*Capítulo VII*

# A MATEMÁTICA ANTIGA

## 1. A Matemática na Grécia Antiga

A matemática grega, partindo de Tales de Mileto (c. 625-546 AEC) e Pitágoras de Samos (c. 575-495 AEC), se caracterizou pelo esforço de *demonstrar* de maneira rigorosa os seus resultados. Os pitagóricos, reunidos onde hoje é a Sicília, defendiam que todas as relações científicas eram expressas por meio de *números naturais* (1, 2, 3, ...) ou razões entre tais números, os chamados *números racionais*, ½, ¾, etc. Em consequência desta concepção, supunham que o espaço, o tempo e o movimento eram constituídos de elementos discretos.

Ao pitagórico Hipaso de Metaponto (nascido *circa* 500 AEC) é atribuída a descoberta dos *números irracionais*, como $\sqrt{2}$ , que seria a medida da diagonal de um quadrado de lado 1. Esta descoberta era vista como um problema para a filosofia pitagórica, e conta a lenda que Hipaso teria sido lançado ao mar por seus colegas, em represália.[34] Outro problema para a concepção pitagórica eram os paradoxos de Zenão de Eleia, discípulo de Parmênides (seção I.2), que ao argumentar que o movimento é impossível, punham em xeque a concepção de que o espaço e o tempo são divisíveis.

Os matemáticos gregos passaram a dividir a matemática na teoria dos números, que estuda entidades discretas ordenadas, e na geometria, que envolve o contínuo. Essa divisão transparece em *Os elementos*, obra escrita por Euclides de Alexandria em torno de 300 AEC, que mencionaremos na seção VII.3. O número 0 não estava presente, e só foi introduzido na Índia, onde se usava o sistema numérico posicional, juntamente com os *números negativos*, pelo matemático Brahmagupta, em 628 EC.

## 2. Platão e a Matemática

Na segunda metade do séc. V AEC, três fatores influenciaram o desenvolvimento do pensamento grego: 1) A expansão da educação, associada ao movimento dos sofistas, que ensinavam qualquer matéria, além das já tradicionais gramática, música e poesia, em troca de dinheiro. 2) Uma virada das preocupações com a filosofia da natureza para a *ética*, feita por Sócrates e por muitos sofistas, como Protágoras. 3) Atenas tornou-se o principal centro intelectual da Grécia.

Platão de Atenas (428-347 AEC) herdou a preocupação moral de seu mestre, Sócrates, mas também fez contribuições importantes para a ciência. Fundou sua Academia em torno de 380 AEC, que agregou vários matemáticos, astrônomos e filósofos importantes. Apesar de se dedicar pouco a áreas particulares da ciência, Platão contribuiu de maneira significativa para a filosofia da ciência.

Em *A república*, Platão descreveu a educação do filósofo-rei, que deveria governar a república, e salientou a importância da razão sobre a sensação. A astronomia platônica, por exemplo, seria uma astronomia abstrata, matemática. Sua abordagem de matematização da ciência vinha junto com um desprezo pela observação, mesmo em uma ciência como a acústica. Nesta obra, há uma célebre análise[35] de quatro tipos de conhecimento, representados como

---

[34] Muitos detalhes da história da matemática podem ser obtidos de: EVES, H. (2004), *Introdução à história da matemática*, trad. H.H. Domingues, Ed. Unicamp, Campinas (original em inglês: 1964). Sobre Hipaso, ver p. 107.

[35] PLATÃO (1965), *A república*, trad. J. Guinsburg, vol. 2, DIFEL, São Paulo (orig.: c. 380-360 AEC), pp. 97-104 (509c-511e).

divisões de uma linha (Fig. VII.1). A mera opinião abarca o reino do sensível, e engloba o conhecimento de sensações ou imagens sensíveis, e de objetos tidos como existentes no mundo material. Porém, a verdadeira ciência se daria na matemática. Esta, porém, pode estar restrita a instâncias de figuras geométricas, postuladas como “hipóteses”. Acima desta estaria a ciência das formas puras.

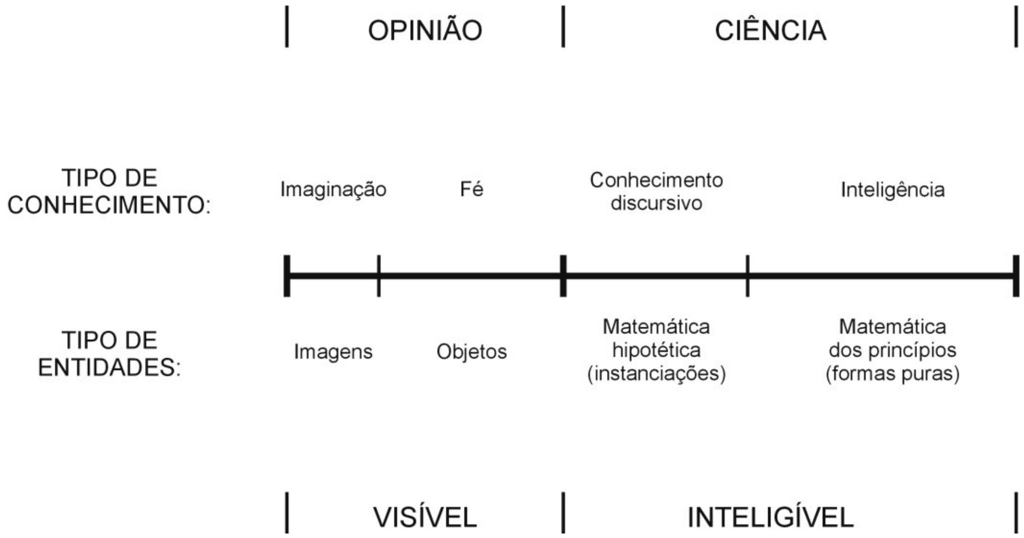



*Figura VII.1: Linha dos diferentes tipos de conhecimento, segundo Platão na* República.

