Universidade de São Paulo
Escola Politécnica
Departamento de Engenharia de Transportes

Distribuição de Viagens

PTR 5789
Planejamento de Transportes Urbanos

Prof. Dr. Mateus Humberto
Prof. Dr. Cassiano Isler
2023

Agenda

- Distribuição de Viagens
  - Conceitos
- Modelo Gravitacional
  - Estimativa de Parâmetros
- Modelos de Fator de Crescimento
  - Uniforme
  - Unicamente Restrito
  - Duplamente Restrito
- Modelos de escolha do destino (econométricos)

Conceitos

CONCEITOS UTILIZADOS NA PESQUISA OD 2017

Sub-região	Divisão da Região Metropolitana de São Paulo por agregação de municípios
Viagem	Deslocamento de uma pessoa, por motivo específico, entre dois pontos determinados (origem e destino), utilizando, para isso, um ou mais modos de transporte
Zona de pesquisa ou zona de tráfego	Unidade territorial básica para o levantamento de dados. É a menor unidade para a qual está garantida a validade estatística das informações
Índice de mobilidade	Relação entre o número de viagens e o número de habitantes de uma determinada área
Modo coletivo	Metrô, trem, ônibus, transporte fretado e transporte escolar
Modo individual	Dirigindo automóvel, passageiro de automóvel, táxi, motocicleta e outros
Viagem a pé	Viagem realizada a pé da origem ao destino quando: ▪ o motivo da viagem é trabalho ou escola, independentemente da distância percorrida; ou ▪ a distância percorrida é superior a 500 metros para os demais motivos
Modo principal	Hierarquia dos modos de transporte dentre os utilizados na mesma viagem. A hierarquia em ordem decrescente é a seguinte: 1. metrô 2. trem

METRÔ-SP (2019). Pesquisa Origem-Destino 2017: Relatório Síntese.

Conceitos

Tabela 4.1: Viagens a pé registradas e valor real, cidades selecionadas

Cidade	População (milhões) na data do estudo	Viagens/dia (todos os modos) (mil)	Viagens a pé/dia: % do total na pesquisa	Viagens a pé/dia: Viagens registradas (mil/dia)	Viagens a pé/dia: Viagens não registradas a,b (mil/dia)	Viagens a pé/dia: Total de viagens	Viagens a pé/dia: % real das viagens
São Paulo, 2007	19,5	38.235	33,1	12.672	5.702	18.374	41,8
Rio de Janeiro, 2003	11,2	19.915	38,8	6.740	9.099	15.839	54,6
Campinas, 2003	1,00	1.546	30,2	467	630	1.097	50,4
Vitória, 2000	1,25	1.599	36,5	583	787	1.370	57,4
Santos, 2008	0,42	598	37,0	219	296	515	57,6

Fontes: Pesquisas origem-destino das cidades incluídas.

a: Viagens com menos de 500 metros de extensão; índice de correção médio das pesquisas OD de Montevidéu e Bogotá (CAF, 2013), que mediram todos os deslocamentos a pé;

b: no caso de São Paulo, são registradas todas as viagens a pé para trabalho e escola; portanto o índice de correção foi reduzido a um terço, para compensar o sub-registro de viagens para compras, saúde e lazer.

VASCONCELLOS (2017). Andar nas cidades do Brasil. In: Cidades de Pedestres: A caminhabilidade no Brasil e no mundo.

Distribuição de Viagens

Distribuição de Viagens

A pergunta que se deseja responder nesta etapa é:

Qual é o número de viagens (T_{ij}) entre pares de zonas de tráfego em um dado período de tempo ?

O objetivo da etapa de "Distribuição de Viagens" é utilizada para estimar e projetar a quantidade de viagens (padrões) entre os pares de centroides das zonas de tráfego, geralmente em função dos resultados da etapa de Geração de Viagens.

Na prática, esses padrões são representados por uma tabela denominada "**Matriz Origem-Destino**" (**Matriz OD**), em que cada um dos seus elementos representa o número de viagens realizadas entre pares de zonas de tráfego em um período de tempo específico (hora-pico, dia, mês, ano etc.).

Distribuição de Viagens

A matriz OD é uma tabela bidimensional em que as colunas e linhas representam os pares (i, j) de zonas de tráfego.

Cada células contém o número de viagens com origem na zona i e destino na zona j. A diagonal principal da matriz corresponde às viagens intrazonais e a soma das linhas da última coluna ou colunas da última linha representa o total de viagens na área de estudo.

Origens	***Destinos***					
	1	**2**	**3**	$\dots j$	$\dots z$	$\sum_i T_{ij}$
1	T_{11}	T_{12}	T_{13}	$\dots T_{1j}$	$\dots T_{1z}$	O_1
2	T_{21}	T_{22}	T_{23}	$\dots T_{2j}$	$\dots T_{2z}$	O_2
3	T_{31}	T_{32}	T_{33}	$\dots T_{3j}$	$\dots T_{3z}$	O_3
$\vdots$						
I	T_{i1}	T_{i2}	T_{i3}	$\dots T_{ij}$	$\dots T_{iz}$	O_i
$\vdots$						
Z	T_{z1}	T_{z2}	T_{z3}	$\dots T_{zj}$	$\dots T_{zz}$	O_z
$\sum_j T_{ij}$	D_1	D_2	D_3	$\dots D_j$	$\dots D_z$	$\sum_{ij} T_{ij} = T$

Distribuição de Viagens

Na matriz OD tem-se as seguintes variáveis:

T_{ij} = número de viagens entre i e j;

O_i = número de viagens produzidas na zona i;

D_j = número de viagens atraídas atraídas zona j.

As variáveis em letra maiúscula correspondem aos valores a serem estimados pelos modelos de distribuição de viagens e as respectivas em letra minúscula (t_{ij}, o_i e d_j) correspondem às observações conhecidas por estudos anteriores.

A soma do elementos de uma linha da matriz corresponde ao número de viagens produzidas (O_i) e de uma coluna ao número de viagens atraídas (D_j).

$$\sum T_{ij} = O_i \quad \forall \quad i \qquad\qquad \sum T_{ij} = D_j \quad \forall \quad j$$

Distribuição de Viagens

As matrizes OD podem representar dados desagregados, por exemplo, por tipo de indivíduo (n) e/ou modo de transporte k, tal que, T_{ij}^{kn} é o número de viagens entre a origem i, o destino j, para o indivíduo da classe n pelo modo k.

Nesse caso, a omissão de um índice para o número de viagens representa a soma de um subconjunto de valores desagregados.

$$T = \sum_{ij} T_{ij} = \sum_{ij} \sum_{n} T_{ij}^{n} = \sum_{ij} \sum_{n} \sum_{k} T_{ij}^{kn}$$

Modelo Gravitacional

Modelo Gravitacional

O modelo gravitacional foi originalmente proposto para modelagem do número de viagens entre pares OD como analogia ao modelo de gravitação de Newton.

Casey (1955) sugeriu um modelo de distribuição que considera população e distância entre cidades dado por:

$$T_{ij} = \alpha \cdot \frac{P_i^{\gamma} \cdot P_j^{\delta}}{d_{ij}^{\beta}} \quad \forall \ i, j$$

onde P_i e P_j é a população de i e j, d_{ij} é a distância entre zonas de tráfego e $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ são coeficientes estimados.

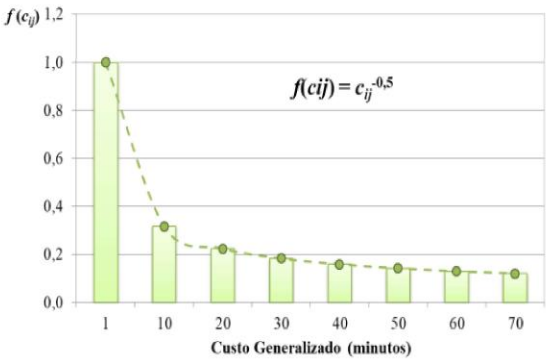
Abordagens atuais consideram uma teoria que resulta em modelos de distribuição de viagens que representam mais adequadamente o padrão de viagens entre pare OD.

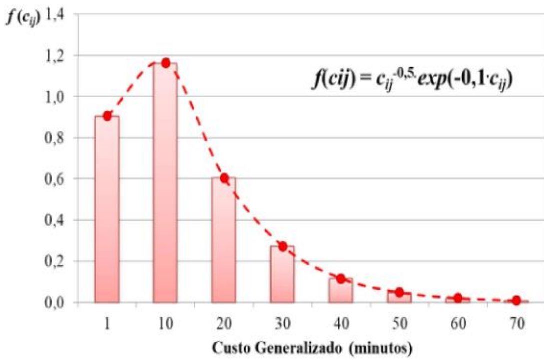
Modelo Gravitacional

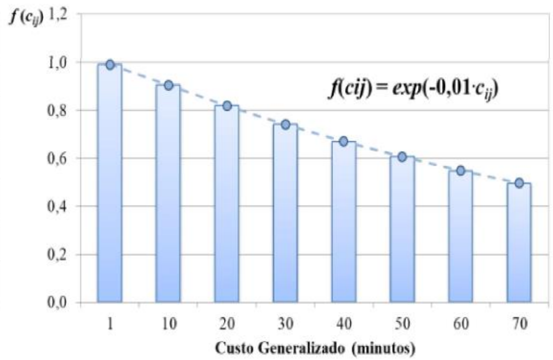
A evolução dos modelos gravitacionais resultaram no modelo a seguir, que é função do número de viagens produzidas (O_i) e atraídas (B_j), dos parâmetros A_i e B_j a serem calibrados e de uma função de impedância $f(c_{ij})$ que depende do custo generalizado das viagens na região de estudo.

$$T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \quad \forall \quad i, j$$

Em geral, $f(c_{ij})$ é uma função contínua de impedância entre pares OD, que pode ter diferentes formatos dependendo do padrão de custos observados para as viagens.







Modelo Gravitacional

A estimativa dos parâmetros A_i, B_j depende apenas de estudos anteriores ou de valores estimados na etapa de Geração de Viagens.

A independência de uma matriz inicial (semente) é a vantagem do modelo gravitacional, em que, a partir de uma matriz incompleta, um modelo pode ser estimado representar as viagens entre pares de zonas de tráfego.

Assim como os modelos de fator de crescimento, existem possibilidades de estimativa daqueles parâmetros: estimar somente A_i; ou estimar somente B_j; ou estimar A_i e B_j simultaneamente.

