ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

PME-3211 – Mecânica dos Sólidos II

4ª Lista de Exercícios: Estudo das Deformações

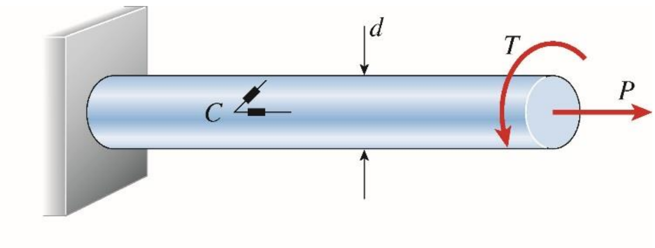
PARTE I: Exercícios do Livro-Texto (Cap.7 & Cap.8)

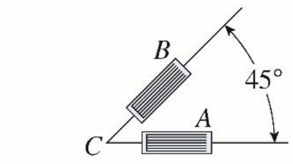
7.7-17. Uma barra circular sólida de diâmetro d = 40 mm está submetida a uma força axial P e a um torque T (vide figura). Os extensômetros A e B montados na superfície da barra fornecem as leituras $\varepsilon_a = 100 \times 10^{-6}$ e $\varepsilon_b = -55 \times 10^{-6}$. A barra é feita de aço tendo E = 200 GPa e ν = 0,29. Pede-se:

a) Determine a força axial P e o torque T;

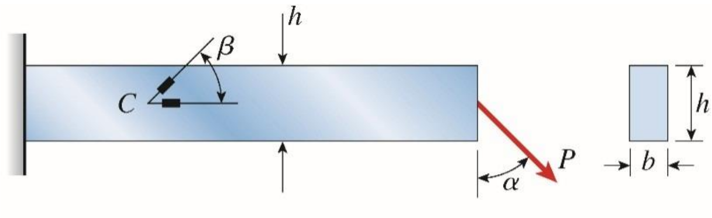
b) Determine a distorção máxima e a tensão de cisalhamento máxima na barra.

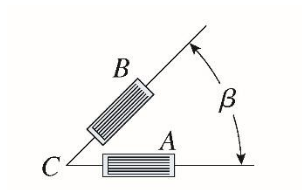
Resp.: a) P = 25,133 kN, T = 176,327 N.m, b) $\gamma_{máx} = 222 \times 10^{-6}$, $\tau_{máx} = 17{,}78$ MPa



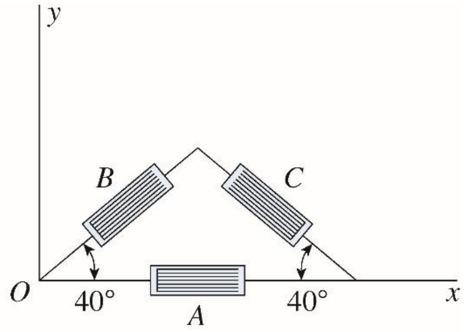


7.7-18. Uma viga engastada, de seção transversal retangular (largura b = 25mm, altura h = 100 mm), é carregada por uma força P que age à meia altura da viga e está inclinada em um ângulo α em relação à vertical (vide figura). Dois extensômetros são colados no ponto C, que também está à meia altura da viga. O extensômetro A mede a deformação na direção horizontal e o extensômetro B mede a deformação em um ângulo $\beta = 60°$ em relação à horizontal. As deformações medidas são $\varepsilon_a = 125 \times 10^{-6}$ e $\varepsilon_b = -375 \times 10^{-6}$. Determine a força P e o ângulo α admitindo que o material da viga é um aço com E = 200 GPa e ν = 1/3. Resp.: P = 125 kN, $\alpha = 30°$.





7.7-22. As deformações na superfície de um dispositivo experimental feito em alumínio (E = 70 GPa, ν = 0,33) e testado em um ônibus espacial foram medidas por meio de extensômetros orientados conforme a figura. As deformações medidas foram $\varepsilon_a = 1100 \times 10^{-6}$, $\varepsilon_b = 1496 \times 10^{-6}$ e $\varepsilon_c = -39{,}44 \times 10^{-6}$. Qual o valor da tensão σ_x? Resp.: σ_x = 91,6 MPa.