Um exemplo de forma pura seria a “triangularidade”, a essência de todos os triângulos. Ao passo que cada instância de triângulo ou é isóscele (pelo menos dois lados iguais), ou é escaleno (nenhum lado igual), à triangularidade não se pode atribuir nenhuma dessas duas propriedades. Haveria, porém, propriedades atribuíveis à triangularidade, como a soma dos ângulos internos ser 180°.

No *Timeu*, Platão apresenta uma cosmologia que parte da distinção entre o mundo mutável do vir-a-ser e as “formas” que existiriam de maneira eterna. Os problemas da física do vir-a-ser não podem ser resolvidos por métodos observacionais: tal atividade não passaria de mera “recreação”. A cosmologia de Platão envolve as formas puras, as entidades particulares que são modeladas de acordo com as formas, e uma teleologia (seção IV.4), personificada por um demiurgo, o artesão divino, que imporia ordem à matéria. Tal demiurgo não seria onipotente e nem teria criado o mundo.

Com relação à constituição da matéria, tomou os quatro elementos de Empédocles e os identificou com quatro sólidos regulares (Fig. VII.2): fogo → tetraedro; ar → octaedro; água → icosaedro (20 faces); terra → cubo; o quinto sólido regular, o dodecaedro (12 faces) podia ser associada à matéria celeste. Como tais sólidos podem ser construídos a partir de unidades mais básicas (assim como as faces podem ser construídas de triângulos), Platão sugeriu explicações para algumas transformações na natureza. Por exemplo, a água se transforma em vapor porque o icosaedro da água (20 triângulos) se transformaria em dois octaedros (8 triângulos cada) de ar e um tetraedro (4 triângulos) de fogo.

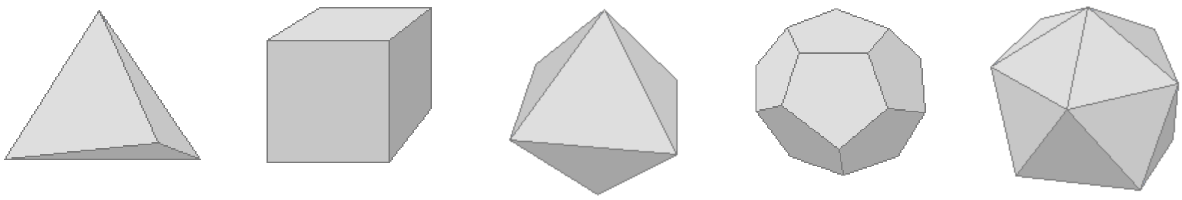



*Figura VII.2: Os cinco poliedros regulares em três dimensões.*[36]

Platão, desta maneira, deu um passo a mais no atomismo antigo, introduzindo uma descrição geométrica precisa dos átomos, e descrevendo as mudanças por meio de fórmulas matemáticas. Platão, porém, não aceitava o vácuo de Leucipo e Demócrito. De qualquer forma, o destaque que Platão deu às *simetrias* das formas puras, como princípio explicativo da natureza, encontraria eco na física teórica do séc. XX.[37]

No Cap. VIII examinaremos o estímulo que Platão deu ao projeto de "salvar as aparências" do movimento dos corpos celestes, usando exclusivamente *movimentos circulares uniformes*, que considerava o mais perfeito.

## 3. A Axiomatização da Geometria de Euclides

A grande novidade da matemática grega do séc. V AEC havia sido a busca de demonstrações rigorosas de teoremas. Dentro desta tradição, o mais antigo texto que chegou até nós de maneira integral foram *Os elementos* de Euclides, escrito em torno de 300 AEC em Alexandria. Ele reuniu os trabalhos de Eudoxo, Teeteto e outros matemáticos, sistematizou-os, melhorou as demonstrações, e coligiu sua obra de acordo com o *método axiomático*, que já havia sido utilizado, mas que ele levou ao extremo. Além de *Os elementos*, que possui 13 volumes versando sobre geometria plana, teoria dos números e geometria sólida, Euclides escreveu sobre astronomia, óptica e teoria musical.

Em *Os elementos*, Euclides partiu de definições, opiniões comuns (axiomas, ou princípios auto-evidentes) e postulados (como as suposições geométricas). O número 1 foi tratado como a "unidade", e os outros como "números" propriamente ditos, refletindo a noção parmenidiana de que o uno é indivisível. Passou então a demonstrar teoremas e a resolver problemas de construção. Dois métodos de argumentação se destacavam: o *método da exaustão* (devido a Eudoxo), que é exemplificado pela obtenção (aproximada) da área de um círculo pela geração de polígonos regulares inscritos com cada vez mais lados; e o *método da redução ao absurdo*, no qual nega-se a tese a ser provada e deduz-se uma contradição ou absurdo (por exemplo, a tese de que o número de primos é infinito).

---

[36] A figura foi retirada do seguinte sítio: http://www.jimloy.com/geometry/hedra.htm . Como curiosidade, vale mencionar que o matemático suiço Ludwig Schläfli provou em 1852 que em quatro dimensões euclidianas há seis "polítopos" regulares! Ver o sítio: http://mathworld.wolfram.com/PlatonicSolid.html .