Modelo Gravitacional

- **Modelo Restrito Unicamente para estimar A_i**

  No modelo restrito nas origens fixa-se $B_j = 1,0$ e o parâmetro a ser estimado é A_i tal que:

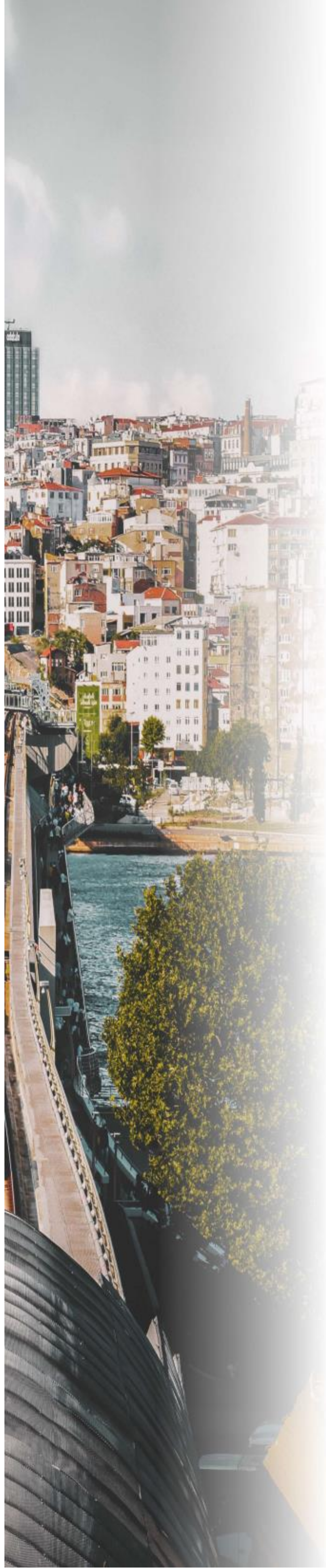
$$T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot 1,0 \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \quad \forall \quad i, j$$

  O número total de viagens produzidas pela origem i resultante do modelo deve ser tal que:

$$\sum_j T_{ij} = A_i \cdot O_i \cdot \sum_j D_j \cdot f(c_{ij})$$

$$\Rightarrow \quad O_i = A_i \cdot O_i \cdot \sum_j D_j \cdot f(c_{ij}) \quad \Rightarrow \quad 1 = A_i \cdot \sum_j D_j \cdot f(c_{ij})$$

$$\Rightarrow \quad A_i = \frac{1}{\sum_j D_j \cdot f(c_{ij})} \quad \forall\, i$$



Modelo Gravitacional

- **Modelo Restrito Unicamente para estimar B_j**

No modelo restrito nas origens fixa-se $A_i = 1,0$ e o parâmetro a ser estimado é B_j tal que:

$$T_{ij} = 1,0 \cdot O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \quad \forall \quad i, j$$

O número total de viagens produzidas pela origem i resultante do modelo deve ser tal que:

$$\sum_j T_{ij} = B_j \cdot D_j \cdot \sum_j O_i \cdot f(c_{ij})$$

$$\Rightarrow \quad D_j = B_j \cdot D_j \cdot \sum_i O_i \cdot f(c_{ij}) \quad \Rightarrow \quad 1 = B_j \cdot \sum_i O_i \cdot f(c_{ij})$$

$$\Rightarrow \quad B_j = \frac{1}{\sum_i O_i \cdot f(c_{ij})} \quad \forall\, i$$

Modelo Gravitacional

- **Modelo Restrito Duplamente para estimar A_i e B_j**

  No modelo restrito nas origens e nos destinos os parâmetros a serem estimados são A_i e B_j simultaneamente tal que:

$$\sum_j T_{ij} = O_i \cdot \sum_j B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \quad \forall \quad i$$

$$\sum_i T_{ij} = \sum_i O_i \cdot B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \quad \forall \quad j$$

Modelo Gravitacional

- **Modelo Restrito Duplamente para estimar A_i e B_j**

Simplificando a expressão para cada origem i:

$$O_i = A_i \cdot O_i \cdot \sum_j B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij}) \quad \Rightarrow \quad 1 = A_i \cdot \sum_j B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij})$$

$$\Rightarrow \quad A_i = \frac{1}{\sum_j B_j \cdot D_j \cdot f(c_{ij})} \quad \forall\, i$$

Simplificando a expressão para cada destino j:

$$D_j = B_j \cdot D_j \cdot \sum_i A_i \cdot O_i \cdot f(c_{ij}) \quad \Rightarrow \quad 1 = B_j \cdot \sum_i A_i \cdot O_i \cdot f(c_{ij})$$

$$\Rightarrow \quad B_j = \frac{1}{\sum_i A_i \cdot O_i \cdot f(c_{ij})} \quad \forall\, j$$

Modelo Gravitacional

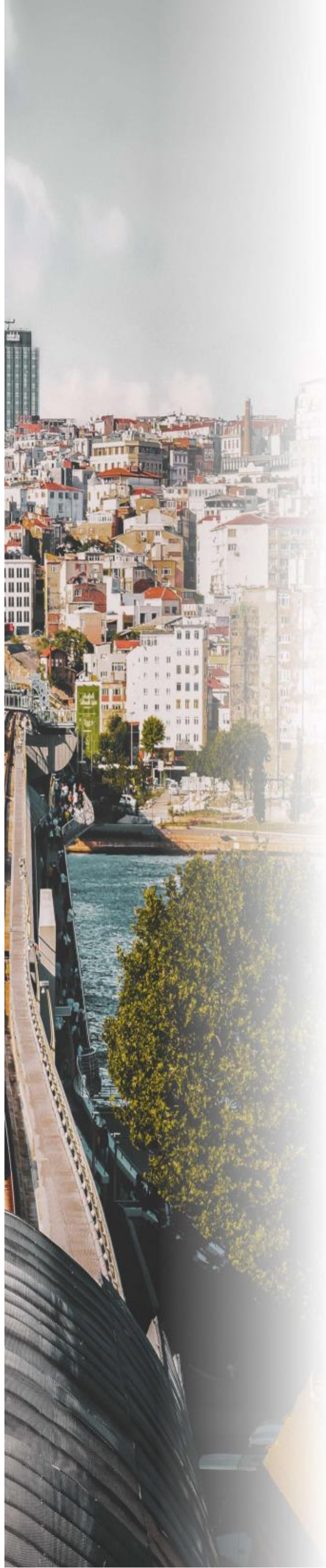
- **Modelo Restrito Duplamente para estimar A_i e B_j**

No caso de modelos duplamente restritos os valores de A_i e B_j dependem um do outro, ou seja, são interdependentes. Um processo análogo ao método de Furness deve ser utilizado para estimá-los, conforme resumido nos passos a seguir.

PASSO 1: Dado o conjunto de valores de $f(c_{ij})$ defina $B_j = 1,0$ e calcule A_i;

PASSO 2: A partir de A_i calculados, determine os valores de B_j;

PASSO 3: Fixe os valores de B_j calculados no passo anterior e calcule A_i, repetindo o **PASSO 1** e o **PASSO 2** anteriores até que as diferenças entre o total de viagens atraídas e produzidas pelos centroides na iteração seja próximo do total de viagens calculadas no horizonte de planejamento.



Modelo Gravitacional

- **Modelo Restrito Duplamente para estimar A_i, B_j e $f(c_{ij})$**

  Vimos que é possível estimar os parâmetros A_i e B_j dado que a função de desempenho é conhecida.

  Entretanto, em muitos casos é necessário estimar os parâmetros da função da impedância juntamente com os parâmetros do modelo, em relação a alguma matriz de custos entre pares OD.

  Para o modelo gravitacional com função de impedância $f(c_{ij}) = c_{ij}^{-\beta}$, o parâmetro a ser identificado é β.

  Outras funções de impedância podem ser consideradas, por exemplo, a função $f(c_{ij}) = c_{ij}^{n} \cdot e^{-\beta \cdot c_{ij}}$ exige estimar os parâmetros n e β.

Modelo Gravitacional

- **Modelo Restrito Duplamente para estimar A_i, B_j e $f(c_{ij})$**

  Como os parâmetros A_i e B_j dependem um do outro, e da função de impedância $f(c_{ij})$ com diferentes parâmetros, os métodos de regressão linear não são eficientes para estimá-los pois a relação entre eles é não-linear.

  Assim, é necessário utilizar uma estratégia alternativa para essas estimativas.

  Seja $MTLD$ (*Modelled Trip Length Distribution*) a distribuição de custos generalizada modelada e $OTLD$ (*Observed Trip Length Distribution*) a distribuição observada desses custos.

  O problema é estimar, por exemplo para o modelo gravitacional clássico, o valor de β que torna $MTLD$ suficientemente próxima de $OTLD$.

Modelo Gravitacional

- **Modelo Restrito Duplamente para estimar A_i, B_j e $f(c_{ij})$**

  Existem diferentes técnicas para esse propósito, mas apresenta-se uma aproximação do “Método de Hyman”[1], onde o valor de β é estabelecido pela comparação entre a $MTLD$ e a $OTLD$. O método descrito a seguir é utilizado para estimar A_i e/ou B_j, e β, simultaneamente, para $f(c_{ij})$ com apenas um parâmetro (β).

  PASSO 1: Dado o parâmetro β_m na m-ésima iteração, defina $m = 0$ e estabeleça $\beta_0 = 1/\bar{c}_0$, onde $\bar{c}_0$ é o custo médio de $OTLD$ (matriz de custos observados entre pares OD), o qual pode ser ponderado pelas viagens no caso de ser conhecida uma matriz OD prévia.

  PASSO 2: A partir de β_0, estime A_i e B_j (modelo restrito unicamente ou duplamente), os valores T_{ij} e a matriz $MTLD$ substituindo β_0 em $f(c_{ij})$.

Modelo Gravitacional

- **Modelo Restrito Duplamente para estimar A_i, B_j e $f(c_{ij})$**

Faça $m = m+1$, calcule o custo custo médio $\bar{c}_m$ a partir da $MTLD$ e atualize o parâmetro β_m tal que:

$$\beta_m = \frac{\beta_0 \cdot \bar{c}_m}{\bar{c}_0}$$

PASSO 3: Com o valor de β_m calcule A_i e B_j, uma nova matriz $MTLD$ e um novo valor de custo médio dessa matriz $\bar{c}_m$, comparando-o com o valor $\bar{c}$. Se $\bar{c}_m \approx \bar{c}_0$ então β_m é uma boa estimativa, senão vá para o **PASSO 4**.

PASSO 4: Faça $m = m+1$, calcule o parâmetro β_{m+1} por:

$$\beta_{m+1} = \frac{(\bar{c}_0 - \bar{c}_{m-1}) \cdot \beta_m - (\bar{c}_0 - \bar{c}_m) \cdot \beta_{m-1}}{\bar{c}_m - \bar{c}_{m-1}}$$

PASSO 5: Repita o **PASSO 3** e o **PASSO 4** até que $\bar{c}_m \approx \bar{c}_0$.

