Suponha que o algoritmo de busca em largura é executado com o vértice  $m$  sendo a origem para a busca. Suponha outros dois vértices:  $a$  e  $b$ . Se existe exatamente um caminho de  $m$  até  $a$  de tamanho 3, e exatamente um caminho de  $m$  até  $b$  de tamanho 5, então,  $b$  será localizado antes que  $a$  na busca em largura nesse grafo. Comente se a afirmação é verdadeira ou falsa. Apresente um contra-exemplo se falsa.