[37] Isso tornou-se claro a partir da década de 1960, quando a hipótese do "quark" foi formulada a partir de considerações de simetria para as partículas elementares. O físico Werner Heisenberg exprimiu essa prioridade das simetrias da seguinte maneira: "Nossas partículas elementares são comparáveis aos corpos regulares do *Timeu* de Platão. São os modelos originais, as ideias de matéria. [...] 'No começo era a simetria' é, certamente, uma expressão melhor do que o 'No começo era a partícula', de Demócrito." HEISENBERG, W. (1996), *A parte e o todo*, Contraponto, Rio de Janeiro, pp. 278-9 (orig. em alemão: 1969).

Euclides partiu de 23 definições, como a de *ponto*, que é "aquilo que não tem partes", e *reta*, que é "um comprimento sem espessura [...] que repousa equilibradamente sobre seus próprios pontos". Em 1899, o alemão David Hilbert reformularia a axiomatização da geometria plana sem partir de definições primitivas: "ponto" e "reta" seriam definidos implicitamente pelos postulados.

Os cinco *axiomas* usados por Euclides, em notação moderna, são:

**A1**) Se $A=B$ e $B=C$, então $A=C$.
**A2**) Se $A=B$ e $C=D$, então $A+C = B+C$.
**A3**) Se $A=B$ e $C=D$, então $A–C = B–C$.
**A4**) Figuras coincidentes são iguais em todos os seus aspectos.
**A5**) O todo é maior do que qualquer de suas partes próprias.

Os cinco *postulados* da geometria plana, usados tanto em demonstrações de teoremas quanto em construção de figuras, são:

**P1**) Dois pontos determinam um segmento de reta.
**P2**) Um segmento de reta pode ser estendido em qualquer direção.
**P3**) Dado um ponto, há sempre um círculo em que ele é centro, com qualquer raio.
**P4**) Todos os ângulos retos são congruentes.
**P5**) Se a soma dos ângulos *a* e *b* for menor do que dois ângulos retos, então os segmentos de reta *A* e *B* se encontram, se forem estendidos suficientemente (ver Fig. VII.3).

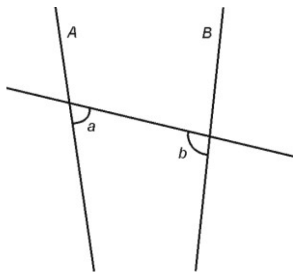


*Figura VII.3: Quinto postulado de Euclides.*

O postulado **P5** é logicamente equivalente à proposição de que, dados uma reta *A* e um ponto *P* fora dela, passa apenas *uma* reta por *P* que seja paralela a *A*. Veremos mais à frente como a discussão do quinto postulado levou no séc. XIX às geometrias não-euclidianas.

Com esses axiomas e postulados, deduz-se boa parte da geometria plana, como o teorema de Pitágoras. No entanto, a base de postulados *não* é completa. Por exemplo, Euclides supôs tacitamente que uma reta que passa pelo centro de um círculo passa também por dois pontos do círculo, mas isso não é dedutível da base de postulados! Além disso, muitas verdades geométricas que dependem da noção de *limite*, algumas das quais formuladas por Arquimedes, não são dedutíveis dos axiomas de Euclides.[38]

A geometria euclidiana foi o paradigma de conhecimento certo e verdadeiro, na ciência e filosofia, até o séc. XIX.

## 4. Análise e Síntese na Matemática

Nas demonstrações em matemática, utilizam-se dois procedimentos fundamentais conhecidos como "análise" e "síntese". Esta distinção era feita na época de Euclides, e foi sublinhada por Pappus de Alexandria (c. 300-350 EC) em seu comentário de *Os elementos*. A *síntese* consiste na demonstração de um teorema ("espécie teórica") ou na construção de uma figura geométrica ("espécie problemática"), partindo-se de elementos mais simples, e utilizando os

[38] O presente relato foi obtido de SKLAR, L. (1974), *Space, time, and spacetime*, U. California Press, Berkeley, pp. 13-6. O livro de Euclides está disponível na internet, ou como: EUCLIDES (1999), *Os elementos*, trad. I. Bicudo, Ed. da Unesp, São Paulo.

postulados e teoremas já provados para *deduzir* o resultado almejado. A *análise* é o processo inverso, partindo-se do resultado almejado (o enunciado de um teorema ou a figura construída) e buscando-se as construções e os teoremas já provados a serem usados na demonstração.[39]

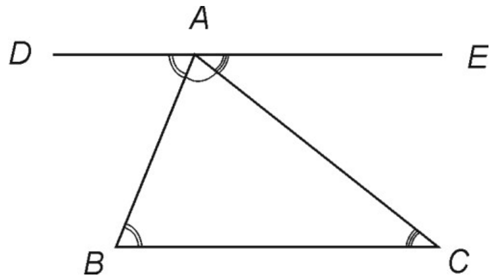



*Figura VII.4. Construção para mostra que a soma dos ângulos internos do triângulo é 180˚.*

Por exemplo, considere a tese de que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180˚. Desenha-se um triângulo de vértices *A*, *B* e *C*. E agora, o que fazer? Talvez traçar uma reta auxiliar DE passando por *A* que seja paralela ao lado BC. Ora, sabemos que a reta passando por *A* forma o ângulo raso de 180˚. Talvez possamos provar que a soma dos ângulos internos seja igual ao ângulo raso. Sim, usando o Teorema dos Ângulos Internos Alternados (Prop. 1.29 de Euclides), vemos na Fig. VII.4 que o ângulo DAB é congruente ao ângulo ABC, e que EAC é congruente a BCA. Pronto, terminamos com sucesso a *análise* do problema! Agora estamos em condição de demonstrar rigorosamente o teorema, partindo do triângulo, e da reta auxiliar DE. Esta etapa é a *síntese*, e é aquela que aparece nos *Elementos*.