Modelo Gravitacional

O modelo gravitacional é uma abordagem satisfatória para representar padrões de viagens em termos de deslocamentos produzidos e atraídos por zonas de tráfego a partir de uma função de impedância.

Entretanto, essa modelagem considera níveis agregados de informações dos indivíduos, as quais podem ser negligenciadas de maneira inadequada pelo modelo agregado.

Em alguns casos, podem existir pares de zonas de tráfego que possuem algum tipo de associação especial em termos de viagens realizadas entre si.

Por exemplo, um indústria pode estar localizada em uma zona que atrai muitos empregados de uma zona residencial.

Custo generalizado

Custo generalizado

Outro parâmetro de interesse na modelagem de Distribuição de Viagens é o custo generalizado de uma viagem (c_{ij}^{k}) pelo modo k entre as zonas i e j.

Esses elementos de custo podem ser expressos em termos de tempo de viagem, distância percorrida ou unidades monetárias, mas é comum e conveniente utilizar uma medida relacionada à desutilidade da viagem, a qual é comumente denominada de **custo generalizado da viagem**.

Esse custo generalizado geralmente é uma função linear aditiva dos níveis (valores) dos atributos da viagem ponderados por coeficientes que representam a sua importância relativa percebida pelo usuário.

Custo generalizado

Um exemplo de custo generalizado de viagem é:

$$c_{ij} = a_1 \cdot TT_{ij}^{v} + a_2 \cdot TT_{ij}^{w} + a_3 \cdot TT_{ij}^{s} + a_4 \cdot F_{ij} + a_5 \cdot \phi_j + \delta$$

onde TT_{ij}^{v} = tempo de viagem dentro do veículo;

TT_{ij}^{w} = tempo de acesso;

TT_{ij}^{s} = tempo de espera nas paradas intermediárias;

F_{ij} = valor monetário dispendido para realizar a viagem;

ϕ_j = valor monetário dispendido nos terminais;

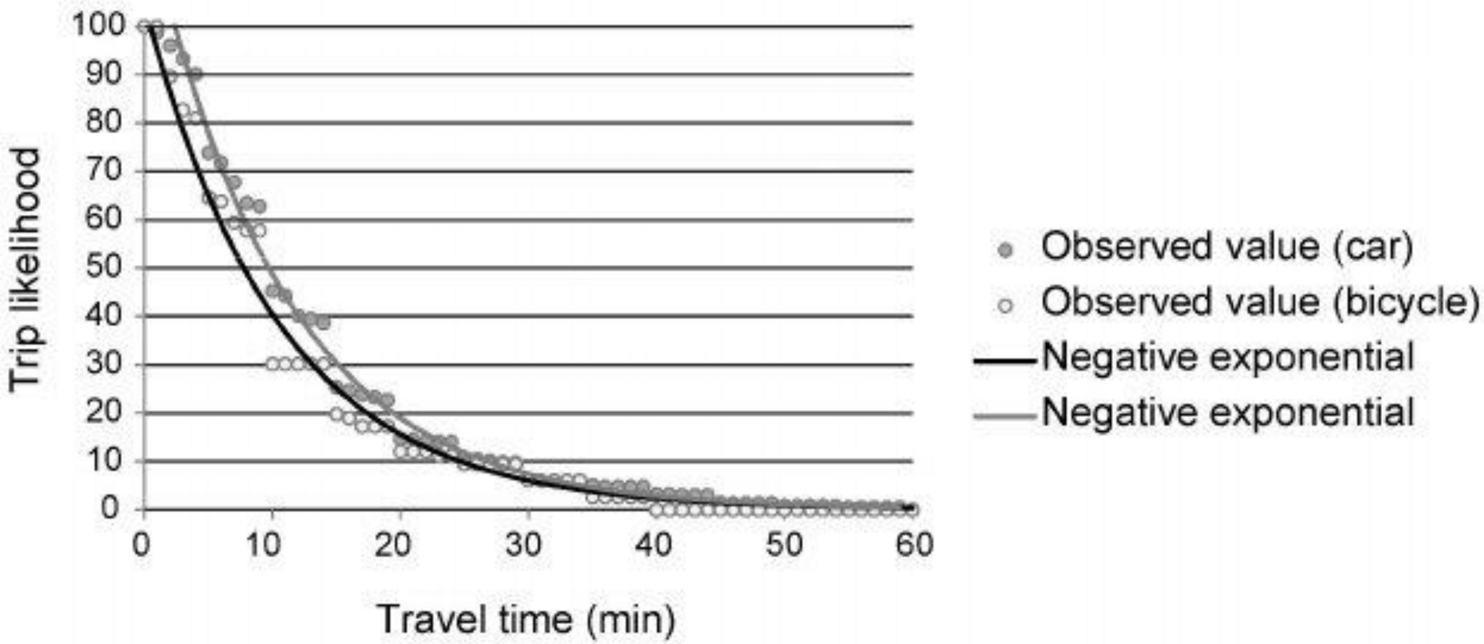
δ = penalidade dos atributos não mensurados;

$a_1, \cdots, a_6$ = pesos de cada atributo da viagem.

Se o custo generalizado é em unidades monetárias, $a_4 = 1,0$ e os demais parâmetros são definidos em função do **valor do tempo**.

Por exemplo, a_1 corresponde ao custo de deixar de executar outra atividade para econômica para estar dentro do veículo.

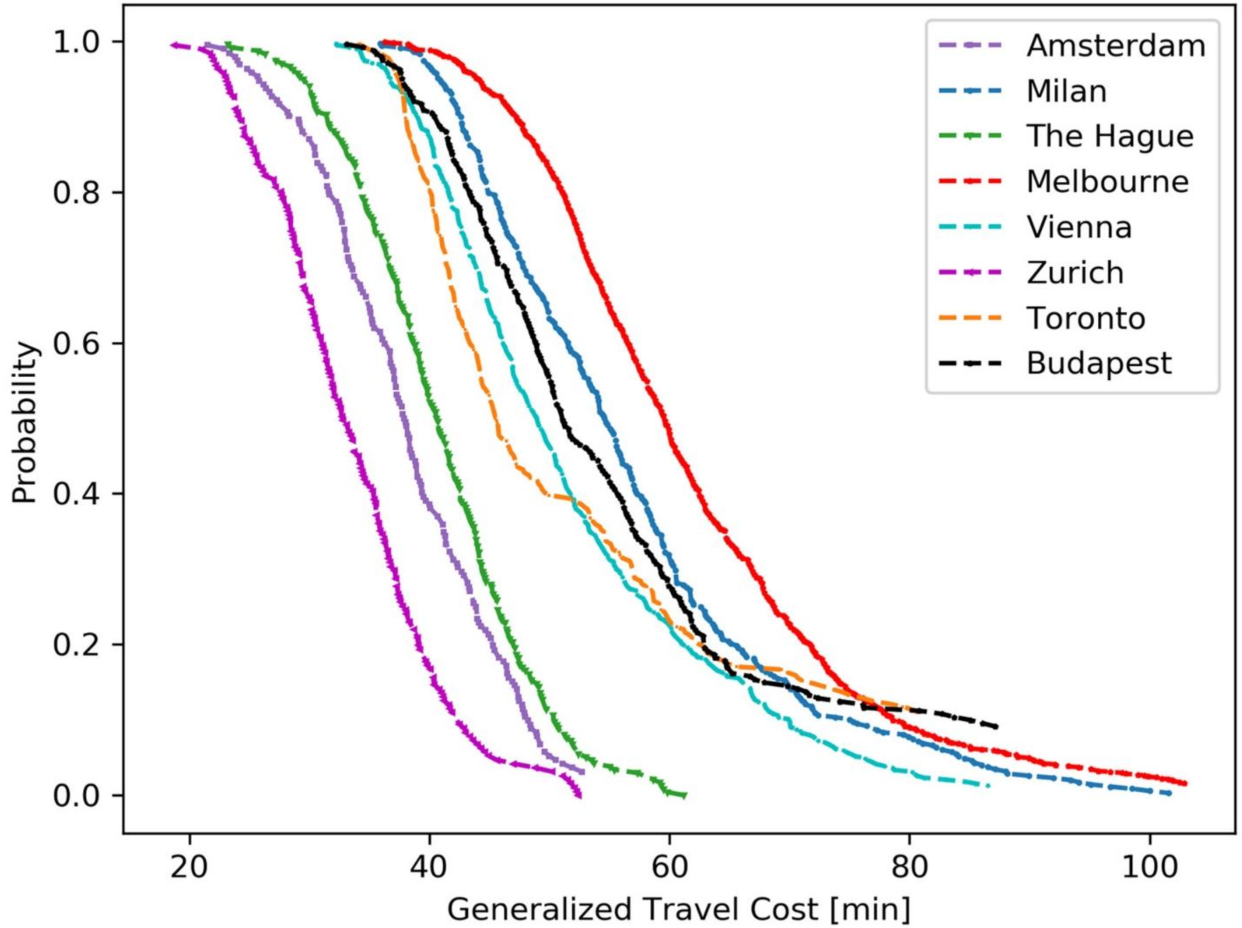
Custo generalizado



Negative exponential impedance function.

NEUTENS et al. (2013). Evaluating the Temporal Organization of Public Service Provision Using Space-Time Accessibility Analysis. Urban Geography, Volume 31, Issue 8

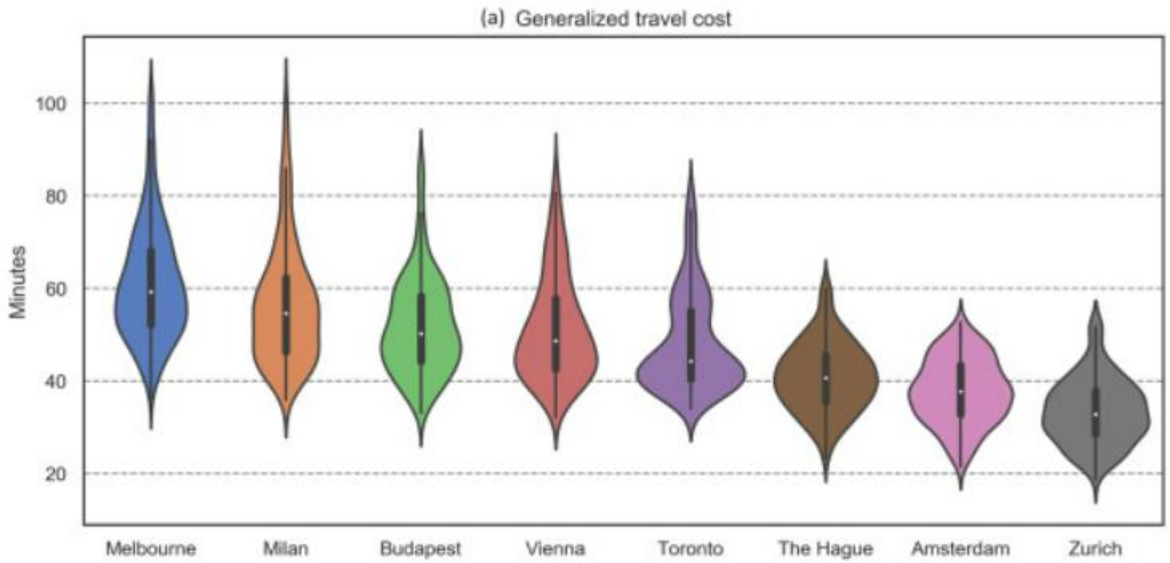
Custo generalizado



Complementary cumulative distributions of the travel impedance for the studied tram networks.