8.2-6. Um vaso de pressão esférico de aço, com diâmetro de 480 mm e espessura de 8,0 mm, é coberto com um verniz frágil que trinca quando a deformação excede 150×10^{-6}. Qual o valor da pressão interna que faz o verniz desenvolver trincas? Resp.: 2,93 MPa

8.2-9. Um tanque esférico de aço inoxidável, com diâmetro de 500 mm, é usado para armazenar gás propano a uma pressão de 30 MPa. As propriedades do aço são:

Tensão de escoamento em tração = 950 MPa;

Tensão de escoamento em cisalhamento = 450 MPa;

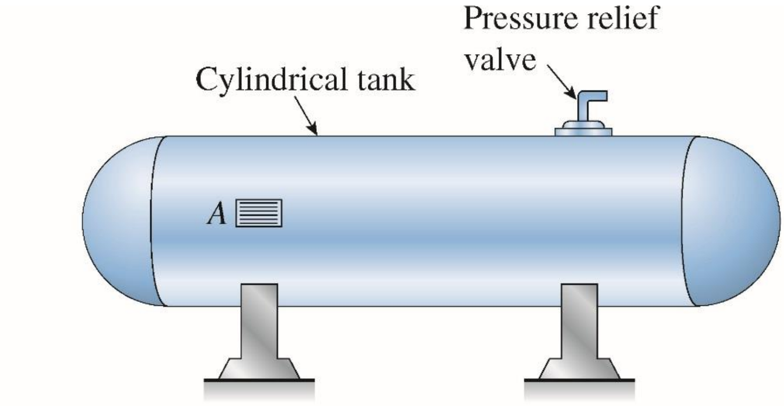
Módulo de elasticidade = 210 GPa;

Coeficiente de Poisson = 0,28.

O fator de segurança desejado em relação ao escoamento é de 2,75. A deformação não deve exceder 1000×10^{-6}. Determine a mínima espessura permitida do tanque. Resp.: 12,9 mm.

8.3-6. Um tanque cilíndrico circular de aço contém um combustível volátil sob pressão. Um extensômetro no ponto A registra a deformação longitudinal no tanque e transmite essa informação à sala de controle. A tensão de cisalhamento admissível na parede do tanque é de 84 MPa e um fator de segurança de 2,5 é exigido. Para qual valor de deformação os operadores devem tomar medidas para reduzir a pressão no tanque? São dados: E = 205 GPa e ν = 0,30.

Resp.: $65{,}56 \times 10^{-6}$.



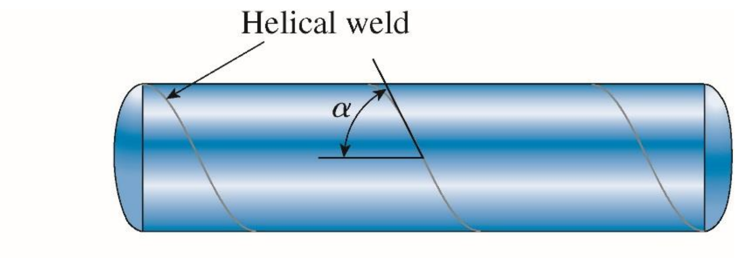
8.3-12. Um tanque de aço pressurizado é feito com uma solda helicoidal que forma um ângulo $\alpha = 55°$ com o eixo longitudinal (vide figura). O tanque tem raio de 600 mm e espessura de 18 mm. A pressão interna aplicada é de 2,8 MPa e o material possui constantes elásticas: E = 200 GPa e ν = 0,30. Determine as quantidades a seguir para a parte cilíndrica do tanque (longe das extremidades):

a) as tensões longitudinal e circunferencial;

b) as tensões de cisalhamento máximas (no plano e fora do plano);

c) as deformações longitudinal e circunferencial;

d) as tensões normal e de cisalhamento agindo em planos paralelos e perpendiculares ao filete de solda (mostre o estado de tensão em um elemento adequadamente orientado).