É interessante comparar o método científico indutivo-dedutivo de Aristóteles (seção III.2), chamado resolutivo-compositivo na Idade Média (seção X.1), com o método analítico-sintético na matemática. A etapa da dedução das teorias científicas para as observações é muito semelhante à etapa dedutiva da síntese em matemática. Já a etapa matemática da análise não envolve observação empírica, e nem os raciocínios de inferência indutiva (em sentido amplo) ampliativa da ciência. Mas ela envolve um elemento de criatividade ou perspicácia, presente também na abdução científica, pois o geômetra tem que escolher quais construções com retas e círculos e deve fazer, e encontrar os postulados e teoremas pertinentes para serem utilizados na demonstração (e algo análogo ocorre nas outras áreas da matemática). Outra diferença é que na ciência aristotélica os princípios explicativos devem envolver *causas*, ao passo que esta noção não se aplica no contexto de uma demonstração matemática.

## 5. A Matemática Helenista

Algumas décadas depois, apareceu o grande Arquimedes de Siracusa (287-212 AEC). Escreveu sobre aritmética, geometria, óptica, estática, hidrodinâmica e engenharia, mas boa parte de sua obra se perdeu, restando apenas 9 tratados. No *Contador de areia*, calculou quantos grãos de areia caberiam no universo inteiro, e para isso fez estimativas interessantes sobre o tamanho do universo, que concluiu que teria um diâmetro de 100 trilhões de estádios (1 estádio ≈ 157 metros). Chegou à cifra de $10^{63}$ grãos de areia! Nestes cálculos, Arquimedes introduziu uma notação plenamente satisfatória para exprimir números grandes.

Em geometria, calculou o valor de π como $3\frac{1}{7} > \pi > 3\frac{10}{71}$, e encontrou os valores aceitos para a superfície e volume de uma esfera. Seguiu o método de Euclides, fazendo uso de vários teoremas euclidianos em suas demonstrações. Arquimedes também utilizou princípios da estática

[39] Ver descrição em OLDROYD, op cit. (nota 17), pp. 26-8. Há um número dos *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, vol. *4* (1983), dedicado ao tema, disponível online, com textos clássicos traduzidos para o português: ROBINSON, R. ([1936] 1983), "A análise na geometria grega", pp. 5-15; GULLEY, N. ([1958] 1983), "A análise geométrica grega", pp. 16-27; HINTIKKA, J. & REMES, U. ([1974] 1983), "A análise geométrica antiga e a lógica moderna", pp. 28-47, de onde preparamos o trecho de Pappus lido em aula. Ver também BEANEY, M. (2014), "Analysis", *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, online.

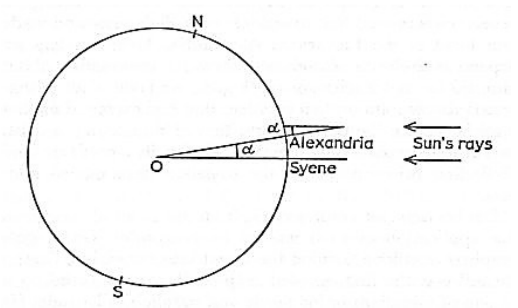
(a lei da alavanca) em seus problemas de geometria, e concebeu áreas como somas de linhas paralelas. No entanto, salientou que tais métodos mecânicos devem ser usados apenas para descobrir respostas (*análise*), mas não para demonstrá-las rigorosamente (*síntese*). Em geral, na tradição grega, os matemáticos expunham apenas a síntese e não a análise.

Em seus estudos de mecânica, Arquimedes utilizou métodos da geometria. Em seu livro *Do equilíbrio dos planos*, sistematizou os teoremas da estática, apesar de não ter sido o primeiro a formular a lei da alavanca, que se encontra no corpo aristotélico. Sua hidrostática foi apresentada no tratado *Dos corpos flutuantes*, mas não faz menção da estória contada por Vitrúvio, de que teria saído da banheira gritando "Eureca!" ao descobrir como determinar se a coroa de ouro do rei Hiero estava adulterada com prata.

Outros dois matemáticos devem ser mencionados. Eratóstenes de Cirene (276-194 AEC) era amigo de Arquimedes, escrevia sobre temas de várias áreas e tornou-se chefe da Biblioteca de Alexandria. Descobriu um método para encontrar números primos e uma nova solução ao problema de encontrar um cubo de volume duas vezes maior do que outro. Seu mais importante trabalho, porém, foi na aplicação da matemática à geografia. Fez o primeiro mapa mundi com latitude e longitude.

Eratóstenes calculou também a *circunferência da Terra*, a partir de observações da sombra de um gnomon (bastão vertical), ao meio dia, em duas cidades: Siene, na África, e Alexandria, localizada ao norte da primeira. As duas medições foram feitas na mesma hora, no solstício de verão, quando o Sol não deixa sombra no gnomon em Siene, localizada no Trópico de Câncer (Fig. VII.5). A partir do ângulo $\alpha$ medido, e da distância entre as duas cidades, obteve o valor de 39.690 km para a circunferência da globo terrestre, que se aproxima bem ao valor aceito atualmente (40.009 km), apesar de haver uma incerteza quanto ao valor de conversão da unidade "estádio".

*Figura VII.5. Método para calcular a circunferência da Terra de Eratóstenes.*




Apolônio de Perga (c. 262-190) era mais jovem do que Eratóstenes e Arquimedes. Seu trabalho matemático mais importante é o *Das Cônicas*, onde investigou sistematicamente as seções do cone, que são a elipse, a parábola e a hipérbole.