LUO et al. (2019). Integrating network science and public transport accessibility analysis for comparative assessment. Journal of Transport Geography, Volume 80, October 2019

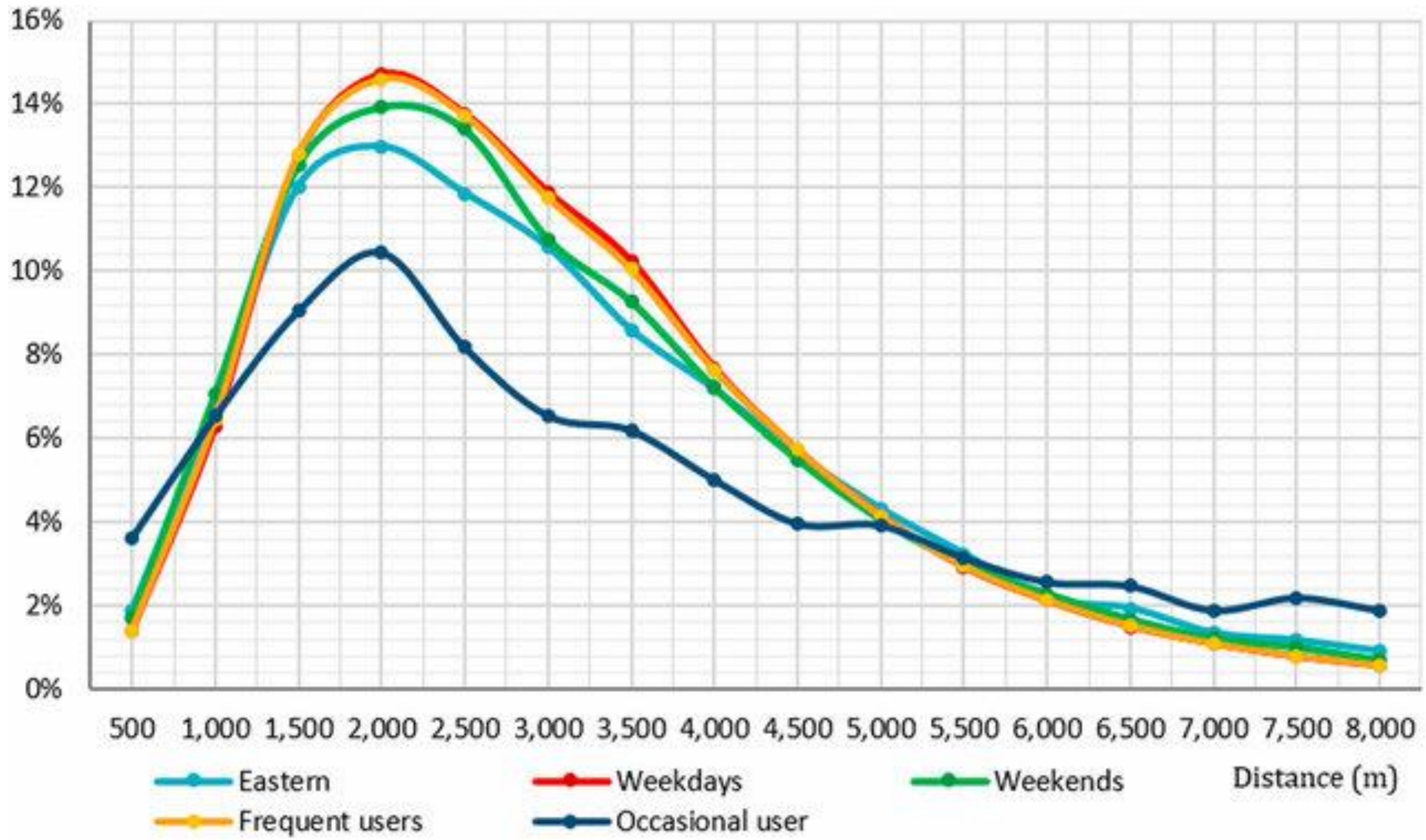
Custo generalizado



Visualization of the variance in travel impedance for eight tram networks. The violin plot displays the median, quartiles and probability density of the data smoothed by a kernel density estimator.

LUO et al. (2019). Integrating network science and public transport accessibility analysis for comparative assessment. Journal of Transport Geography, Volume 80, October 2019

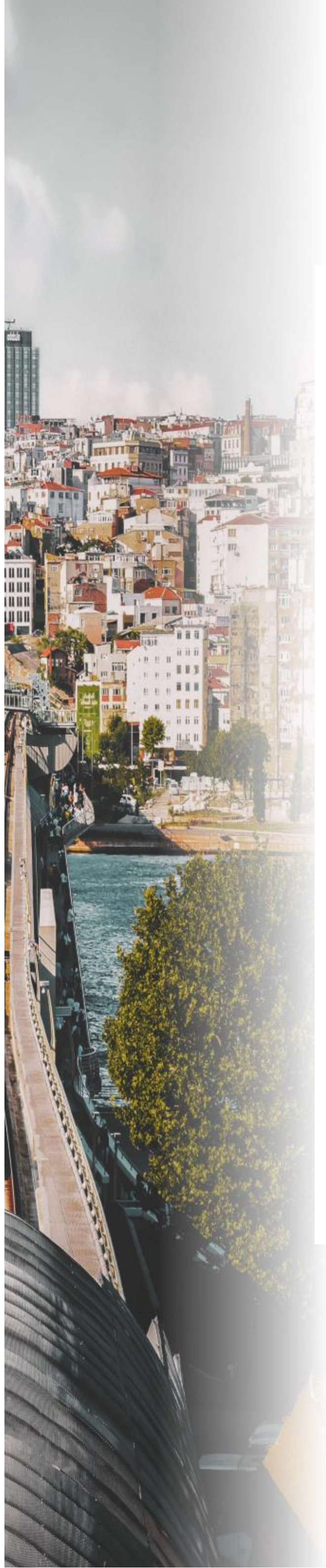
Custo generalizado

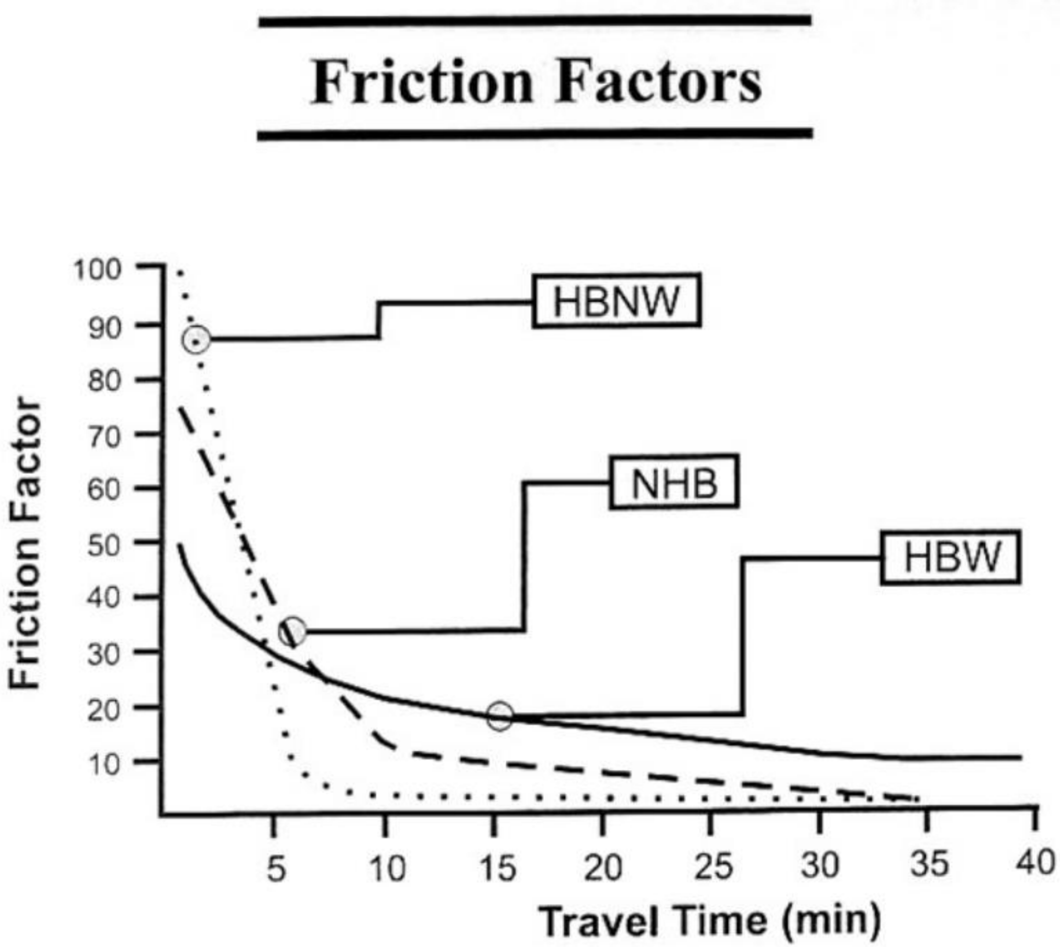


Percentage of trips according to distance

Romanillos et al. (2018). Madrid bike share system GPS routes and cycling flow. Journal of Maps, Volume 14, Issue 1

