

PMT3306 - Módulo “Mecanismos de deformação plástica e de fratura” - Material de apoio - Parte 1

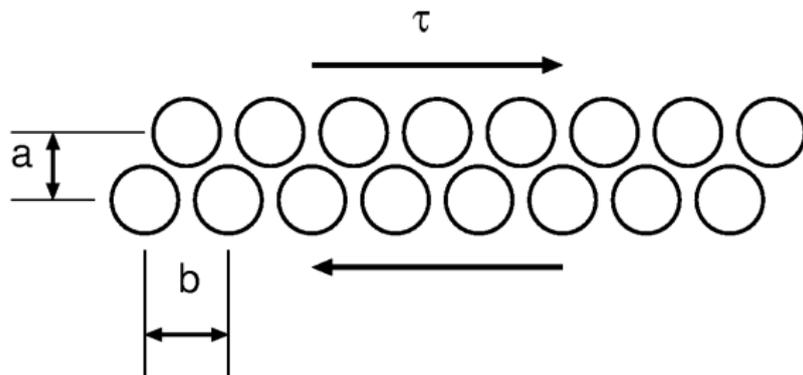
Cláudio Geraldo Schön

Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

19 de outubro de 2021

Tensão teórica de escorregamento

Frenkel (1926)



$$\tau = \frac{Gb}{2\pi a} \sin \frac{2\pi x}{b} \Rightarrow \tau_{max} = \frac{b G}{a 2\pi}$$

Ref.: D. Hull, D. J. Bacon, "Introduction to dislocations" Oxford:Pergamon Press, 3ed., 1984.

Tensão teórica de escorregamento

Exemplo: Cu (CFC)

Cu (300K):

- $G = 48 \text{ GPa}$
- $a_0 = 0,36149 \text{ nm}$
- $a = \frac{a_0}{\sqrt{3}} = 0,2087 \text{ nm}$
- $b = \frac{a_0}{\sqrt{2}} = 0,2556 \text{ nm}$
- $\tau_{max} \approx 9,36 \text{ GPa}$
- $\tau_{CRSS} \approx 0,48 \text{ MPa} (\approx 10^{-4} \tau_{max}!)$

Orowan, Polanyi, Taylor (1934, independentemente) \Rightarrow discordâncias.

Campo elástico

Discordâncias em hélice

Em coordenadas cilíndricas (z ao longo da linha de discordância):

$$u_r = u_\theta = 0$$

e

$$u_z = \frac{b}{2\pi} \theta$$

Em coordenadas cartesianas:

$$u_z = \frac{b}{2\pi} \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

Campo elástico

Discordâncias em hélice

Da definição:

$$\varepsilon_{\theta z} = \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta}$$

Todos os outros termos são nulos.

Em coordenadas cartesianas:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} = \frac{b}{2\pi r} \begin{pmatrix} 0 & 0 & \sin \theta \\ 0 & 0 & -\cos \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta & 0 \end{pmatrix}$$

Discordância em cunha

Campo de deslocamento

$$\begin{aligned}
 u_x &= \frac{b}{2\pi} \left[\tan^{-1} \frac{y}{x} + \left(\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu} \frac{xy}{x^2 + y^2} \right) \right] \\
 u_y &= \frac{b}{2\pi} \left[-\frac{\mu}{(\lambda + 2\mu)} \ln \frac{x^2 + y^2}{c} + \left(\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu} \frac{y^2}{x^2 + y^2} \right) \right] \\
 u_z &= 0
 \end{aligned}$$

onde $\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ e $\mu = G$ são as constantes de Lamé. A constante c é introduzida na equação para fazer o argumento do logaritmo adimensional, mas na determinação das deformações (que são derivadas dos deslocamentos) ela acaba se anulando.

Discordância em cunha

Campo de deformação

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} = \frac{b}{2\pi(x^2+y^2)^2} \begin{pmatrix} -y \left[\frac{\mu y^2 + (2\lambda + 3\mu)x^2}{(\lambda + 2\mu)} \right] & \frac{x}{(1-\nu)} (x^2 - y^2) & 0 \\ \frac{x}{(1-\nu)} (x^2 - y^2) & -y \left[\frac{\mu y^2 - (2\lambda + \mu)x^2}{(\lambda + 2\mu)} \right] & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Discordância em cunha

Campo de tensão

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} = \frac{Gb}{\pi(1-\nu)r} \begin{pmatrix} -\sin \theta (2 + \cos 2\theta) & \cos \theta \cos 2\theta & 0 \\ \cos \theta \cos 2\theta & \sin \theta \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & -2\nu \sin \theta \end{pmatrix}$$

Energia da discordância

Discordância em hélice

Lembrando (energia por unidade de volume em um campo elástico):

$$u_{el} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=x,y,z} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=r,\theta,z} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}$$

Aplicando à discordância em hélice:

$$u_{el} = \frac{1}{2} \sigma_{\theta z} \varepsilon_{\theta z} = \frac{Gb^2}{8\pi^2 r^2}$$

Integrando em r obtemos a energia por unidade de comprimento de linha.

$$U_{dis} = \int_{r_0}^{r_{max}} u_{el} 2\pi r dr = \frac{Gb^2}{4\pi} \ln \left(\frac{r_{max}}{r_0} \right) + U_c \quad (1)$$

onde r_0 é o raio do núcleo, que corresponde à região em que a elasticidade linear deixa de ser válida. A energia dessa região é adicionada como uma constante de integração (U_c).

