

# ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

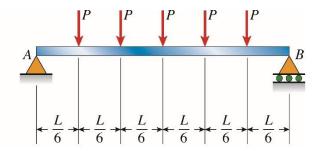
## DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

#### PME-3211 – Mecânica dos Sólidos II

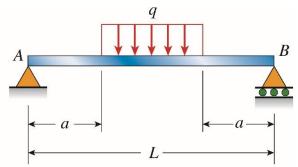
7ª Lista de Exercícios: Métodos de Energia – Parte III

### PARTE I: Exercícios do Livro-Texto (Cap.9 e 10)

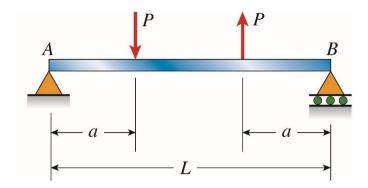
- 9.5-2. A viga simples AB, de comprimento total *L* e rigidez flexional *EI*, suporta cinco carregamentos *P* igualmente espaçados.
- a) Determine a deflexão  $\delta_1$  no ponto central (ponto médio da viga) para o carregamento indicado;
- b) Determine a deflexão  $\delta_1$  no mesmo ponto central, considerando que o carregamento seja uniformemente distribuído com intensidade  $q_0 = 5P/L$ ;
- c) Calcule a razão  $\delta_1/\delta_2$ .



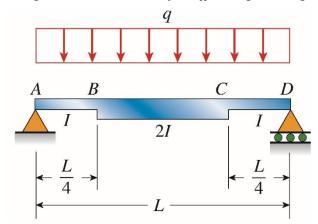
9.5-12. A viga simples AB, de comprimento total L e rigidez flexional EI, suporta um carregamento uniforme de intensidade q atuando sobre a região central (vide figura). Determine o ângulo de rotação  $\theta_A$  no suporte esquerdo e a deflexão  $\delta_C$  no ponto central (ponto médio da viga).



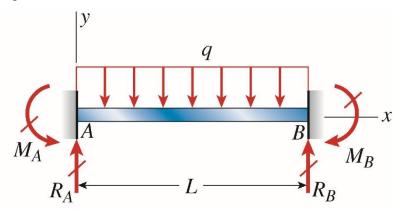
9.6-10. A viga simples AB, de comprimento total L e rigidez flexional EI, suporta dois carregamentos concentrados iguais a P, um atuando para baixo e outro para cima. Determine o ângulo de rotação  $\theta_A$  no suporte esquerdo, a deflexão  $\delta_C$  no ponto central (ponto médio da viga) e a deflexão  $\delta_1$  no ponto de aplicação do carregamento que atua para baixo.



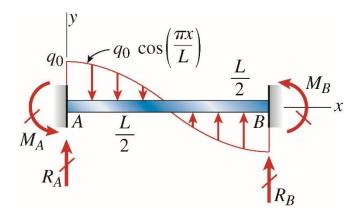
9.7-4. A viga simples ABCD tem momento de inércia I perto dos suportes e momento de inércia 2I na região central, como mostrado na figura. Um carregamento uniforme de intensidade q atua sobre todo o comprimento da viga. Determine as equações da curva de deflexão para a metade esquerda da viga, bem como a deflexão no ponto médio e a rotação  $\theta_A$  no suporte esquerdo.



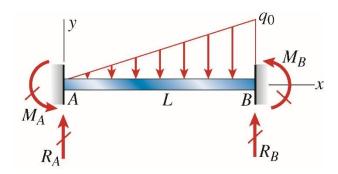
10.3-2. A viga biengastada AB, de comprimento total L e rigidez flexional EI, suporta um carregamento uniformemente distribuído de intensidade q. Determine as reações de apoio e a deflexão no ponto médio da viga.



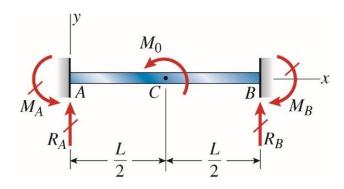
10.3-7. A viga biengastada AB, de comprimento total L e rigidez flexional EI, suporta um carregamento distribuído na forma de uma curva de cosseno, com intensidade máxima  $q_0$  em A. Determine as reações de apoio, o máximo momento fletor na viga e a rotação no ponto central.



10.3-9. A viga biengastada AB, de comprimento total L e rigidez flexional EI, suporta um carregamento linearmente distribuído, com intensidade máxima  $q_0$  em B. Determine as reações de apoio, o máximo momento fletor na viga e a equação da linha elástica.

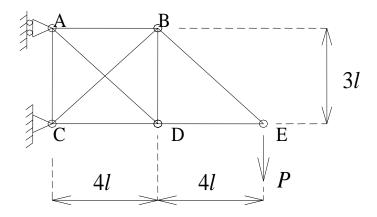


10.3-10. A viga biengastada AB, de comprimento total L e rigidez flexional EI, suporta um momento concentrado  $M_0$ , aplicado no sentido anti-horário, em C (ponto central da viga). Determine as reações de apoio, os diagramas de momento fletor e força cortante na viga, e a equação da linha elástica. Determine, também, a rigidez k da estrutura, ou seja, o valor de k na relação  $M_0 = k\theta$ , onde  $\theta$  corresponde à rotação da seção C.