Custo generalizado

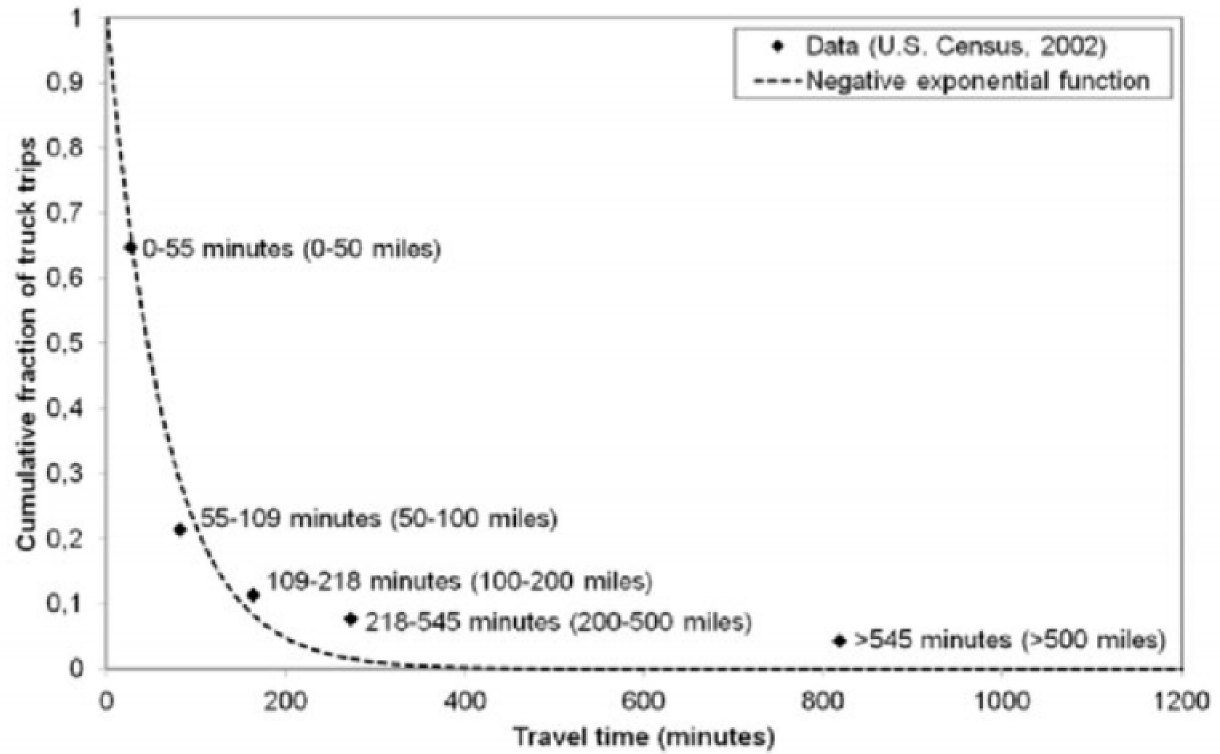




Impedance Function Comparison

Bradley (2016). Travel Demand Forecasting: Trip Distribution

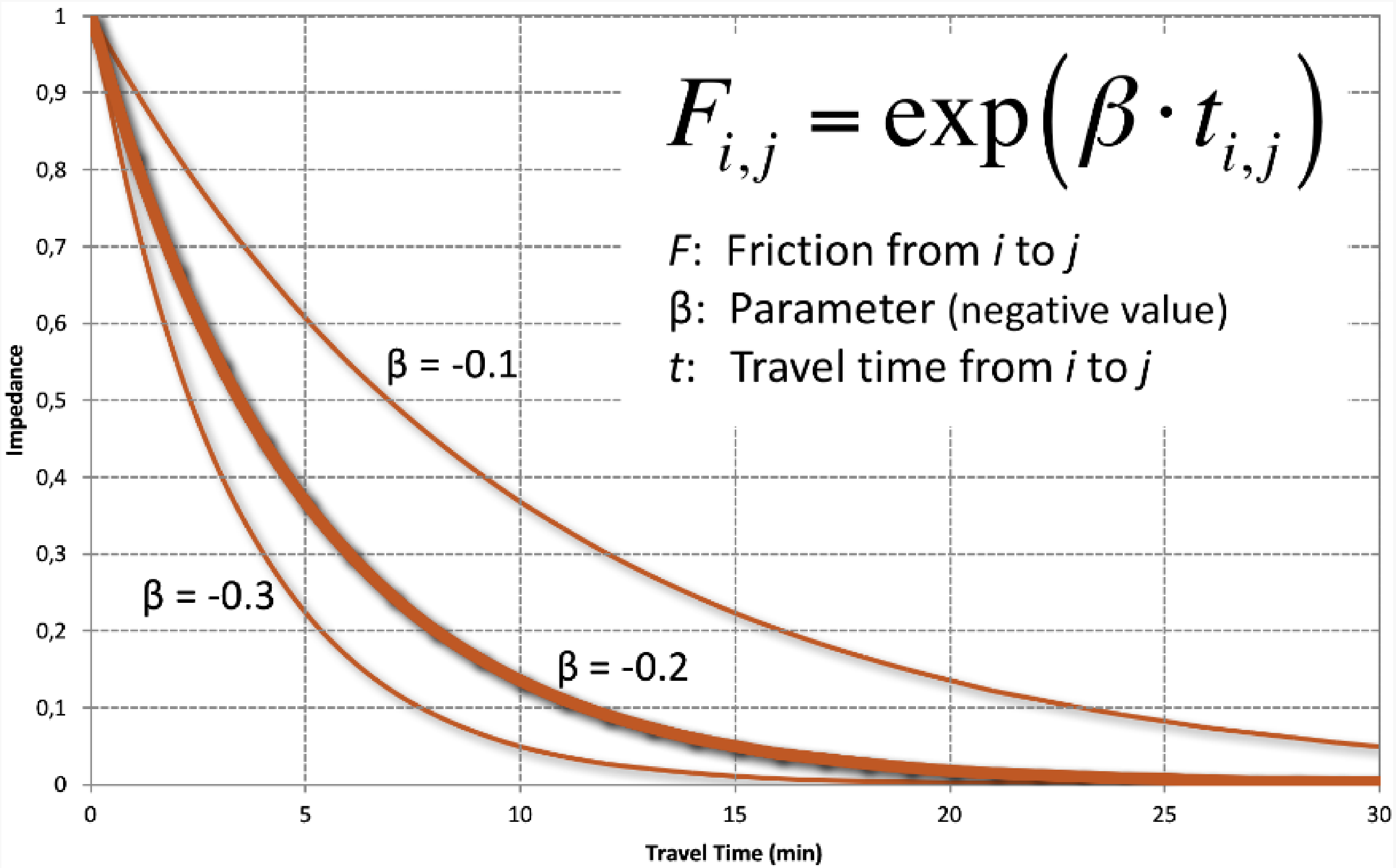
Custo generalizado



Impedance function used, based on primary range of operations of US trucks (US Census, 2002) and an average speed of 55 miles per hour.

Den Heuvel (2014). Relationship between freight accessibility and logistics employment in US counties. Transportation Research Part A: Policy and Practice, Volume 59, January 2014, Pages 91-105

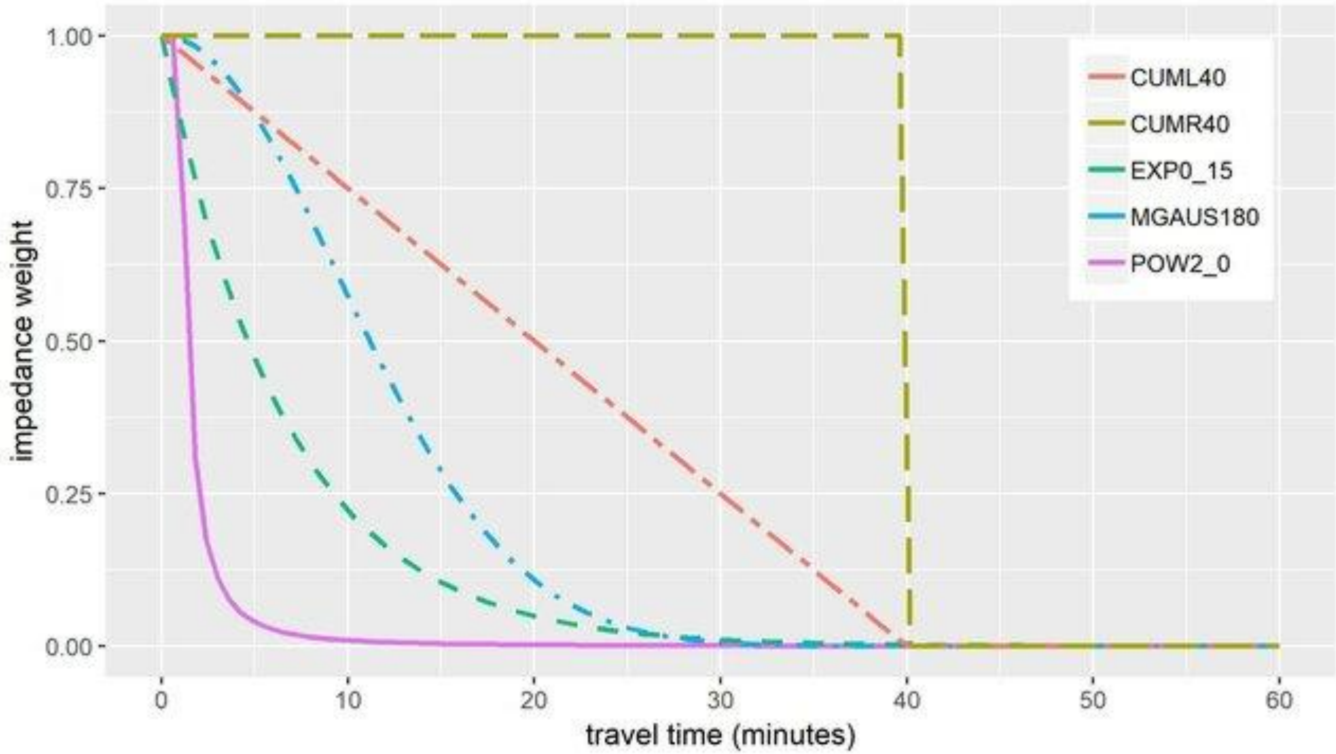
Custo generalizado



Common representation of the impedance function

Travel Forecasting Resource (s.d.). Impedance

Custo generalizado



Impedance Function Comparison

Higgins (2019). Accessibility Toolbox for R and ArcGIS. Findings, May 2019. https://doi.org/10.32866/8416

Modelos de Fator de Crescimento

Modelos de Fator de Crescimento

Os modelos de fator de crescimento (*Growth Factor-Methods*) correspondem à estimativa dos elementos da matriz OD em uma área de estudo para caracterização de um sistema de transporte em um período atual ou futuro, e exigem algumas premissas:

- Existe uma matriz t observada (**matriz semente**), obtida por modelagem ou pesquisas anteriores;
- Os elementos de t devem ter acurácia satisfatória;
- Os métodos não podem ser utilizados para preencher dados nulos da matriz OD;
- Os métodos não são recomendados quando há uma alteração significativa da infraestrutura de transporte entre o período de definição da matriz t e o de projeção de um novo sistema.