Energia da discordâncias

Discordâncias em cunha e mistas

Para o caso de discordâncias em cunha o resultado para a energia elástica por unidade de comprimento de linha é:

$$U_{dis} = \frac{Gb^2}{4\pi(1-\nu)} \ln\left(\frac{r_{max}}{r_0}\right) + U_c$$

Para o caso geral (discordâncias mistas):

$$U_{dis} = \left[\frac{Gb^2 \sin^2 \psi}{4\pi(1-\nu)} + \frac{Gb^2 \cos^2 \psi}{4\pi} \right] \ln\left(\frac{r_{max}}{r_0}\right) + U_c(\psi) =$$

$$\frac{Gb^2(1-\cos^2 \psi)}{4\pi(1-\nu)} \ln\left(\frac{r_{max}}{r_0}\right) + U_c(\psi)$$

onde ψ é o ângulo no plano que contém a linha da discordância entre a direção da linha e a direção correspondente à configuração em cunha.

Energia da discordância

Valores típicos

- $r_0 \approx 5b$
- r_{max} : livre caminho médio entre discordâncias
- $U_c \approx 0,1 u_{el}$

$$U_{dis} = \alpha Gb^2$$

com $\alpha \approx 0,5 - 1,0$.

Trabalho de escorregamento

Um elemento de linha d/l de uma discordância com vetor de Burgers b , sob a ação de uma tensão de cisalhamento τ , se move no plano de escorregamento por uma distância ds , o trabalho realizado será:

$$dW = A\tau \left(\frac{dsd/l}{A} \right) b$$

Definimos a força de escorregamento F_b por:

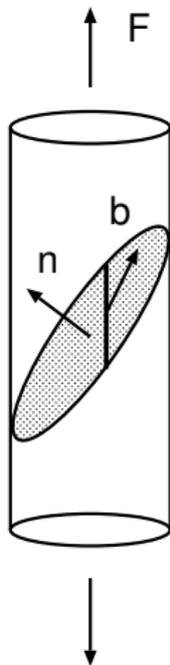
$$F_b = \frac{dW}{dsd/l} = \tau b$$

Sistemas de escorregamento

$$\vec{b} \cdot \vec{n} = \alpha [uvw] \cdot (hkl) = \alpha (uh + vk + lw) = 0$$

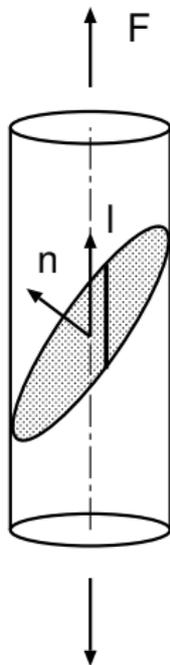
Tensão de cisalhamento projetada

- O ângulo $\phi = \widehat{nl}$ entre a direção de carregamento e a normal do plano de escorregamento.
- O ângulo $\lambda = \widehat{bl}$ entre a direção de carregamento e o vetor de Burgers da discordância.



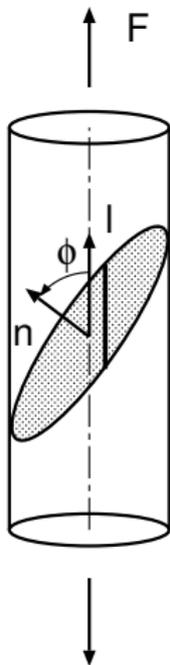
Tensão de cisalhamento projetada

- O ângulo $\phi = \widehat{nl}$ entre a direção de carregamento e a normal do plano de escorregamento.
- O ângulo $\lambda = \widehat{bl}$ entre a direção de carregamento e o vetor de Burgers da discordância.



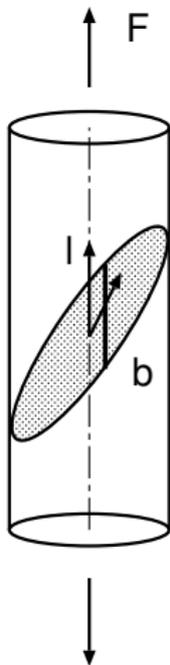
Tensão de cisalhamento projetada

- O ângulo $\phi = \widehat{nl}$ entre a direção de carregamento e a normal do plano de escorregamento.
- O ângulo $\lambda = \widehat{bl}$ entre a direção de carregamento e o vetor de Burgers da discordância.



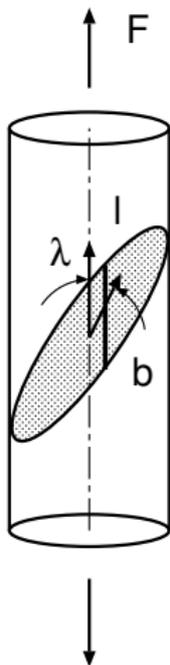
Tensão de cisalhamento projetada

- O ângulo $\phi = \widehat{nl}$ entre a direção de carregamento e a normal do plano de escorregamento.
- O ângulo $\lambda = \widehat{bl}$ entre a direção de carregamento e o vetor de Burgers da discordância.



