



PME3211 – Mecânica dos Sólidos II – 1ª Prova – 13/09/2023

Duração: 100 minutos

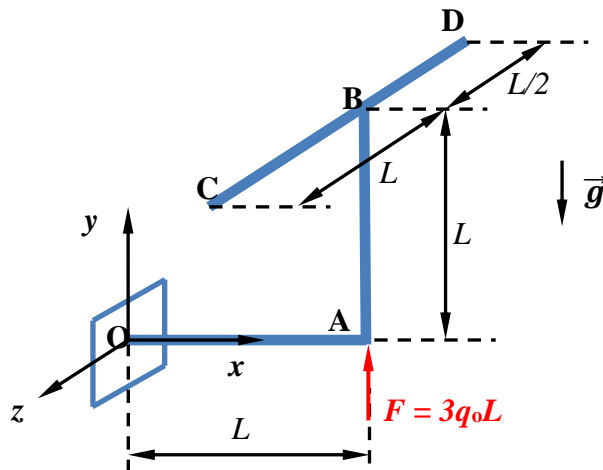
Nome: _____ N.USP: _____ Turma: _____ Assinatura: _____

1ª Questão (5,0 pontos)

A estrutura abaixo é formada por 3 barras cilíndricas (todas com seção transversal circular de raio r) unidas de modo que os eixos centrais dos segmentos OA, AB e CBD são, respectivamente, paralelos aos eixos Ox , Oy , e Oz . O peso próprio da barra por unidade de comprimento é dado por q_0 . Além do peso próprio, atua sobre a estrutura uma força de intensidade $F = 3q_0L$ indicada na figura. A seção transversal em O encontra-se engastada. Pede-se:

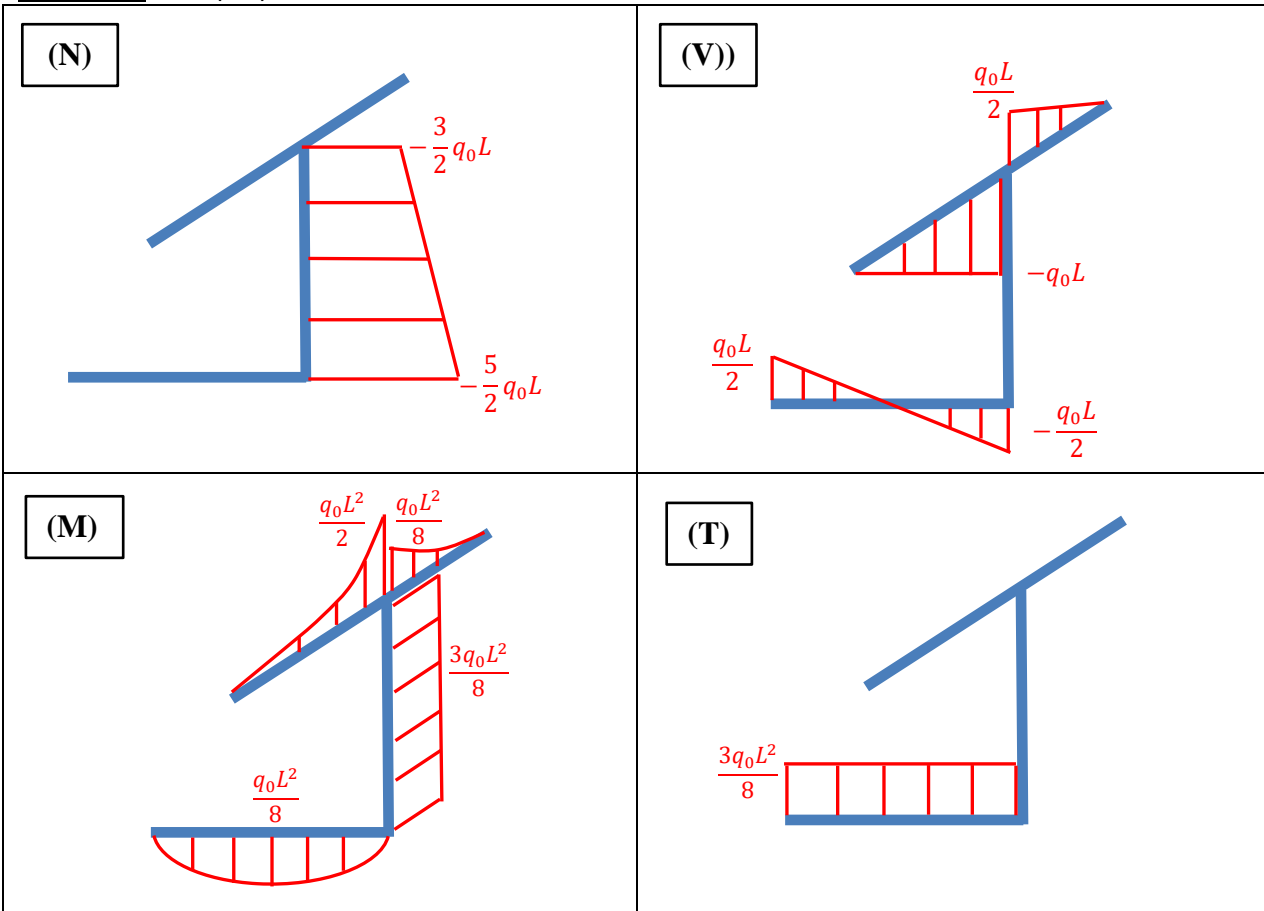
- Traçar os diagramas de esforços solicitantes da estrutura (2 pontos);
- Representar o estado tensional para o ponto de coordenadas $P = (L, L/2, -r)$ por meio de um elemento de faces paralelas aos eixos coordenados e obter o tensor das tensões associado (1 ponto);
- Representar o estado tensional para o ponto de coordenadas $P = (L/2, r, 0)$ por meio de um elemento de faces paralelas aos eixos coordenados e obter o tensor das tensões associado (1 ponto);
- Representar o estado tensional para o ponto de coordenadas $P = (L/2, 0, r)$ por meio de um elemento de faces paralelas aos eixos coordenados e obter o tensor das tensões associado (1 ponto).