Modelos de Fator de Crescimento

Existem três métodos de modelagem pelo fator de crescimento que consideram uma matriz semente t em um ano-base e se deseja estimar uma matriz correspondente projetada para um período futuro.

Admite-se que o número de viagens entre o ano-base e o período futuro do horizonte planejamento são conhecidos, por exemplo, pelos resultados do modelo de geração de viagens.

Alternativamente, é possível estimar valores futuros das variáveis socioeconômicas incluídas nos modelos de regressão linear de "Geração de Viagens" e aplicá-los na estimativa do número de viagens futuras produzidas e atraídas pelos centroides da região de estudo.

Modelos de Fator de Crescimento

- **Fator de Crescimento Uniforme**

  Esse modelo assume que a única informação disponível para expansão de uma matriz OD para períodos futuros em um horizonte de planejamento é um fator de crescimento "f" comum para toda a área de estudo.

  Cada célula da matriz é atualizada por:

$$T_{ij} = f \cdot t_{ij} \quad \forall \quad i, j \qquad \text{onde} \qquad f = \frac{\sum_i \sum_j T_{ij}}{\sum_i \sum_j t_{ij}}.$$

Modelos de Fator de Crescimento

- **Fator de Crescimento Uniforme**

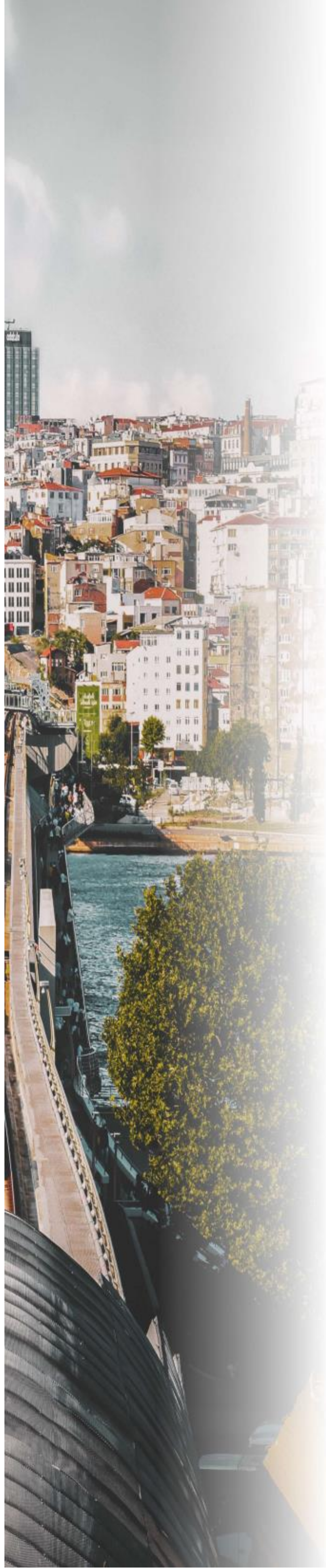
  Por exemplo, considere a seguinte matriz OD no ano-base e uma estimativa na região de estudo no futuro pela etapa de Geração de Viagens de 1962 viagens.

	1	**2**	**3**	**4**	$\sum_j$
1	5	50	100	200	355
2	50	5	100	300	455
3	50	100	5	100	255
4	100	200	250	20	570
$\sum_i$	205	355	455	620	1635

1635 → 1962

Atual Futuro

$$f = \frac{\sum_i \sum_j T_{ij}}{\sum_i \sum_j t_{ij}} = \frac{1962}{1635} = 1,20$$



Modelos de Fator de Crescimento

- **Fator de Crescimento Uniforme**

Para obter o número de viagens entre pares OD para a matriz futura, basta multiplicar os valores das células da matriz t por $1,20$.

	1	2	3	4	$\sum_j$
1	5	50	100	200	355
2	50	5	100	300	455
3	50	100	5	100	255
4	100	200	250	20	570
$\sum_i$	205	355	455	620	1635

$\boxed{300}$ x 1,20 = $\boxed{360}$

	1	2	3	4	$\sum_j$
1	6	60	120	240	426
2	60	6	120	360	546
3	60	120	6	120	306
4	120	240	300	24	684
$\sum_i$	246	426	546	744	1962

Modelos de Fator de Crescimento

- **Fator de Crescimento Unicamente Restrito**

  Esse modelo considera que as informações sobre o crescimento esperado do número de viagens entre pares OD é conhecido somente para o total de viagens produzidas **ou** atraídas pelos centroides que representam as zonas de tráfego.

  Esse número total de viagens produzidas e atraídas projetadas para um horizonte de planejamento em geral é obtido pela aplicação de valores projetados das variáveis independentes de modelos de geração de viagens (frota, população, renda etc.) para cada centroide.

Modelos de Fator de Crescimento

- **Fator de Crescimento Unicamente Restrito**

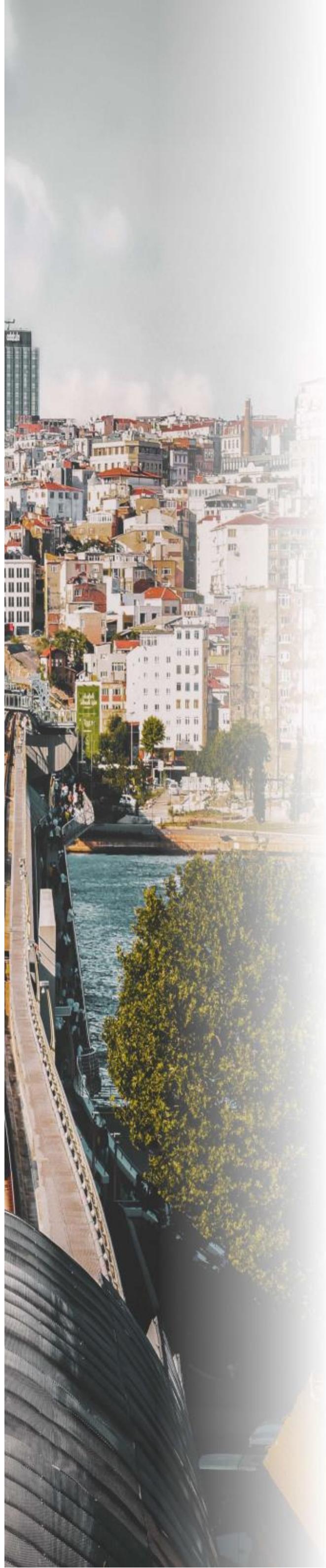
  A expansão da matriz OD é pela aplicação de fatores de crescimento específicos das origens (a_i) em cada linha, ou fatores de crescimento específicos dos destinos (b_j) em cada coluna da matriz OD.

  (1) **Fatores de crescimento específicos das origens**

  $$T_{ij} = a_i \cdot t_{ij} \text{ tal que } a_i = \frac{\sum_j T_{ij}}{\sum_j t_{ij}} \quad \forall\ i$$

  (2) **Fatores de crescimento específicos dos destinos**

  $$T_{ij} = b_j \cdot t_{ij} \text{ tal que } b_j = \frac{\sum_i T_{ij}}{\sum_i t_{ij}} \quad \forall\ j$$



Modelos de Fator de Crescimento

- **Fator de Crescimento Unicamente Restrito**

  O exemplo apresenta uma matriz conhecida e projeções de viagens produzidas pela etapa de Geração de Viagens.

  A expansão das células da OD futura é pela multiplicação das células de cada linha da matriz OD atual pela razão entre o total de viagens O_i projetadas e a soma de viagens produzidas (coluna $\sum_j$) da matriz atual.

	1	**2**	**3**	**4**	$\sum_j$	**Target O_i**
1	5	50	100	200	355	400
2	50	5	100	300	455	460
3	50	100	5	100	255	400
4	100	200	250	20	570	702
$\sum_i$	205	355	455	620	1635	
Target D_j	260	400	500	802		1962

Atual

Futuro

$$a_1 = \frac{\sum_j T_{1j}}{\sum_j t_{1j}} = \frac{400}{355} = 1,127$$

$$a_2 = \frac{\sum_j T_{2j}}{\sum_j t_{2j}} = \frac{460}{455} = 1,011$$

$$a_3 = \frac{\sum_j T_{3j}}{\sum_j t_{3j}} = \frac{400}{255} = 1,569$$

$$a_4 = \frac{\sum_j T_{4j}}{\sum_j t_{4j}} = \frac{702}{570} = 1,232$$

Modelos de Fator de Crescimento

- **Fator de Crescimento Unicamente Restrito**

$\boxed{5}$ x 1,127 = $\boxed{5,6}$

	1	2	3	4	$\sum_j$	Target O_i
1	$\boxed{5}$	50	100	200	355	400
2	50	5	100	300	455	460
3	50	100	5	100	255	400
4	100	200	250	20	570	702
$\sum_i$	205	355	455	620	1635	
Target D_j	260	400	500	802		1962

$$a_1 = \frac{\sum_j T_{1j}}{\sum_j t_{1j}} = \frac{400}{355} = 1,127$$

	1	2	3	4	$\sum_j$	Target O_i
	$\boxed{5.6}$	56.3	112.7	225.4	400	400
2	50.5	5.1	101.1	303.3	460	460
3	78.4	156.9	7.8	156.9	400	400
4	123.2	246.3	307.9	24.6	702	702
$\sum_i$	257.7	464.6	529.5	701.2	1962	1962

Perceba que a soma de viagens atraídas após expansão não resulta na soma de viagens atraídas estimadas no futuro pela etapa de Geração de Viagens.

Se o procedimento for realizado para fatores de expansão quanto às viagens atraídas, o mesmo pode acontecer para as viagens produzidas.

Modelos de Fator de Crescimento

- **Fator de Crescimento Duplamente Restrito**

  Em geral estão disponíveis informações sobre o número de viagens produzidas **e** atraídas.

  Isso implica em dois fatores de crescimento, respectivamente a_i e b_j.

  Diferentes algoritmos baseiam-se no cálculo iterativo de fatores de correção e aplicação às células da OD.