Tensão de cisalhamento projetada

- O ângulo $\phi = \widehat{nl}$ entre a direção de carregamento e a normal do plano de escorregamento.
- O ângulo $\lambda = \widehat{bl}$ entre a direção de carregamento e o vetor de Burgers da discordância.



Tensão de cisalhamento projetada

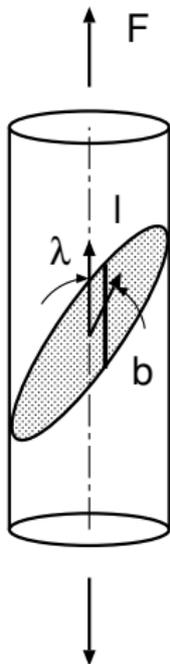
- O ângulo $\phi = \widehat{nl}$ entre a direção de carregamento e a normal do plano de escorregamento.
- O ângulo $\lambda = \widehat{bl}$ entre a direção de carregamento e o vetor de Burgers da discordância.

Tensão de cisalhamento projetada:

$$\tau = \sigma \cos \phi \cos \lambda$$

Cossenos diretores (sistemas cúbicos):

$$\cos \widehat{ab} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$



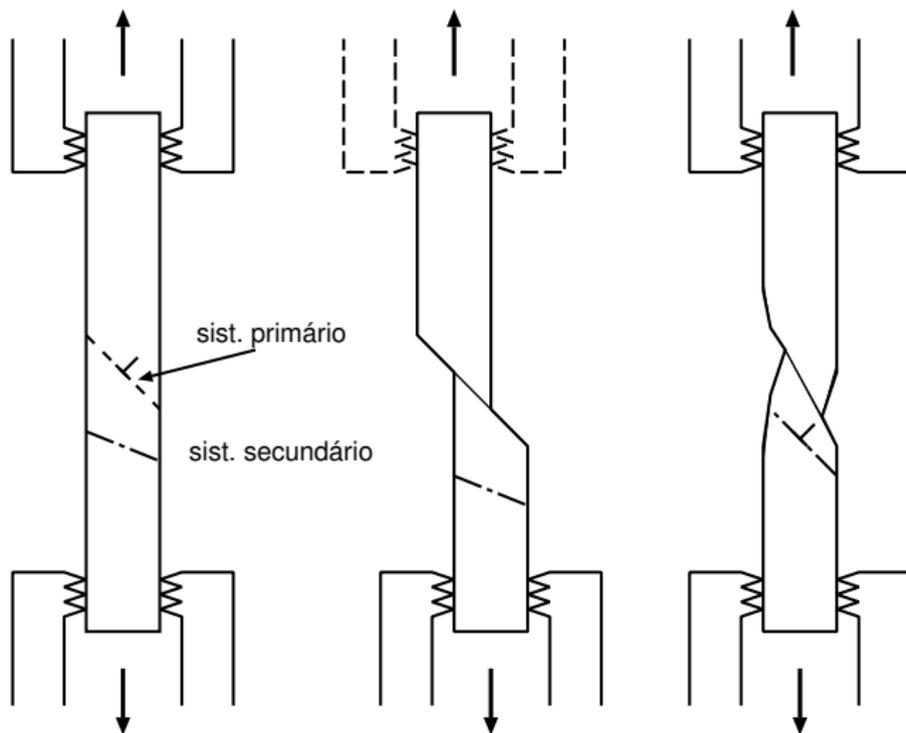
Lei de Schmid

Metais escoam plasticamente quando a tensão de cisalhamento projetada atuando sobre o sistema de escorregamento atinge o valor crítico.

$$\tau_{CRSS} = S\sigma_e = \sigma_e \cos \phi \cos \lambda$$

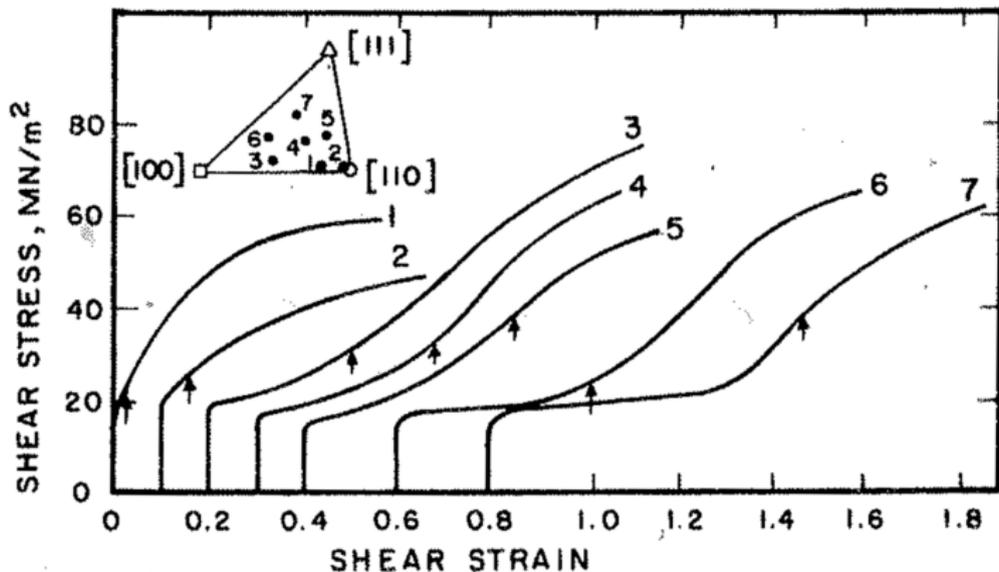
- S : fator de Schmid
- τ_{CRSS} : tensão de cisalhamento projetada crítica (*critical resolved shear stress*)