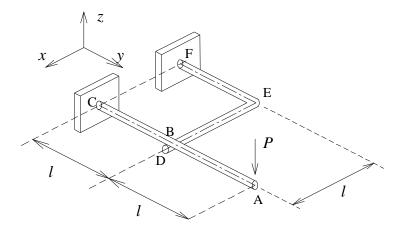


## Parte II – Exercícios Complementares

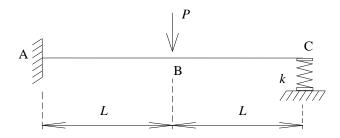
- 1. A estrutura treliçada indicada na figura é formada por barras de mesmo material (com módulo de elasticidade *E*) e com mesma área de seção transversal A. As barras AD e BC não se cruzam, ou seja, não existe um nó intermediário ligando as duas barras. Determine:
- a) os esforços atuantes em cada barra em função de P;
- b) o deslocamento horizontal e vertical do nó E (em função de P, 1 e EA).



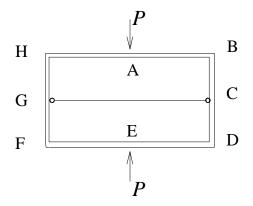
2. A estrutura abaixo é formada por barras de alumínio de seção transversal circular (diâmetro d). A barra ABC encontra-se engastada na seção C, enquanto a seção B está simplesmente apoiada sobre a barra DEF (engastada em F), a qual fornece uma única reação vertical no ponto de contato entre as barras. Determine o valor mínimo de d para que o ponto mais crítico do sistema tenha um coeficiente de segurança igual a 2 com relação ao início de escoamento para o carregamento indicado (utilize o critério de Tresca). Dados: P = 500 N, l = 400 mm, E = 69 GPa,  $\sigma_e = 503 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,33$ .



- 3. Utilizando resultados parciais encontrados no problema anterior (incluindo o valor do diâmetro encontrado), determine o deslocamento vertical e a rotação na seção A.
- 4. O modelo indicado a seguir corresponde ao de uma viga de comprimento 2L e rigidez flexional EI, engastada em A e sustentada em C por uma mola de constante k. A meio vão (seção B) é aplicada uma força vertical de intensidade P. Escolhendo o momento reativo em A ( $M_A$ ) como sendo a incógnita hiperestática do problema, determine:
- a) o esquema de cálculo para a determinação da incógnita hiperestática  $M_A$  (i.é, identifique a EIF associada a esta incógnita, os carregamentos aplicados à EIF escolhida e os esforços reativos);
- b) o valor da incógnita  $M_A$  em função dos parâmetros dados (P, l, EI e k);
- c) o valor do deslocamento vertical da seção B, usando a isostática escolhida.

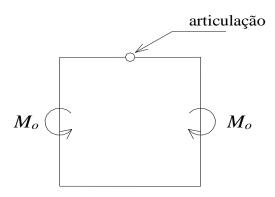


- 5. A estrutura indicada a seguir é formada por um quadro retangular de lados  $2L \times 4L$  (lados verticais e horizontais, respectivamente), feito a partir de barras com rigidez à flexão EI. Unindo as seções G e C do quadro, há um cabo com rigidez axial  $(EA)_c$  e comprimento 4L, que não está tensionado inicialmente. Se um par de forças iguais e opostas P for aplicado estática- e simultaneamente às seções A e E, determine:
- a) a força de tração F no cabo em função de P e do adimensional  $\alpha = EI/L^2(EA)_c$
- b) A aproximação  $\delta$  entre as seções A e E em função de: P, L, EI e  $\alpha$ ;
- c) Os valores de F e  $\delta$  nos casos: (i) de cabo infinitamente flexível e (ii) de cabo infinitamente rígido.



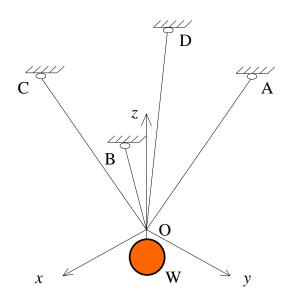
6. Obtenha o diagrama de momentos fletores para o quadro de lado 2L submetido ao carregamento indicado. Dados:  $M_o = 800$  N.m, l = 2.0 m, EI = cte, EA = cte, GA = cte.

Considere 
$$\frac{EA}{l} >> \frac{EI}{l^3}$$
 e  $\frac{GA}{l} >> \frac{EI}{l^3}$ 



7. Para a sustentação de um dado peso W são utilizados quatro cabos de mesmo comprimento L e mesma rigidez axial EA conforme indicado na figura abaixo. Considerando que: o ponto comum de sustentação do peso coincida com a origem do sistema de coordenadas Oxyz; que as coordenadas (em metros) dos pontos de fixação dos cabos ao teto sejam dadas pelos pontos A, B, C e D e sabendo-se que a máxima força de tração que cada cabo pode suportar é T=20 kN (em condições de carregamento estático), determine o valor do peso máximo que pode ser sustentado (nessas condições), bem como as forças de tração em cada cabo.

Dados: 
$$A = (-3, 2, 6), B = (3, 2, 6), C = (2, -3, 6), D = (-3, -2, 6)$$



8. Determine o deslocamento horizontal da seção B e a rotação da seção C para o pórtico indicado abaixo (todas as barras tem a mesma rigidez flexional *EI*). Despreze a influência das forças normais e das forças cortantes na energia de deformação da estrutura e expresse os resultados em função de *P*, *L* e *EI*.