Exercícios Complementares

1) Seja o tensor das deformações em um dado ponto de um sólido e escrito com relação a uma base de versores $b = (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ dado por:

$$[E]_b = \begin{bmatrix} 200 & -50 & 0 \\ -50 & 40 & 0 \\ 0 & 0 & -100 \end{bmatrix} \quad (\mu)$$

determine:

a) as deformações principais neste ponto e os círculos de Mohr das deformações;

b) as direções principais de deformação;

c) a máxima distorção entre duas fibras que passam por este ponto;

d) as direções das fibras que têm entre si a máxima distorção;

e) o alongamento de uma fibra que passa pelo ponto e que forma ângulos iguais com os eixos *x*, *y*, *z*;

f) a máxima distorção que a fibra mencionada em (e) pode ter com outra fibra ortogonal a ela;

g) a direção da fibra encontrada em (f).

2) A figura a seguir mostra a seção de um eixo circular maciço de raio *r* que é parte integrante de uma estrutura que recebe a ação de vários esforços, todos em função de uma força *P*, cujo valor não é conhecido a priori. Para a determinação desta força *P* será utilizado um extensômetro colado sobre a superfície lateral do eixo exatamente sobre o ponto A de coordenadas A = (0, 0, *r*), segundo os eixos *Oxyz* indicados. Sabe-se que na seção transversal a que pertence o ponto A atuam vários esforços solicitantes, a saber: $M_x = 4PL$, $M_y = 2PL$, $M_z = -3PL$, $N = 200P$, $V_z = 50P$, onde o sinal positivo indica que o esforço considerado (força ou momento) tem o mesmo sentido do respectivo eixo, e, se o sinal for negativo, o sentido do esforço é oposto ao do eixo (considerando sempre a face de orientação positiva). Determine:

a) o tensor das tensões no ponto A, expresso na base $b = (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$;

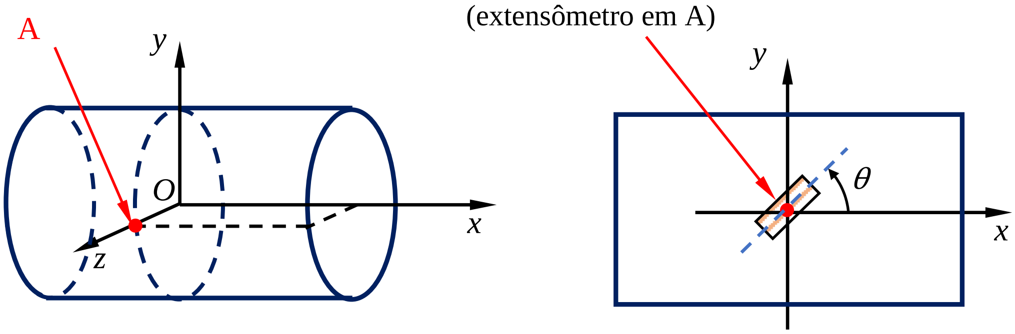
b) o tensor das deformações no mesmo ponto A, expresso na base $b = (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$;

c) as deformações principais que ocorrem no ponto A;

d) o valor do ângulo θ, medido com relação à geratriz do eixo, para o qual teremos a melhor orientação que pode ser dada ao extensômetro colado em A para a determinação da força *P* (faça um desenho, como ilustra a figura 2 abaixo, indicando o posicionamento do extensômetro neste caso). Obs: considerar $-90^o \le \theta < 90^o$;

e) as duas piores orientações que poderiam ser dadas ao extensômetro colado em A (faça um desenho, como na figura 2, indicando o posicionamento do extensômetro nestes casos).

Dados: E, l, r, $\nu = 0{,}30$, $L/r = 100$.