Geometria da deformação plástica



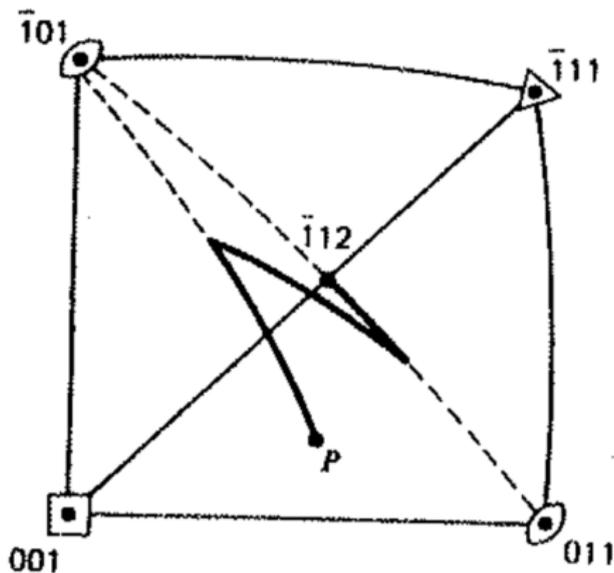
Tração em monocristais

Exemplo: Nb (CCC)



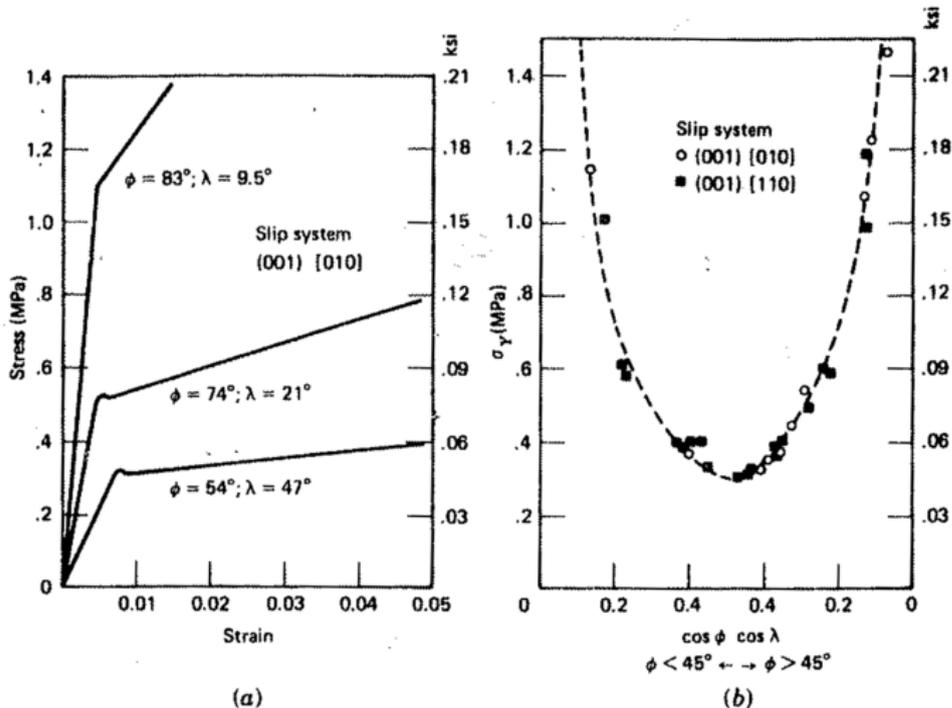
Tração em monocristais

Evolução da orientação do cristal

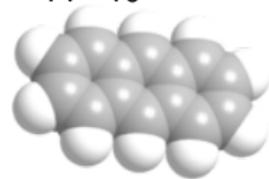


Lei de Schmid em Antraceno

Monocristal monoclinico organico



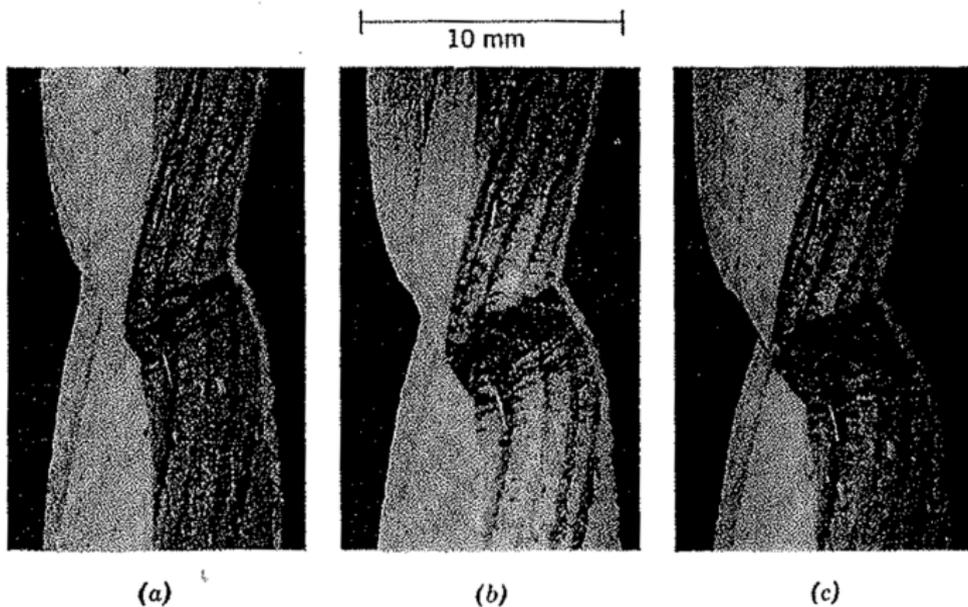
$C_{14}H_{10}$:



$\tau_{CRSS} = 137$
kPa

Efeito do monodeslizamento

Exemplo: Zn

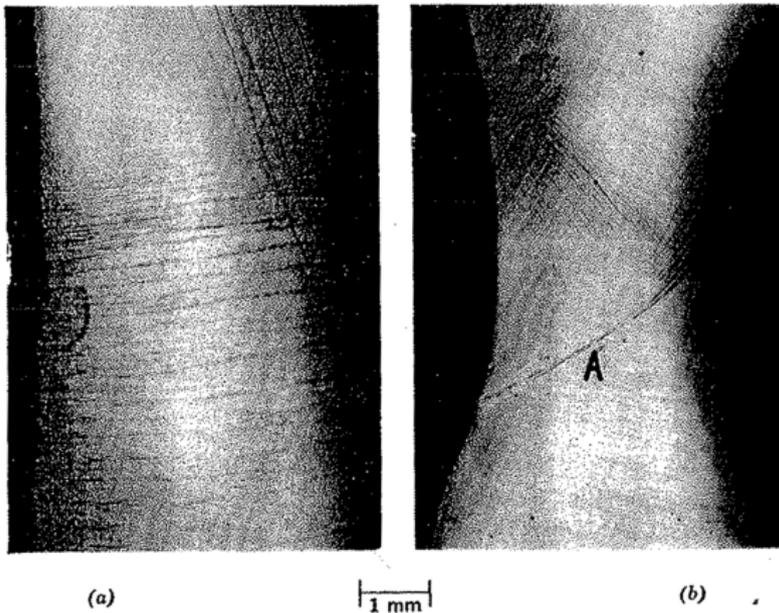


Efeitos do monodeslizamento

Evidencia de deslizamento cruzado em monocristal de Al

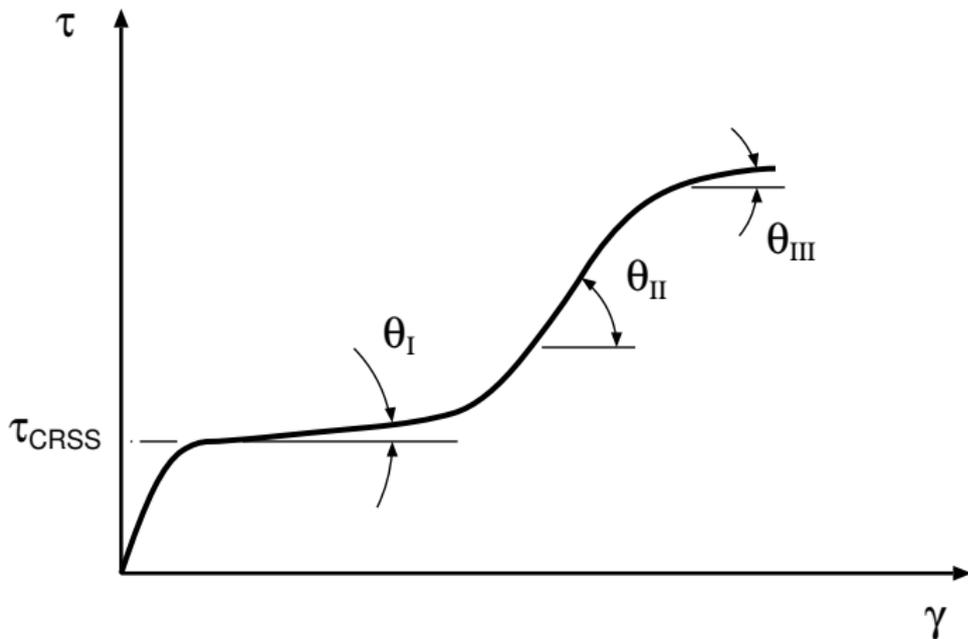
478

C. J. BEEVERS AND R. W. K. HONEYCOMBE



Monocristais CFC

Estágios I, II e III

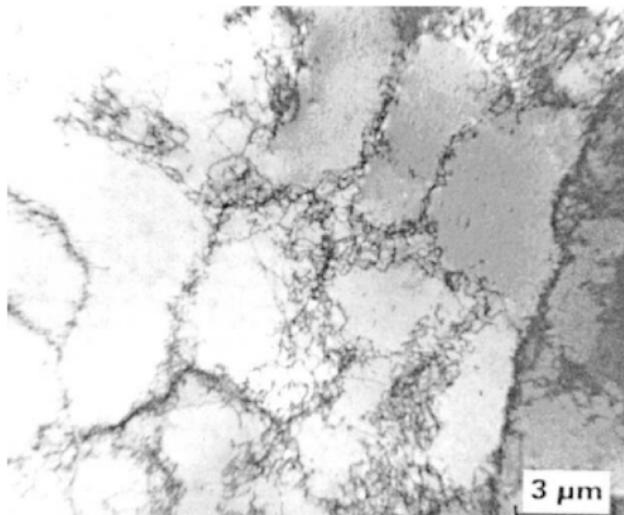


Média e alta EDE:

- I. monodeslizamento (*single slip*) → discordâncias retas e espaçadas que no final começam a formar estruturas dipolares (*braids*)
- II. encruamento linear → células com diâmetros decrescentes em função do progresso da deformação
- III. envelhecimento dinâmico → deslizamento cruzado e ascensão iniciam, as células continuam com o mesmo diâmetro

Células de discordâncias

Exemplo de estrutura celular de estágio III em Al



D. Kuhlmann-Wilsdorf "Q: Dislocation structures — how far from equilibrium? A: Very close indeed" *Mater. Sci. Eng. A* **315** (2001) 211 – 216.

Endurecimento intrínseco de policristais

Policristais já iniciam a deformação no estágio II e progridem rapidamente para o estágio III.

$$\sigma_e = M\tau_{CRSS}$$

- M : fator de Taylor ($\approx 3,02$)

Hipótese fundamental: os grãos se deformam homogeneamente, ou seja a deformação macroscópica é idêntica para todos os grãos \rightarrow são necessários cinco sistemas de escorregamento ativos independentemente.

Reticulado de Taylor



$$\gamma = \frac{\rho bL}{2}$$

$$\rho = \frac{1}{l^2} \Rightarrow \gamma = \frac{bL}{2l^2}$$

$$\tau = \frac{C}{l} = \left(\frac{\sqrt{2}C}{\sqrt{bL}} \right) \sqrt{\gamma}$$

$$\tau = \tau_{CRSS} + \alpha Gb\sqrt{\rho}$$

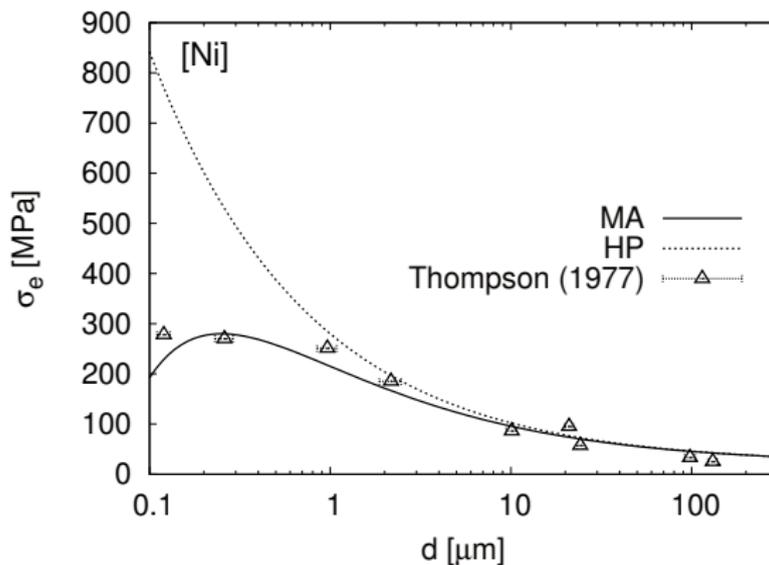
Endurecimento de Hall – Petch

Seja d o tamanho de grão:

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{k_e}{\sqrt{d}}$$

Modelo de Meyers e Ashworth

Efeito Hall - Petch inverso



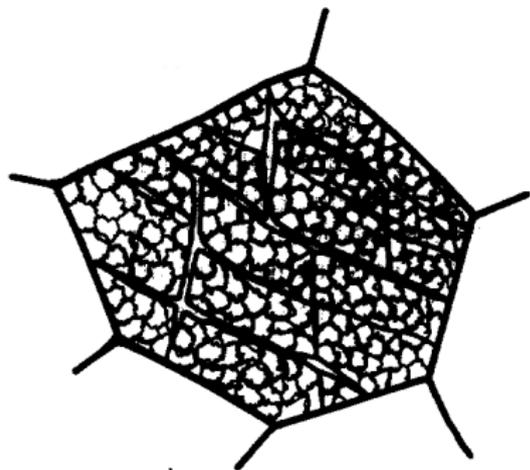
$$\sigma_e = \sigma_{fCG} + \frac{8k(\sigma_{fCG} - \sigma_{fG})}{\sqrt{d}} - \frac{16k^2(\sigma_{fCG} - \sigma_{fG})}{d}$$

Escorregamento distribuído e escorregamento planar

- Metais puros CFC e HC, bem como metais e ligas CCC em geral apresentam escorregamento “distribuído” (também conhecido como “*wavy*” *glide*, devido à forma ondulada das bandas de escorregamento).
- Ligas CFC e HC apresentam escorregamento “planar”.