Dados: q_0, L, r



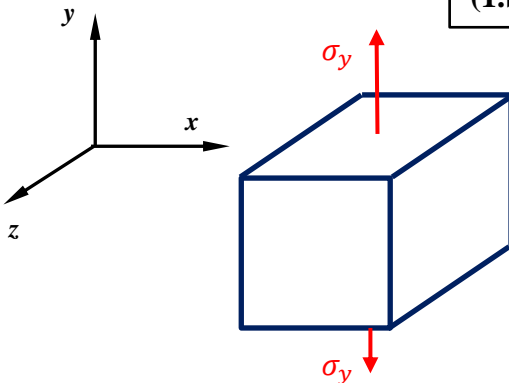
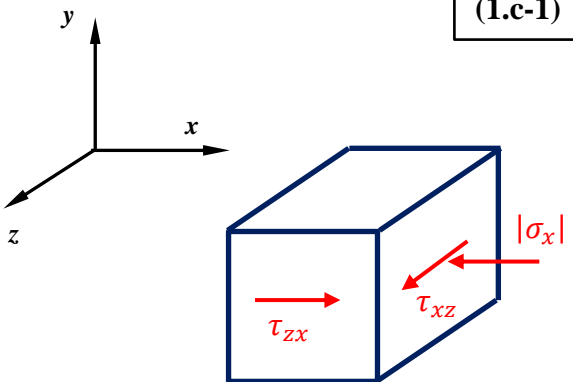
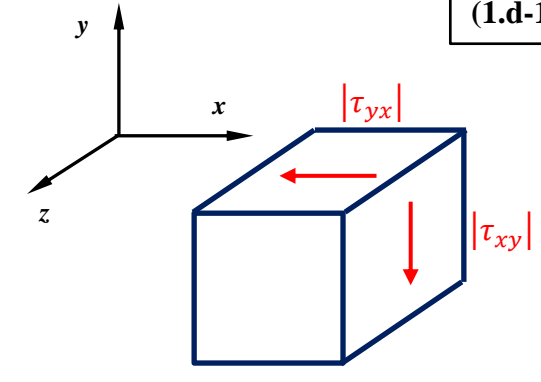


Respostas: Item (1.a)



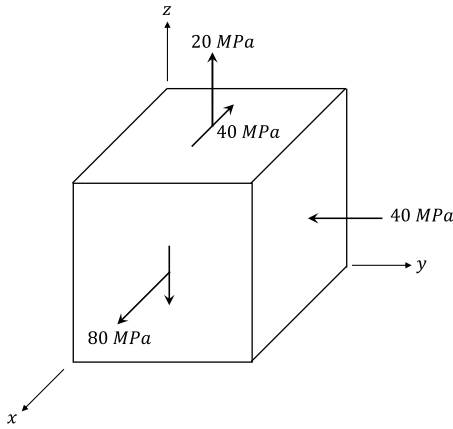


Itens (1.b), (1.c) e (1.d):