3) A estrutura indicada abaixo é formada por tubos (com d_i = 50 mm e d_o = 60 mm). Um único extensômetro colado sobre a superfície externa do tubo AB será utilizado para a determinação da força F aplicada sobre a extremidade C do tubo BC. Sabe-se que para o sistema de coordenadas $Axyz$, associado à base $b = (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, temos $\vec{F} = -Fsen\beta\vec{e}_y + Fcos\beta\vec{e}_z$ (onde $\beta = 60^o$ é o ângulo que a linha de ação de $\vec{F}$ forma com o plano horizontal). As posições dos pontos A, B e C são:

$A = (0,\ 0,\ 0)$, $B = (1{,}2L,\ 0,\ 0)$ e $A = (1{,}2L,\ 0,\ 0{,}5L)$

O extensômetro está colado sobre o ponto $P = (0{,}2L, 0,\ 0{,}5d_o)$ e forma um ângulo $\theta = 30^o$ com relação ao plano horizontal xz. A leitura obtida é $\varepsilon = -263\ \mu$. Pede-se:

a) Indicar os esforços solicitantes na seção transversal passando pelo ponto P, em função dos parâmetros F, L e β (indicar magnitude, direção e sentido dos esforços solicitantes existentes);

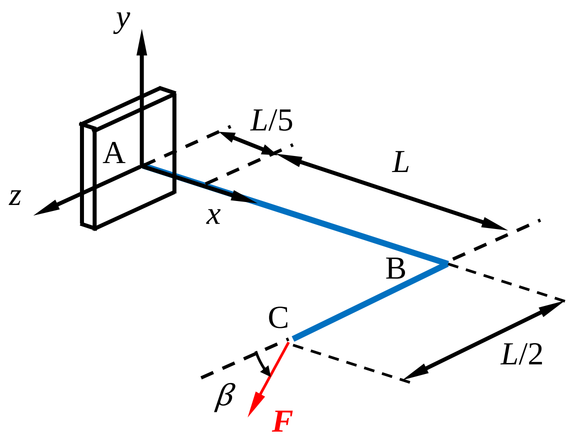
b) Indicar em um elemento infinitesimal 3D, com lados paralelos aos eixos xyz, o estado de tensões existente no ponto P;

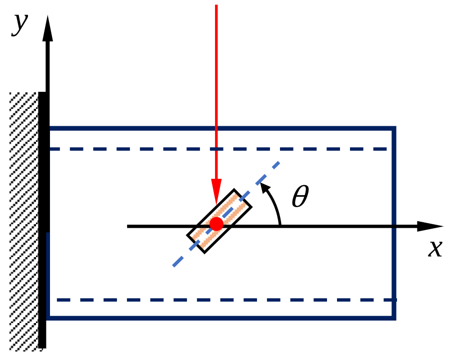
c) Determinar o tensor das tensões e o tensor das deformações para o ponto P, escritos na base b;

d) Determinar o valor da força F;

e) O extensômetro utilizado poderia ser colado de forma a permitir uma melhor leitura (ou seja, de forma a proporcionar um valor maior do alongamento)? Se sim, qual seria o valor do ângulo θ, medido com relação ao plano horizontal, capaz de proporcionar tal leitura? E qual seria o valor da leitura neste caso para o mesmo valor da força F obtido no item anterior?

Dados adicionais: L = 1000 mm, E = 210 GPa, ν = 0,3.