## *Capítulo VIII*

# TRADIÇÕES DE PESQUISA NA ASTRONOMIA ANTIGA

### 1. O Modelo Astronômico das Esferas Concêntricas

Já vimos na seção I.1 que os babilônicos haviam registrado sistematicamente observações astronômicas e conseguido prever a ocorrência de diversos fenômenos celestes com base em regularidades aritméticas. No séc. IV AEC, a principal contribuição astronômica dos gregos foi a introdução de *modelos geométricos* para dar conta das observações. Quem mais contribuiu para a elaboração desses modelos, neste período, foi o matemático Eudoxo de Cnido (408-355 AEC), membro da Academia de Platão[40].

O *Timeu* de Platão já revelara que os gregos distinguiam dois tipos de movimentos celestes: (i) o movimento da esfera de estrelas fixas, compartilhado por todos os corpos celestes; (ii) os movimentos independentes do Sol, Lua e planetas ao longo da "eclítica" – um círculo oblíquo ao círculo descrito pelo primeiro movimento –, mais lentos e em sentidos opostos ao das estrelas. Já se sabia também que Vênus e Mercúrio têm a mesma velocidade média que o Sol.

Platão formulou, então, o problema de como explicar movimentos aparentes dos planetas a partir de movimentos uniformes e ordenados, ou seja, apenas a partir de *movimentos circulares uniformes* (ou seja, com velocidade angular constante). A dificuldade era explicar as paradas e movimentos retrógrados dos planetas (Fig. VIII.1). Como explicá-los?

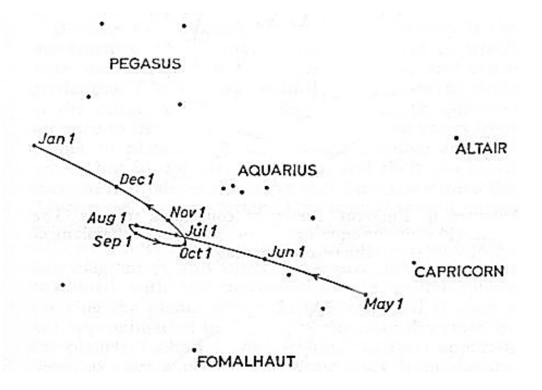



*Figura VIII.1. Trajetória de Marte entre maio 1956 e janeiro 1957, mostrando o movimento retrogrado.*

Eudoxo conseguiu resolver o problema construindo um modelo que envolvia 4 esferas concêntricas para cada planeta (Fig. VIII.2). (1) A esfera externa gira com o movimento das estrelas fixas, de leste a oeste, em 24 horas. (2) A segunda esfera gira com a inclinação da eclítica, representando o movimento aparente do planeta ao longo do zodíaco, movendo de oeste a leste. (3) (4) O movimento das duas esferas internas descreve uma figura com a forma do algarismo "8", figura esta conhecida como "hipopédia" (Fig. VIII.3). O eixo da terceira esfera é perpendicular ao da segunda, ao passo que o eixo da quarta é levemente inclinado em relação à terceira, girando em sentido oposto com a mesma velocidade angular.

Eis então o *modelo das esferas concêntricas* (ou "homocêntricas") de Eudoxo, que resolveu o problema de Platão, usando apenas movimentos circulares uniformes! Estimou bem os dados para cada planeta, para o Sol e para a Lua (estes dois só necessitavam três esferas cada). A teoria, porém, não explicava tudo. *i*) Para um mesmo planeta, os retrocessos variam em forma, tamanho e duração, o que não era explicado por seu modelo. *ii*) Sua teoria funcionava bem para Júpiter e Saturno, mas não para Vênus e Marte. *iii*) O modelo não explicava a desigualdade das estações, fato já conhecido na época. *iv*) Não explicava variações no diâmetro

[40] Seguimos nessa seção: LLOYD (1970), op. cit. (nota 1), pp. 80-98. As Figs. VIII.1, 2, 3 foram retiradas deste texto, sendo que a Fig. VIII.3 foi feita originalmente pelo renomado historiador da matemática e astronomia antigas, OTTO NEUGEBAUER (1953), *The exact sciences in Antiquity*, Brown U. Press, Providence. Em português, ver MARTINS, R.A. ([1990] 2003), "Introdução geral ao Commentariolus de Nicolau Copérnico", in COPÉRNICO, N. ([1510] 2003), *Commentariolous*, Ed. Livraria da Física, São Paulo, pp. 23-93.

aparente da Lua ou no brilho dos planetas, o que mais tarde seria explicado (no modelo dos epiciclos) como sendo resultado de variações na distância dos corpos celestes com relação à Terra.

No total, Eudoxo postulou 27 esferas. Para resolver os problemas de seu modelo, Calipo de Cízico (c. 370-300 AEC) postulou 34 esferas. Com isso, conseguiu dar conta do problema da desigualdade das estações.

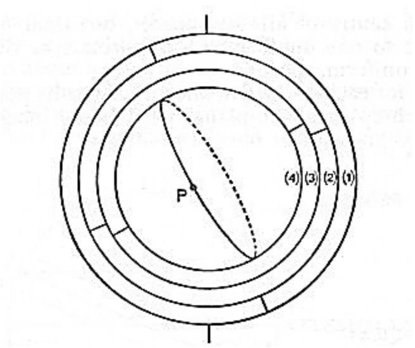



*Figura VIII.2. Modelo das esferas concêntricas de Eudoxo.*

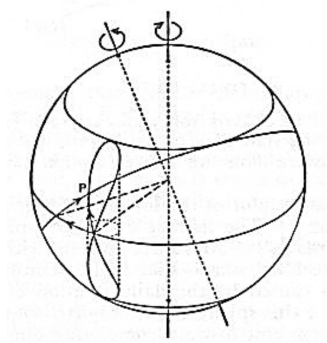


*Figura VIII.3. A hipopédia de Eudoxo.*

O passo seguinte foi dado por Aristóteles, que elaborou um *modelo físico* que correspondesse a esse modelo matemático, baseado em esferas cristalinas ocas. Colocou todos os planetas, Sol e Lua no *mesmo* sistema mecânico de esferas conectadas, e para cancelar o movimento das esferas superiores, teve que introduzir esferas "reagentes". Usando o sistema de Calipo, chegou a 56 esferas ou, simplificando um pouco, 49. Um "movedor imóvel" teria feito o sistema funcionar.