Microestruturas de deformação

Modelo de Bay *et al.*



DDW *Dense dislocation walls*

MB microbandas

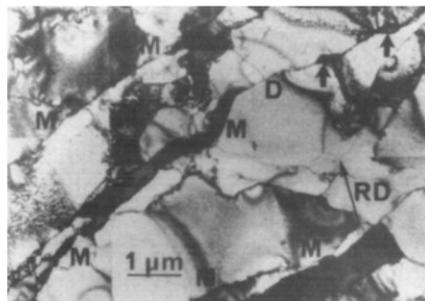
CB blocos de células

B. Bay, N. Hansen, D. A. Hughes, D. Kuhlmann-Wilsdorf "Evolution of FCC deformation structures in polycrystalline metals" *Acta Metall. Mater.*

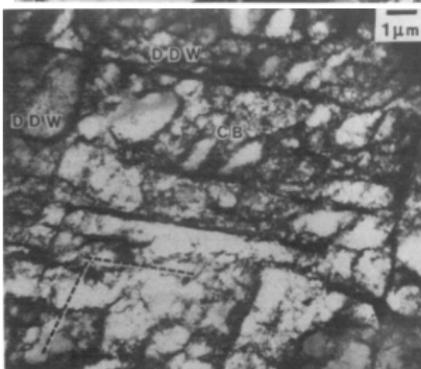
40 (1992) 205 – 219.

Microestruturas de deformação

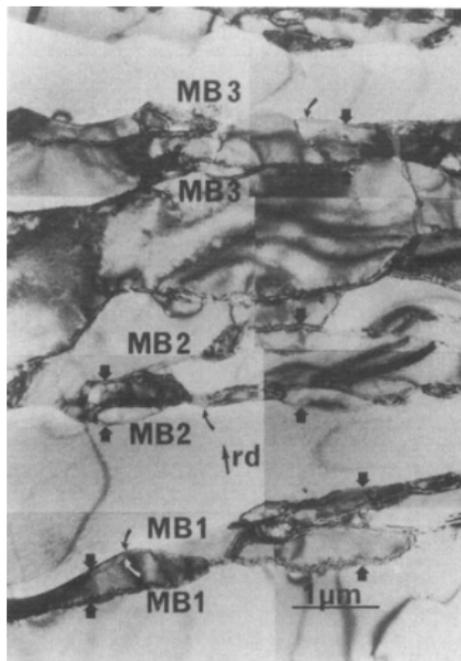
Modelo de Bay *et al.*



Al 30%



Ni 20%



Al 20%

B. Bay, N. Hansen, D. A. Hughes, D. Kuhlmann-Wilsdorf "Evolution of FCC deformation structures in polyslip" *Acta Metall. Mater.*

40 (1992) 205 – 219.

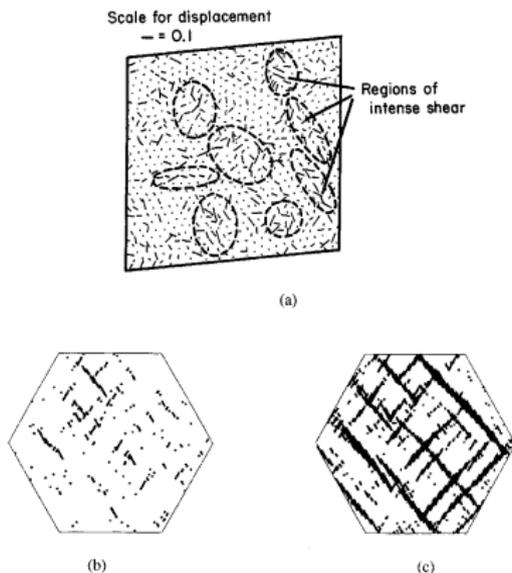
Bandas de cisalhamento

Shear bands

- Materiais metálicos policristalinos.
- Materiais metálicos monocristalinos.
- Materiais metálicos amorfos (vidros metálicos).
- Materiais cerâmicos cristalinos.
- Materiais cerâmicos amorfos.
- Materiais poliméricos amorfos.
- Sistemas granulares.

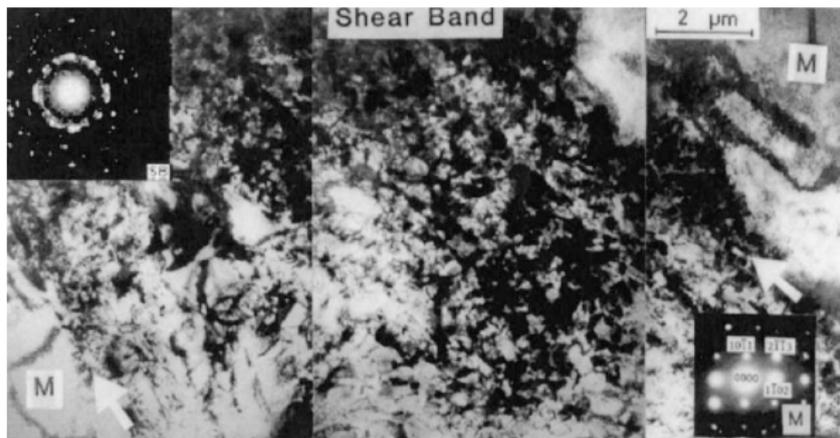
M. A. Meyers, V. F. Nesterenko, J. C. LaSalvia, Q. Xue "Shear localization in dynamic deformation of materials: microstructural evolution and self-organization" *Mater. Sci. Eng. A* **317** (2001) 204 – 225.