(vista segundo plano xy)

4) Para se determinar o estado de tensão em um dado ponto de um elemento de máquina foi utilizada uma roseta a 60°, conforme ilustra a figura a seguir. Após a aplicação do carregamento, as leituras obtidas pelos extensômetros *a*, *b* e *c* foram, respectivamente:

$$\varepsilon_a = 60\mu \qquad \varepsilon_b = 135\mu \qquad \varepsilon_c = 264\mu$$

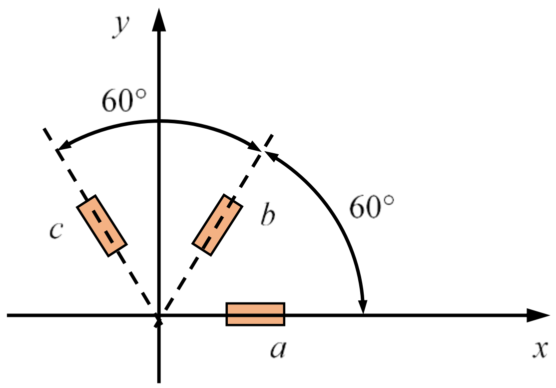
Sabendo-se que tal elemento de máquina é feito de aço e admitindo-se que o material tenha comportamento elástico-linear com constantes elásticas dadas por E = 200 GPa e ν = 0,3, determine:

a) o tensor das deformações e o tensor das tensões no ponto estudado (utilize o sistema de eixos *Oxyz* indicado na figura);

b) as tensões principais neste ponto (apresente os resultados em MPa);

c) o coeficiente de segurança com relação ao início de escoamento no ponto utilizando: i) o critério de Tresca; ii) o critério de von Mises.

Obs: A tensão de escoamento do aço utilizado é σ_e = 250MPa.



Respostas (parciais) dos Exercícios Complementares

1) a) $\varepsilon_1 = 214{,}34\,\mu,\ \varepsilon_2 = 25{,}66\,\mu,\ \varepsilon_1 = -100\,\mu$

b) $\vec{n}_1 = (0{,}961248;\ -0{,}275686;\ 0\,),\ \ \vec{n}_2 = (0{,}275686;\ 0{,}961248;\ 0\,);\ \vec{n}_3 = (0;\ 0;\ 1\,)$

c) $\gamma_{máx} = 314{,}34\,\mu$

d) $\vec{\xi} = \pm(0{,}679705;\ -0{,}194939;\ 0{,}707107\,)$ e $\vec{\eta} = \pm(0{,}679705;\ -0{,}194939;\ -0{,}707107)$

e) $\varepsilon = 13{,}33\mu$

f) $\gamma = 206{,}77\mu$

g) $(0{,}76319, -0{,}130302, -0{,}632894)$

3) a). $\vec{M}_x = (FLsen\beta/2)\vec{e}_x,\ \ \vec{M}_y = -(FLcos\beta)\vec{e}_y,\ \ \vec{M}_z = -(FLsen\beta)\vec{e}_z,$

$\vec{V}_y = -(Fsen\beta)\vec{e}_y,\ \ \vec{V}_z = (Fcos\beta)\vec{e}_z$

b) Neste ponto haverá apenas as tensões σ_x e τ_{xy}, com magnitudes dadas por:

$$|\sigma_x| = \frac{FLcos\beta d_o}{2I} \quad , \quad |\tau_{xy}| = \frac{FLsen\beta d_o}{4I_p} + \frac{Fsen\beta}{\pi Rt}$$

Onde,

$$I = \frac{\pi}{64}(d_o^4 - d_i^4), \qquad I_p = 2I,\ \ R = \frac{(d_o + d_i)}{4},\ \ t = \frac{(d_o - d_i)}{2}$$

c) O tensor das tensões fica dado por:

$$[T]_b = \begin{bmatrix} -45{,}54F & -21{,}72F & 0 \\ -21{,}72F & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

onde *F* é dado em kN, e as tensões em MPa.

E o tensor das deformações fica dado por:

$$[E]_b = \begin{bmatrix} -216{,}86F & -134{,}46F & 0 \\ -134{,}46F & 65{,}06F & 0 \\ 0 & 0 & 65{,}06F \end{bmatrix}$$

Onde as componentes de deformação são dadas em μ, para *F* dado em kN.

d) $F \cong 1{,}00$ kN.

e) Sim, se o extensômetro for colado de forma que $\theta \cong 21{,}8^o$, a leitura será aproximadamente de -271μ.