Ao lado desses desenvolvimentos teóricos, vale mencionar que a acurácia (proximidade do valor medido com o valor "real") das observações astronômicas também cresceu no período, apesar de os únicos instrumentos utilizados serem os primitivos "gnomon" (bastão vertical) e o "polos" (relógio solar).

## 2. Teorias Geocinéticas na Astronomia

Ao examinarmos a astronomia do séc. IV, deixamos de mencionar as opiniões de Heráclides de Ponto (c. 388-310 AEC), contemporâneo de Aristóteles. São dele as ideias de que a Terra gira em torno de seu próprio eixo (e portanto a esfera das estrelas é fixa), e de que Vênus e Mercúrio giram em torno do Sol. A ideia de que a Terra gira provavelmente não foi aceita (assim como o heliocentrismo posterior de Aristarco) por causa dos efeitos que tal movimento deveria ter sobre a queda dos corpos e sobre as nuvens. Quanto ao movimento de Vênus e Mercúrio, trata-se da primeira proposta envolvendo epiciclos.[41]

No séc. III, a abordagem matemática continuou tendo bastante influência na astronomia, que foi marcada por duas novas ideias: a hipótese heliocêntrica de Aristarco de Samos (310-230 AEC) e desenvolvimento da ideia de epiciclo, com Apolônio.

[41] As seções VII.5, VIII.2 e 3 seguem LLOYD (1973), op. cit. (nota 27), pp. 33-74, 113-35. As Figs. VII.5, VIII.5, 6, 7 e 8 foram tiradas deste livro.

A única obra que restou de Aristarco apresenta um método para se medirem as distâncias da Lua e do Sol. No entanto, vários autores mencionam sua hipótese heliocêntrica, segundo a qual o Sol e a esfera das estrelas estariam fixas e a Terra circularia em torno do Sol.

Salientou também que a esfera das estrelas deve estar muitíssimo distante, para explicar porque não se observava a "paralaxe" das estrelas: se a Terra se desloca no espaço, seria de se esperar que o ângulo em que as estrelas aparecem (por exemplo, em relação ao polo Norte) tivesse uma pequena variação ao longo do ano (ver Fig. VIII.4). A paralaxe só seria observada por Friedrich Bessel em 1840. Aristarco também aceitava a hipótese de Heráclides, de que a terra gira em torno de seu próprio eixo.

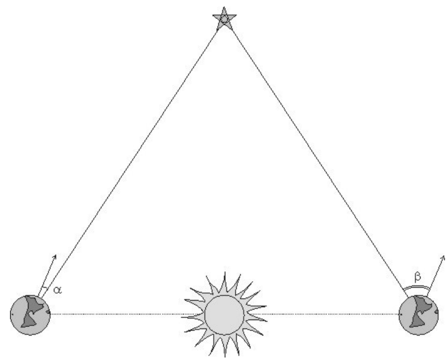


*Figura VIII.4. Se a Terra se move em torno do Sol, seria de se esperar a observação de paralaxe de estrelas.*

O único outro astrônomo importante que aceitou a hipótese heliocêntrica foi Seleuco da Selêucia (c. 190-130 AEC). A resistência em se aceitar as ideias "geocinéticas" (ou seja, de movimento da Terra) de Aristarco se deveu a três motivos: (*i*) A concepção aristotélica do movimento natural dos corpos graves sugeria que o centro do universo coincidia com o centro da Terra. (*ii*) O argumento de que, se a Terra estivesse se movendo, haveria um efeito visível no movimento de objetos no ar. (*iii*) A ausência de paralaxe estrelar.

## 3. A Tradição de Pesquisa dos Epiciclos e Excêntricos

Um fator adicional para a não aceitação da teoria heliocêntica foi o surgimento de uma nova estratégia matemática para se salvarem as aparências. Um dos problemas do modelo de Eudoxo fôra explicar a desigualdade das estações. A teoria heliocêntrica em nada contribuía para explicar este problema.

Porém, um modelo novo teve bastante sucesso neste sentido: os modelos "gêmeos" dos *epiciclos e círculos excêntricos*, que preservava o geocentrismo e os movimentos circulares. Um *epiciclo* é o movimento circular de um planeta *P* em torno de um ponto *C*, que por sua vez orbita no círculo "deferente" em torno de um centro *E* onde se localiza a Terra (Fig. VIII.5). Um *excêntrico* é o movimento circular de *P* em torno de um ponto fixo *O* que não coincide com o centro da Terra *E* (Fig. VIII.6). Quem introduziu os epiciclos e excêntricos para descrever os movimentos de todos os planetas, do Sol e da Lua foi Apolônio, em 200 AEC, aproximadamente (ele já foi mencionado na seção VII.5).