Zonas de localização de cisalhamento



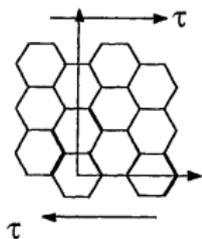
M. A. Meyers, V. F. Nesterenko, J. C. LaSalvia, Q. Xue "Shear localization in dynamic deformation of materials: microstructural evolution and self-organization" *Mater. Sci. Eng. A* **317** (2001) 204 – 225.

Estágio V da deformação plástica

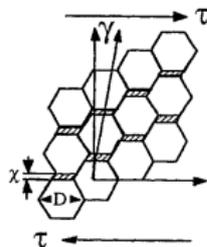


M. A. Meyers, V. F. Nesterenko, J. C. LaSalvia, Q. Xue "Shear localization in dynamic deformation of materials: microstructural evolution and self-organization" *Mater. Sci. Eng. A* **317** (2001) 204 – 225.

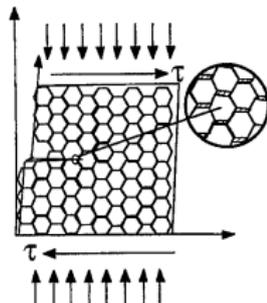
Mecanismo de cominuição



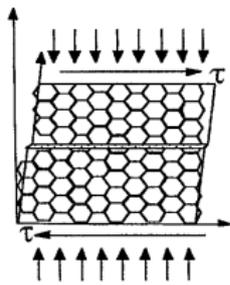
(a)



(b)



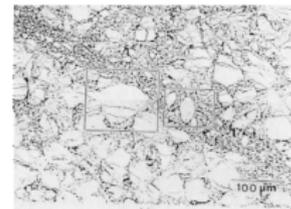
(c)



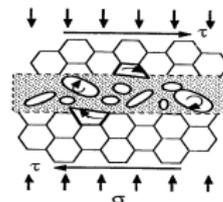
(d)



(a)



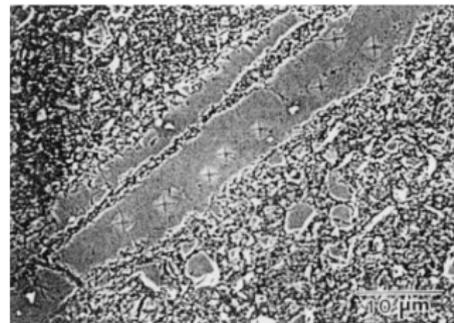
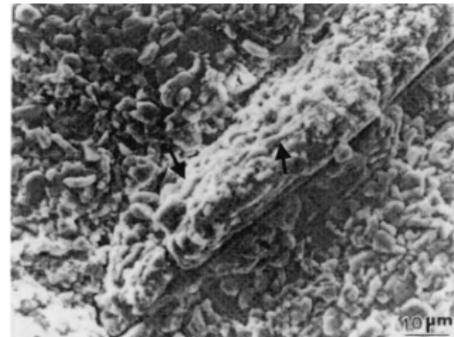
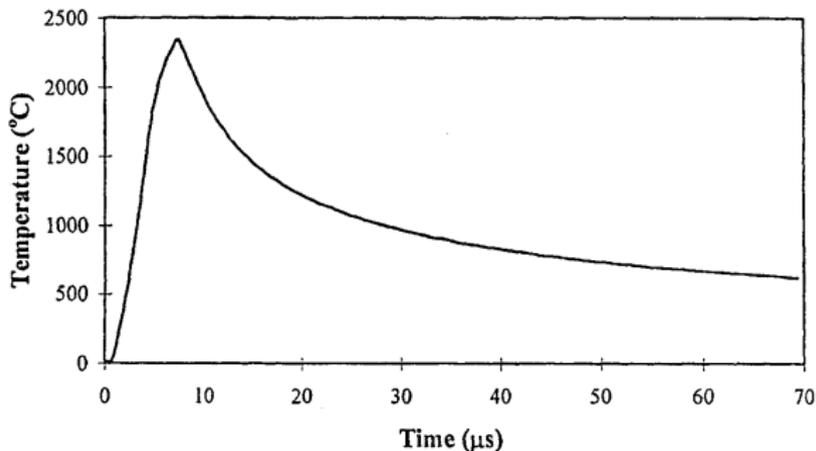
(b)



M. A. Meyers, V. F. Nesterenko, J. C. LaSalvia, Q. Xue "Shear localization in dynamic deformation of materials: microstructural evolution and self-organization" *Mater. Sci. Eng. A* **317** (2001) 204 – 225.

Conexão com o aquecimento adiabático

SiC



M. A. Meyers, V. F. Nesterenko, J. C. LaSalvia, Q. Xue "Shear localization in dynamic deformation of materials: microstructural evolution and self-organization" *Mater. Sci. Eng. A* **317** (2001) 204 – 225.