PMT3306 - Módulo “Viscoleasticidade e viscoplasticidade” - Material de apoio - Parte 2

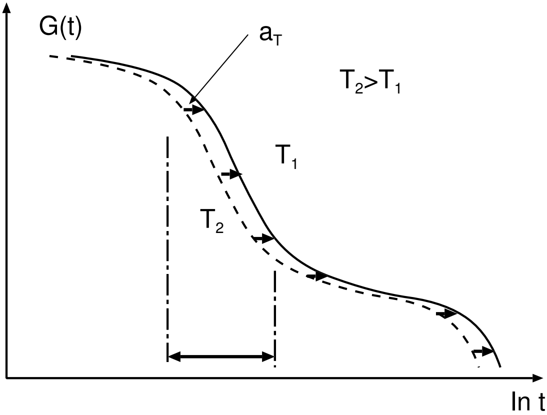
Cláudio Geraldo Schön

Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

3 de outubro de 2020

Curva mestra

Master curve



Modelo de Williams – Landel – Ferry

WLF

Fator de deslocamento:

$$\log_{10} a_T = \log_{10} \frac{t_T}{t_{T_0}} = \frac{C_1 \left(T - T_0 \right)}{C_2 + T - T_0}$$

T_0	C_1	C_2
T_g	-17,44	51,6
$T_g + 50$ K	-8,86	101,6

Modelo de Williams – Landel – Ferry

Derivação

Modelo de Doolitle para a viscosidade:

$$\ln \eta = \ln A + B\left(\frac{v_o}{v_\ell}\right)$$

onde v_ℓ é o volume livre.

$$f_\ell = \frac{v_\ell}{v_\ell + v_o} \approx \frac{v_\ell}{v_o}$$

Do resultado obtido por Flory:

$$a_T = \frac{\eta T_r \rho_r}{\eta_r T \rho}$$

onde η e ρ designam a viscosidade e a densidade à temperatura T, enquanto η_r e ρ_r designam estes valores à temperatura de referência T_r.

Modelo de Williams – Landel – Ferry

Derivação

substituindo:

$$\log_{10} a_T \approx \left(\frac{1}{2,303}\right)\left(\frac{1}{f_\ell(T)} - \frac{1}{f_\ell(T_g)}\right)$$

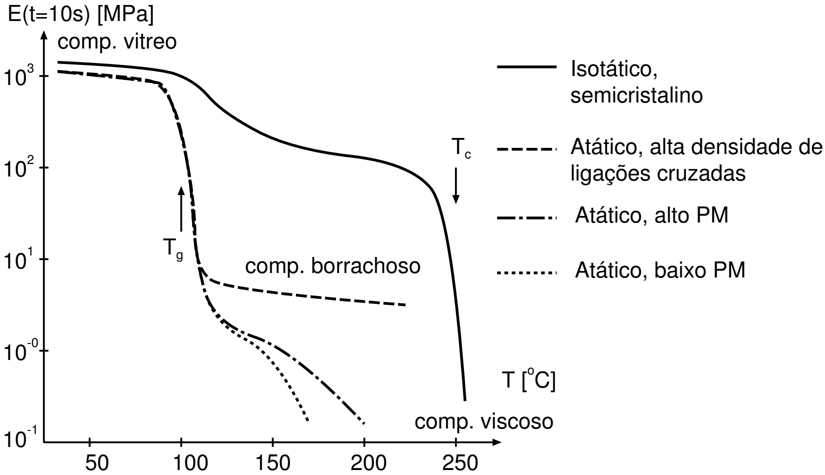
usando

$$f_\ell(T) = f_\ell(T_g) + \Delta\alpha_T\,(T - T_g)$$

obtemos:

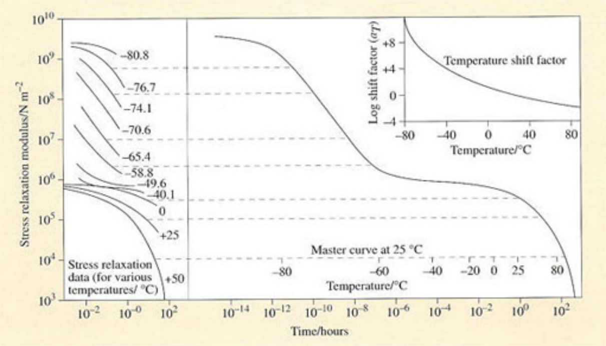
$$\log_{10} a_T = \frac{-\left(\frac{1}{2{,}303 f_\ell(T_g)}\right)(T - T_g)}{\left(\frac{f_\ell(T_g)}{\Delta\alpha_T}\right) + T - T_g}$$

Módulo isócrono do PS



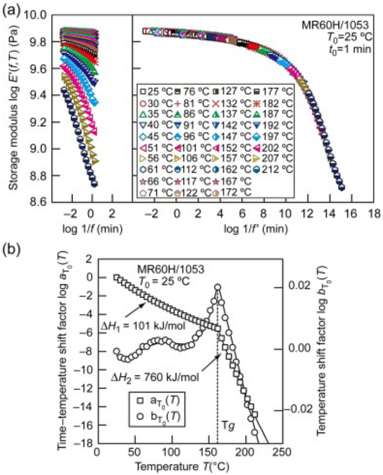
Curva mestre

Exemplos



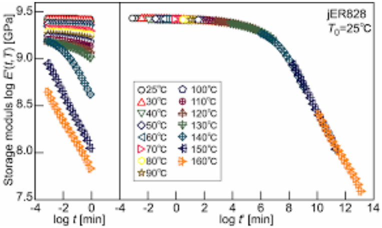
Curva mestre

Exemplos



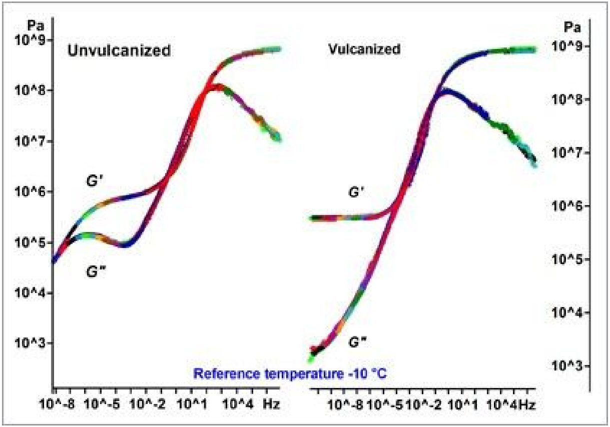
Curva mestre

Exemplos

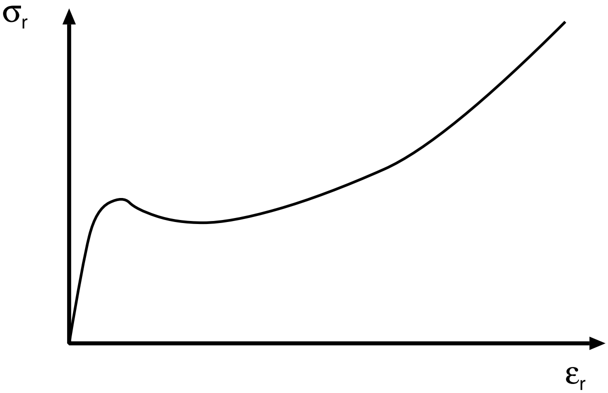


Curva mestre

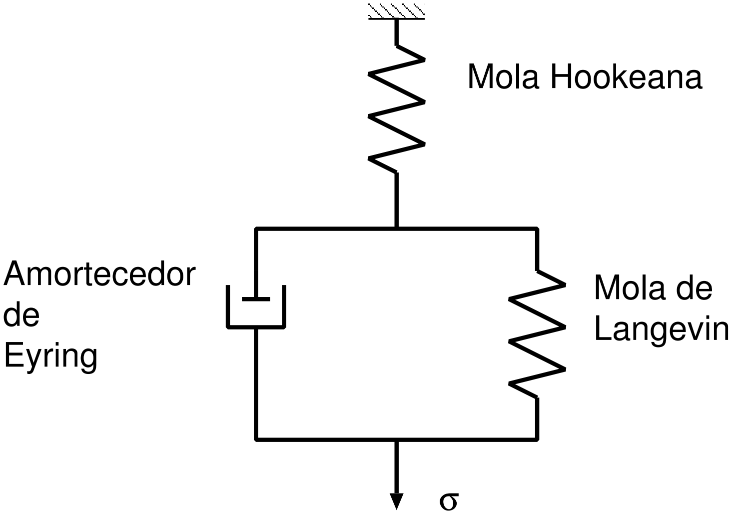
Exemplos



Comportamento intrínsseco



Modelo de Haward e Thackray



Desenvolvimento

Mola Hookeana:

$$\varepsilon^r = E^{-1}\sigma^r$$

A lei de viscosidade do amortecedor de Eyring é dada por:

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau}{\eta} = K \sinh\left(\frac{V\tau}{2k_B T}\right)$$

onde K e V são constantes, sendo que V é chamado de volume de Eyring e representa o volume do segmento de cadeia que tem de se mover por inteiro para que ocorra escoamento.

Desenvolvimento

Mola de Langevin:

$$\sigma^R = \frac{Nk_BT}{3}\sqrt{n}\left[\mathscr{L}^{-1}\left(\frac{1+\varepsilon_A}{\sqrt{n}}\right) - \left(\frac{1}{(1+\varepsilon_A)^{\frac{3}{2}}}\right)\mathscr{L}^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{1+\varepsilon_A}}\right)\right]$$