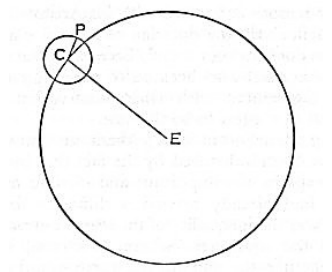


*Figura VIII.5. Movimento em epiciclo.*

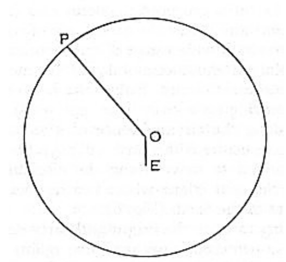


*Figura VIII.6. Movimento excêntico.*

A Fig. VIII.7 ilustra como descrever a retrogradação dos planetas a partir de um epiciclo que gira no mesmo sentido que o deferente. Outro sucesso da teoria foi dar conta, de maneira bastante simples, da observação de Calipo de que, a partir do equinóxio de primavera, as estações têm 94, 92, 89 e 90 dias.

O modelo de Apolônio foi aperfeiçoado pelo maior astrônomo da Antiguidade, Hiparco de Niceia (190-126 AEC), que ajustou os valores numéricos que melhor descreviam as observações. Hiparco também atacou o problema mais difícil da Lua, tendo tido acesso aos dados babilônicos de eclipses, fato que só foi possível no Helenismo, em consequência da maior integração das diferentes nações.

A astronomia helênica também fez grandes avanços na parte experimental, desenvolvendo instrumentos de observação mais precisos. A Hiparco é atribuído a "dioptria de bastão de 4 cúbitos". A *dioptria* é um tubo de visão (ou dois orifícios montados em um bastão), montado em um suporte, com possibilidade de ajuste de ângulo, com o qual se pode olhar uma estrela ou corpo celeste (Fig. VIII.8).

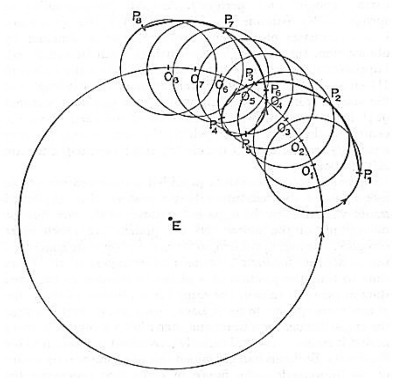



*Figura VIII.7. Obtenção do movimento retrógrado dos planetas através do modelo dos epiciclos.*

Plínio conta que Hiparco fez uma observação de uma estrela "nova". Para averiguar se no futuro outras mudanças ocorreriam nas estrelas fixas, resolveu catalogar todas as estrelas visíveis, ajudado pelos instrumentos que desenvolveu. Catalogou 850 estrelas, fornecendo a latitude e longitude de cada uma, o que viria servir de base para o catálogo de Ptolomeu. Com estes dados, Hiparco descobriu a *precessão dos equinócios*: o eixo da Terra descreve um movimento rotatório de 50 segundos de arco por ano, o que resulta num período de 26.000 anos.

## 4. Salvar os Fenômenos versus Explicar as Causas

O trabalho de Eudoxo (seção VIII.1) se insere no que é chamado de "tradição pitagórico-platônica" de descrição matemática de fenômenos observados. Segundo Pitágoras e sua escola, para "explicar" o porquê das coisas, basta obter as relações matemáticas que as descrevem. Com Platão, a tarefa do astrônomo seria de "salvar os fenômenos", ou seja, obter um modelo matemático que desse conta das aparências dos movimentos dos corpos celestes.

Para Aristóteles, porém, isso corresponderia a uma valorização exclusiva da "causa formal", em detrimento dos outros modos de explicação, envolvendo causas eficiente e final. Ele deu uma interpretação "realista" para o sistema de Eudoxo e Calipo, introduzindo esferas cristalinas, tidas como reais. Com isso, fez com que a astronomia fizesse parte de sua física. No entanto, o modelo das esferas concêntricas adotado por Aristóteles foi superado pela abordagem dos epiciclos e excêntricos, que passou a salvar os fenômenos de maneira muito mais precisa.

Isso tornou aguda a distinção entre "salvar os fenômenos" e "explicar as causas", que foi sublinhada por Geminus de Rodes (c. 110-40 AEC), comentando um trabalho de seu mestre, o estoico Posidônio, segundo relato posterior de Simplício.[42] Uma coisa é *salvar as aparências*, fornecendo uma descrição matemática que gera números que correspondem aos fatos observados. Outra coisa é se preocupar com as *causas* reais dos fenômenos, com suas essências.

[42] SIMPLÍCIO (c. 540 EC), "The scope of astronomy as contrasted with that of physics", trad. T.L. Heath, in COHEN, M.R. & DRABKIN, I.E. (orgs.) (1966), *A source book in Greek science*, Harvard U. Press, pp. 90-1. Tradução lida em aula. Ver também LOSEE (1979), op. cit. (nota 16), pp. 30-1.

A primeira abordagem era típica da astronomia, apesar de considerações sobre as causas surgirem ocasionalmente, como ocorreu com Aristóteles e ocorreria depois. A segunda é típica da física.

Essa oposição tem se mantido ao longo de toda a história da ciência, e hoje em dia é conhecida como debate entre o *instrumentalismo* (a teoria científica seria apenas um instrumento para se fazerem previsões) e o *realismo* (as teses teóricas da ciência almejam uma correspondência com processos reais, mesmo que estes não sejam observáveis).

## 5. O *Almagesto* de Ptolomeu

Após o auge da ciência grega nos sécs. III e II AEC, seguiu-se um período com bem menos trabalhos originais. No entanto, no séc. II EC, duas grandes figuras representaram a culminação da ciência antiga: Ptolomeu e Galeno.