  Por exemplo, aplicam-se fatores de correção nas linhas e calculam-se os totais de viagens nas colunas, comparado-os aos que se deseja atingir no horizonte de planejamento. Se forem observadas diferenças significativas, novos fatores são aplicados às colunas e os valores totais nas linhas são comparados, até que todas as estimativas sejam próximas das projeções .

de Fator de Crescimento

- **Fator de Crescimento Duplamente Restrito**

O método mais disseminado em planejamento de transportes é o “Método de Furness”

Os valores de a_i e b_j são calculados iterativamente tal que:

$$T_{ij} = t_{ij} \cdot a_i \cdot b_j \quad \forall \ i, j$$

Os fatores a_i e b_j devem ser calculados de modo a satisfazer as restrições de soma das viagens atraídas e produzidas e pelos centroides

---

[1] Furness, K.P. (1965) Time function iteration. Traffic Engineering and Control 7, 458–460.

Modelos de Fator de Crescimento

- **Fator de Crescimento Duplamente Restrito**

O Método de Fratar é definido pelo seguinte algoritmo:

PASSO 1: Faça $b_j = 1,0$;

PASSO 2: Calcule os fatores de correção a_i para cada coluna da matriz OD, tal que $a_i = \frac{\sum_j T_{ij}}{\sum_j t_{ij}} \ \forall \ i$;

PASSO 3: Obtenha uma nova matriz OD atualizada pelos valores de a_i e b_j aplicando a equação da slide 21;

PASSO 4: Calcule os fatores de correção b_j para cada coluna da matriz OD, tal que $b_j = \frac{\sum_i T_{ij}}{\sum_i t_{ij}} \ \forall \ j$;

PASSO 5: Obtenha uma nova matriz OD atualizada pelos valores de a_i e b_j aplicando a equação da slide 21;

PASSO 6: Se $\sum_j T_{ij} \approxeq \sum_j t_{ij} \ \forall \ i$ e $\sum_i T_{ij} \approxeq \sum_i t_{ij} \ \forall \ j$ então **PARE**, senão volte ao **PASSO 2**.

Modelos de Fator de Crescimento

- **Fator de Crescimento Duplamente Restrito**

Considere uma matriz OD em que foram estimadas as viagens em um horizonte de planejamento na etapa de Geração de Viagens. Após três iterações do Método de Fratar obtém-se uma matriz OD expandida.

Doubly constrained matrix expansion problem

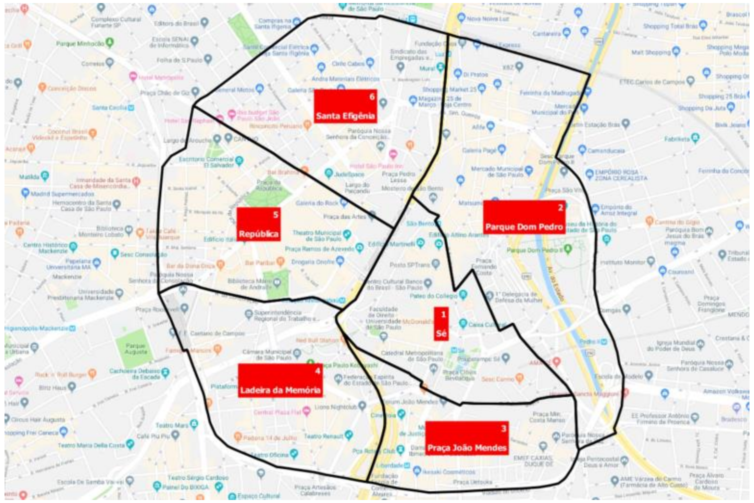
	1	**2**	**3**	**4**	$\sum_j$	**Target O_i**
1	5	50	100	200	355	400
2	50	5	100	300	455	460
3	50	100	5	100	255	400
4	100	200	250	20	570	702
$\sum_i$	205	355	455	620	1635	
Target D_j	260	400	500	802		1962

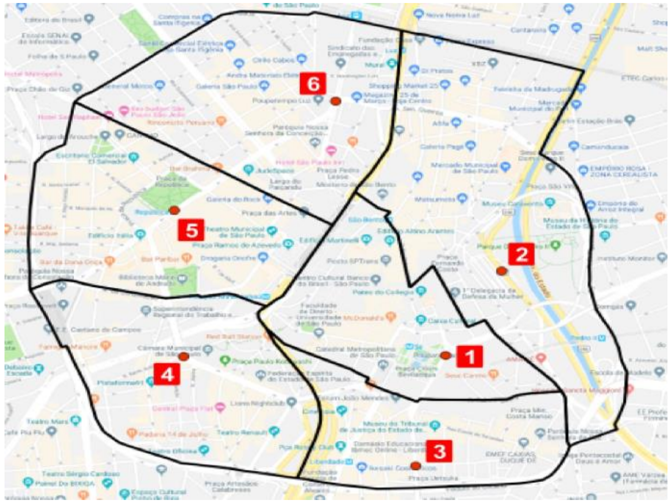
Solution to the doubly constrained matrix expansion problem

	1	**2**	**3**	**4**	$\sum_j$	**Target O_i**
1	5.25	44.12	98.24	254.25	401.85	400
2	45.30	3.81	84.78	329.11	462.99	460
3	77.04	129.50	7.21	186.58	400.34	400
4	132.41	222.57	309.77	32.07	696.82	702
$\sum_i$	260.00	400.00	500.00	802.00	1962	
Target D_j	260	400	500	802		1962

Modelos de Fator de Crescimento

Considere o exemplo abordado na etapa de Geração de Viagens com análise da região central de São Paulo caracterizada em seis zonas de tráfego.





Zona	Nome	PROD AJUSTADA 2022	ATRA AJUSTADA 2022
1	Sé	23.318	159.721
2	Parque Dom Pedro	51.100	117.371
3	Praça João Mendes	122.902	44.114
4	Ladeira da Memória	183.524	42.489
5	República	104.296	182.157
6	Santa Ifigênia	141.743	81.031
	Total	626.882	626.882

Modelos Econométricos

Modelos Econométricos

Modelo gravitacional (anos 50): adotado extensivamente na maior parte das organizações de planejamento metropolitanas e modelos de viagem nacionais/regionais

Destination choice models: teoria da modelagem da escolha discreta estabelecida nos anos 1970 (McFadden)

Modelos baseados na <u>utilidade</u>

$$p_{i,k} = \frac{e^{u_{i,k}}}{\sum_{j \in J} e^{u_{j,k}}}$$

fórmula logit geral com utilidade u para a pessoa k e a alternativa i

$$u_{i,k} = \beta_{0,i,k} + \sum_{n} \beta_n X_{i,k,n} + \varepsilon_{i,k}$$

logit multinomial (MNL) com componentes determinísticos de coeficientes β lineares, atributos X (transformados), termo de erro ε

Vitins & Erath (2023). Destination choice modeling with spatially distributed constraints. Journal of Transport and Land Use, 16(1), 241–265. https://doi.org/10.5198/jtlu.2023.2226

Modelos Econométricos

Restrições de capacidade e "preços-sombra" (shadow prices)

Preços-sombra: impedimento para alternativas atraentes com capacidade limitada. Oferecem uma abordagem genérica para modelos de escolha com restrições.

Preços-sombra refletem as restrições das alternativas, baseados em microeconomia e otimização da produtividade.

Situação de mercado imperfeito ou ineficiente: demanda excede a oferta devido a efeitos distributivos.

Vitins & Erath (2023). Destination choice modeling with spatially distributed constraints.
Journal of Transport and Land Use, 16(1), 241–265. https://doi.org/10.5198/jtlu.2023.2226

Modelos Econométricos

Restrições de capacidade e "preços-sombra" (shadow prices)

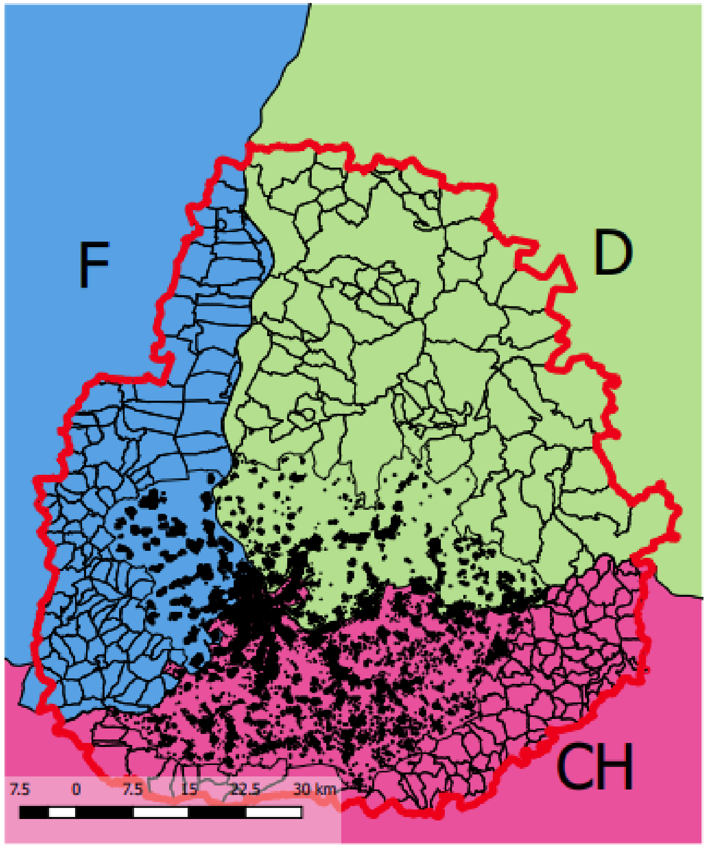
Preço $p > 0$, estoque de X com unidades vendidas x, em que $0 \leq x \leq X$, e o objetivo $\max(px)$

Clientes que compram unidades x otimizam sua utilidade u, com relação aos seus limites de tempo e orçamento ➔ pelo menos dois problemas de otimização dependentes