onde $\sqrt{n}-1$ corresponde à deformação limite da rede de cadeias e $\mathscr{L}^{-1}$ é a inversa da função de Langevin, definida como:

$$\mathscr{L}\left(\beta\right) = \coth\beta - \frac{1}{\beta}$$

Desenvolvimento

$$\varepsilon = \varepsilon_H + \varepsilon_A$$

sendo

$$\varepsilon = \frac{\sigma\,(1+\varepsilon)}{E} + \varepsilon_A$$

e

$$\dot{\varepsilon}_A = \frac{\tau}{\eta}\,(1+\varepsilon)$$

Desenvolvimento

Supondo agora que $\varepsilon_A \gg \varepsilon_H$ podemos aproximar:

$$\dot{\varepsilon}_A = \frac{\tau}{\eta}\left(1 + \varepsilon_A\right)$$

Ou seja:

$$\frac{\mathrm{d}\ln\left(1 + \varepsilon_A\right)}{\mathrm{d}t} = \frac{\tau}{\eta}$$

Desenvolvimento

Considerando que $\tau = \frac{1}{2}\sigma\left(1+\varepsilon\right)$ e usando Eyring escrevemos:

$$\frac{\mathrm{d}\ln\left(1+\varepsilon_A\right)}{\mathrm{d}t} = K\left\{\exp\left[+\frac{V\sigma\left(1+\varepsilon_A\right)}{4k_BT}\right] - \exp\left[-\frac{V\sigma\left(1+\varepsilon_A\right)}{4k_BT}\right]\right\}$$

Desenvolvimento

Combinando com σ_R da mola de Langevin:

$$\frac{\mathrm{d}\ln\left(1+\varepsilon_A\right)}{\mathrm{d}t} = K\left\{\exp\left[+\frac{V\left(\sigma-\sigma^R\right)\left(1+\varepsilon_A\right)}{4k_BT}\right]-\exp\left[-\frac{V\left(\sigma-\sigma^R\right)\left(1+\varepsilon_A\right)}{4k_BT}\right]\right\}$$

O modelo de Arruda e Boyce