Ptolomeu de Alexandria (100-178 EC) escreveu o grande tratado astronômico *Composição Matemática*, mais conhecido por seu nome em árabe, *Almagesto*, além de outras obras que chegaram até nós. Ptolomeu conhecia bem a obra de seus predecessores, e a desenvolveu em vários aspectos. Levou adiante o catálogo de estrelas de Hiparco, chegando a 1028 estrelas. Muitos dos grandes astrônomos gregos, incluindo Hiparco e Ptolomeu (em seu *Tetrabiblos*), acreditavam ser possível prever o futuro a partir das estrelas (astrologia), e isto estimulou bastante a observação.

No início do *Almagesto*, Ptolomeu justificou o estudo da astronomia porque fortaleceria o caráter dos homens, que passariam a querer que sua alma também atingisse a beleza divina dos corpos celestes. Passou então a formular e justificar as principais teses de seu sistema, como a esfericidade dos céus, da Terra, e o fato de que a Terra estaria em repouso no centro do universo. Ptolomeu foi bastante influenciado por Aristóteles, e desenvolveu diversos argumentos (os quais já vimos na seção VIII.2) para justificar a imobilidade da Terra.

O principal objetivo do astrônomo seria salvar as aparências, explicando o movimento irregular dos corpos celestes a partir de movimentos circulares uniformes. Para isso, adotou a abordagem de Apolônio e Hiparco dos epiciclos e excêntricos.

Seu modelo para o Sol seguiu de perto o de Hiparco, mas para a Lua introduziu modificações importantes, a partir de seus dados obtidos com o *astrolábio armilar*. Este instrumento era um aperfeiçoamento da dioptria, e no caso de Ptolomeu envolvia sete anéis concêntricos, representando diferentes círculos celestes, e permitindo também a localização da posição geográfica do observador.


*Figura VIII.8. Dioptria de Heron (séc. I EC). Fonte: http://www.kotsanas.com.*


*Figura VIII.9: Astrolábio armilar de Ptolomeu (séc. II EC). Fonte: http://www.kotsanas.com.*

Modificou o modelo de Hiparco transferindo o centro do círculo deferente para fora do centro da Terra, para um ponto que orbita em torno da Terra. Ptolomeu introduziu correções semelhantes para os planetas, sendo que a principal envolve um conceito novo chamado “equante”. O equante é um ponto fora da Terra e fora do centro do círculo excêntrico, em relação ao qual o planeta orbita com velocidade angular constante. De todos os planetas, o caso mais complicado era o de Mercúrio. Ptolomeu forneceu dados numéricos precisos para possibilitar os cálculos de posições para cada corpo celeste (ver Fig. VIII.10).

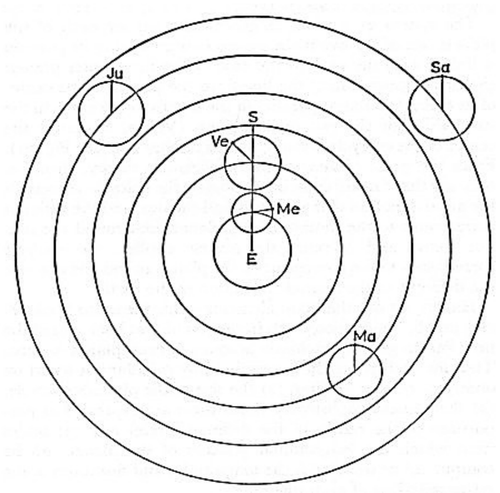



*Figura VIII.10. Representação simplificada do sistema de Ptolomeu. Note que os centros dos epiciclos de Vênus e Marte estão alinhados com a posição do Sol, e que a posição de Marte, Júpiter e Saturno nos seus epiciclos estão orientados na mesma direção em que se encontra o Sol em relação à Terra.*

Para estimar as distâncias planetárias, Ptolomeu supunha que não havia espaço vazio entre as faixas que os epiciclos de cada planeta descreviam (por exemplo, na Fig. VIII.10 o epiciclo de Mercúrio encosta no de Vênus).

Apesar de seus méritos, a teoria ptolomaica estava sujeita a duas críticas. 1) Um movimento circular uniforme em torno de um ponto que não é seu centro, como na doutrina do equante, quebrava a regra de que só deveria haver movimentos circulares uniformes em sentido estrito. Tal crítica foi feita por Copérnico, e foi chamada pelo historiador francês Paul Tannery de “heresia cinemática”. 2) As teorias lunar e planetária não descreviam certos dados conhecidos pelo próprio Ptolomeu. No caso da Lua, seu modelo previa que o diâmetro aparente da Lua dobraria entre o perigeu (o ponto mais próximo da Terra) e o apogeu (o ponto mais distante), o que de fato não é observado, como ele próprio sabia.

Uma justificativa dada para isto é que ele estaria preocupado apenas em *prever* as posições da Lua, em “salvar as aparências”, e não em fornecer um *modelo físico* completo. No entanto, em outros momentos, ele demonstrou preocupação com tal modelo físico, como quando ele utilizou o sistema aristotélico para justificar a imobilidade da Terra. Em uma outra obra, *As hipóteses dos planetas*, Ptolomeu inclusive sugeriu uma descrição física: os planetas estariam situados em faixas de esferas (não esferas cristalinas), e os planetas estariam imbuídos de uma “força vital” que lhes daria movimento.

Com relação ao critério de *simplicidade*, Ptolomeu o utilizou para fazer escolhas entre diferentes mecanismos, mas por outro lado defendeu que nosso conceito sublunar de “simplicidade” poderia ser diferente do sentido que se aplicaria de maneira apropriada aos corpos celestes.