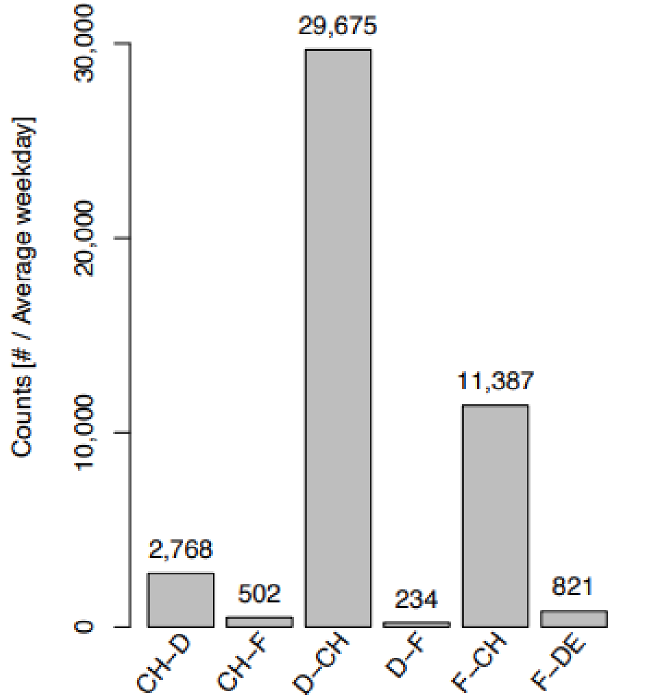
Qualquer recurso pode ser considerado uma restrição (por exemplo, tempo, unidades), se o número que os clientes gostariam de usar exceder a disponibilidade

Vitins & Erath (2023). Destination choice modeling with spatially distributed constraints.
Journal of Transport and Land Use, 16(1), 241–265. https://doi.org/10.5198/jtlu.2023.2226

Modelos Econométricos



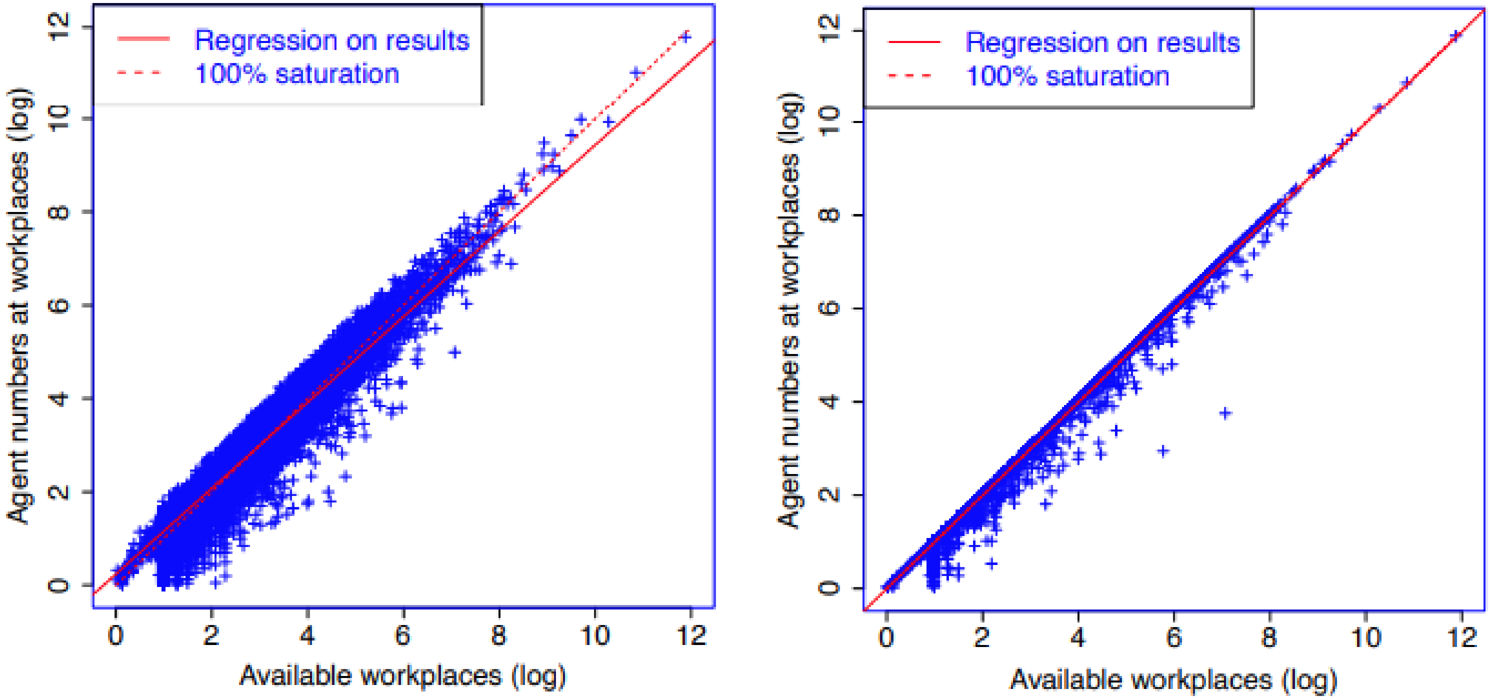
(a) Model region with perimeter border, zones, and country borders between France (F), Germany (D) and Switzerland (CH).



(b) Empirical cross-section flows between regions for home-based commuting trips.

Vitins & Erath (2023). Destination choice modeling with spatially distributed constraints. Journal of Transport and Land Use, 16(1), 241–265. https://doi.org/10.5198/jtlu.2023.2226

Modelos Econométricos

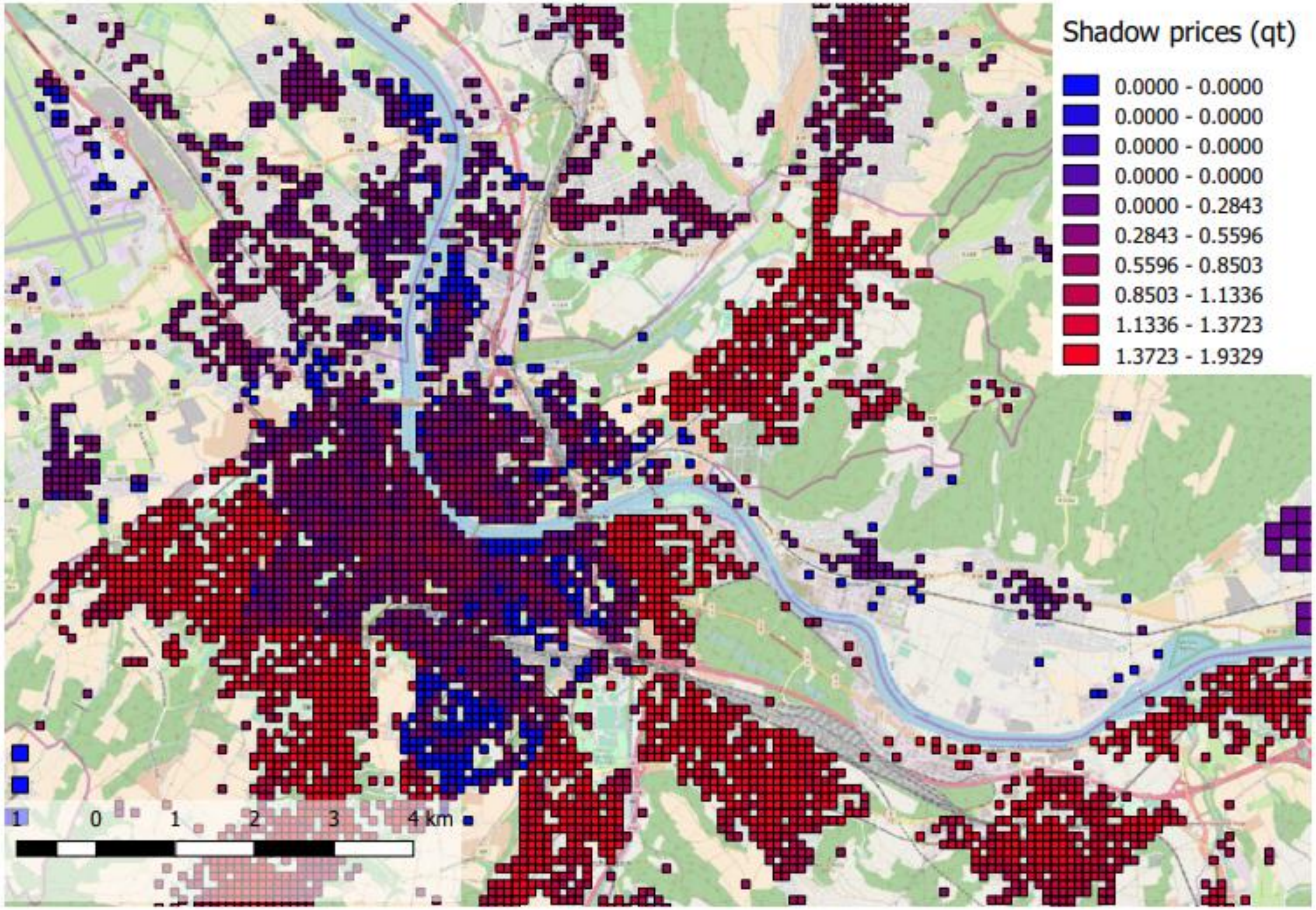


(a) Number of workplaces and saturation (iteration 0), considering flow sum $\sum g_{i,j,0}$

(b) Number of workplaces and saturation (iteration 15), considering flow sum $\sum_i g_{i,j,15}$

Vitins & Erath (2023). Destination choice modeling with spatially distributed constraints. Journal of Transport and Land Use, 16(1), 241–265. https://doi.org/10.5198/jtlu.2023.2226

Modelos Econométricos



(c) Shadow prices λ_2 distribution after iteration 15

Vitins & Erath (2023). Destination choice modeling with spatially distributed constraints. Journal of Transport and Land Use, 16(1), 241–265. https://doi.org/10.5198/jtlu.2023.2226

Modelos Econométricos

Alguns autores utilizaram modelagem de regressão linear para representar o número de viagens entre pares OD em função de variáveis socioeconômicas que caracterizam as zonas de tráfego, como frota, população, renda, distância etc.

- **Automóveis**

  LOUREIRO, K. C. (2010). **Uso de contagens volumétricas na estimativa de matrizes de origem-destino de veículos leves em redes interurbanas.** 124 p. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Florianópolis, 2010.

- **Ônibus**

STE-ENEFER (2001). **Estudo de reavaliação do modelo de estimativa da demanda de passageiros em ligações de transporte.** Brasília, DF: Secretaria Nacional de Transportes Terrestres. Não paginado.

GONÇALVES, M. B.; BEZ, E. T.; NOVAES, A. G. (2007). **Modelos econométricos aplicados à previsão de demanda por transporte interestadual de passageiros de ônibus no Brasil.** Transportes (Rio de Janeiro), v. 15, n. 1, p. 24–33.

Modelos Econométricos

- **Avião**

ANAC (1998). **Agência Nacional de Aviação Civil - Demanda Global do Transporte Aéreo Brasileiro.** .

SUN, X. S.; BRAUNER, E.; HORMBY, S. (1998). **A large-scale neural network for airline forecasting in revenue management.** . Operations Research in the Airline Industry. Springer. p. 46–67.