<p style="text-align: right;">(1.b-1)</p> 	<p style="text-align: right;">(1.b-2)</p> $[T] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\sigma_y = \frac{3q_0L^2}{2\pi r^3} - \frac{2q_0L}{\pi r^2}$
<p style="text-align: right;">(1.c-1)</p> 	<p style="text-align: right;">(1.c-2)</p> $[T] = \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 & \tau_{zx} \\ 0 & 0 & 0 \\ \tau_{xz} & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\sigma_x = -\frac{q_0L^2}{2\pi r^3}$ $\tau_{xz} = \tau_{zx} = +\frac{3q_0L^2}{4\pi r^3}$
<p style="text-align: right;">(1.d-1)</p> 	<p style="text-align: right;">(1.d-2)</p> $[T] = \begin{bmatrix} 0 & \tau_{yx} & 0 \\ \tau_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\frac{3q_0L^2}{4\pi r^3}$



2ª Questão (5,0 pontos)



O cubo orientado da figura representa o estado de tensões em um certo ponto P de uma estrutura. Pedem-se, para esse ponto:

- a) a matriz $[T]$ que representa o tensor das tensões;
- b) as tensões principais;
- c) as direções principais;
- d) os círculos de Mohr;
- e) a tensão de tração máxima;
- f) a tensão de compressão máxima;
- g) a tensão de cisalhamento máxima;
- h) as normais aos planos em que ocorrem as tensões de cisalhamento máximas.

Respostas:

a)

$$[T] = \begin{bmatrix} 80 & 0 & -40 \\ 0 & -40 & 0 \\ -40 & 0 & 20 \end{bmatrix}$$

(0,5 ponto)

b)

$$\begin{cases} \sigma_1 = 100 \text{ MPa} \\ \sigma_2 = 0 \\ \sigma_3 = -40 \text{ MPa} \end{cases}$$

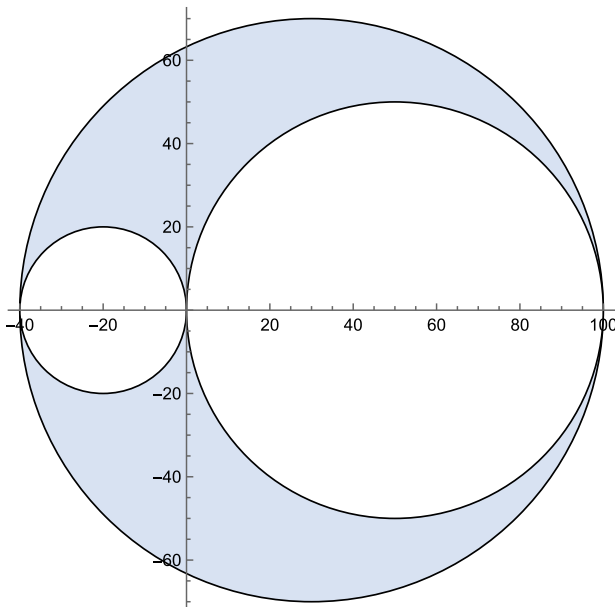
(1,0 ponto)

c)

$$\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} \frac{2\sqrt{5}}{5} \\ 0 \\ \frac{\sqrt{5}}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,894 \\ 0 \\ -0,447 \end{pmatrix} \quad \vec{n}_2 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{5}}{5} \\ 0 \\ \frac{2\sqrt{5}}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,447 \\ 0 \\ 0,894 \end{pmatrix} \quad \vec{n}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(1,0 ponto)

d)



(0,5 ponto)



e)

100 MPa

(0,5 ponto)

f)

40 MPa

(0,5 ponto)

g)

70 MPa

(0,5 ponto)

h)

$$\begin{Bmatrix} \frac{\sqrt{10}}{5} \\ \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{10}}{10} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,632 \\ \pm 0,707 \\ -0,316 \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad - \begin{Bmatrix} \frac{\sqrt{10}}{5} \\ \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{10}}{10} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} 0,632 \\ \pm 0,707 \\ -0,316 \end{Bmatrix}$$

(0,5 ponto)