



***PME-3211 – Mecânica dos Sólidos II***

***3ª Lista de Exercícios: Estudo das Tensões – Parte II***

**PARTE I: Exercícios do Livro-Texto (Cap.8)**

8.2-1. Um grande tanque esférico contém gás a uma pressão de 3 MPa. O tanque tem 10 m de diâmetro e é feito de um aço de alta resistência, com tensão de escoamento (a tração) de 500 MPa. Considerando que nas condições de operação do tanque, o material possui comportamento dúctil, determine a espessura necessária da parede do tanque se um fator de segurança igual a 3,2 é exigido em relação ao início de escoamento. Utilize os critérios de resistência: i) da máxima tensão de cisalhamento e ii) da máxima energia de distorção. Compare os resultados obtidos.

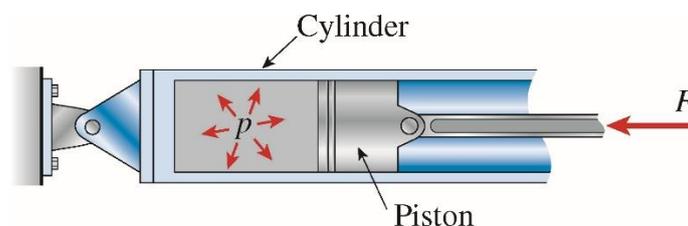
Resp.: 48 mm (para ambos critérios)

8.2-11. Uma esfera pressurizada vazada, com raio  $R = 150$  mm e espessura de parede  $t = 12,5$  mm, é imersa em um lago. O ar comprimido na esfera está a uma pressão de 100 kPa, quando a mesma se encontra fora da água. A que profundidade  $H$  deve ser levada a esfera para que as tensões circunferenciais na parede da mesma cheguem a 800 kPa em compressão?

Resp.: 23,8 m

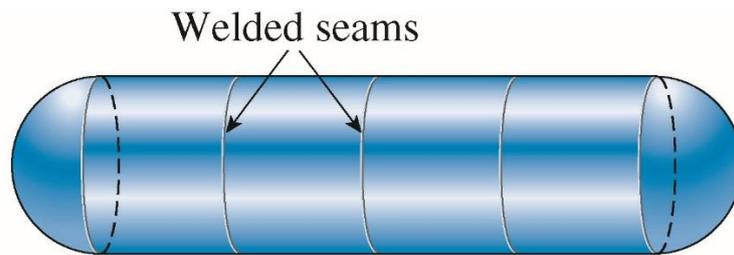
8.3-7. Um cilindro cheio de óleo é pressionado por um pistão, como mostrado na figura. O diâmetro  $d$  do pistão é de 48 mm e a força de compressão  $F$  é de 16 kN. Considerando que a máxima tensão de cisalhamento admitida na parede do cilindro é  $\tau_{ad} = 42$  MPa, determine a mínima espessura da parede do cilindro.

Resp.: 2,53 mm



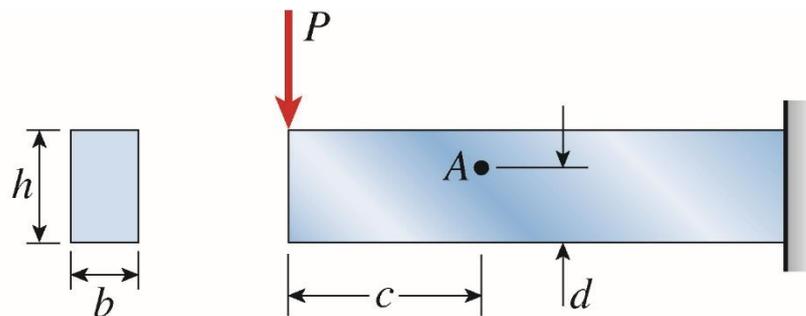
8.3-11. Um tanque cilíndrico com diâmetro  $d = 300$  mm é submetido a uma pressão interna de 2 MPa. O tanque é feito de aço com seções soldadas na direção circunferencial (vide figura). As extremidades do tanque são hemisféricas. As tensões de cisalhamento e de tração admissíveis são de 60 MPa e de 24 MPa, respectivamente. A tensão de tração admissível perpendicular às soldas é de 40 MPa. Determine a espessura mínima exigida: (a) para a porção cilíndrica do tanque e (b) para a extremidades hemisféricas.

Resp.: a) 6,25 mm, b) 3,125 mm



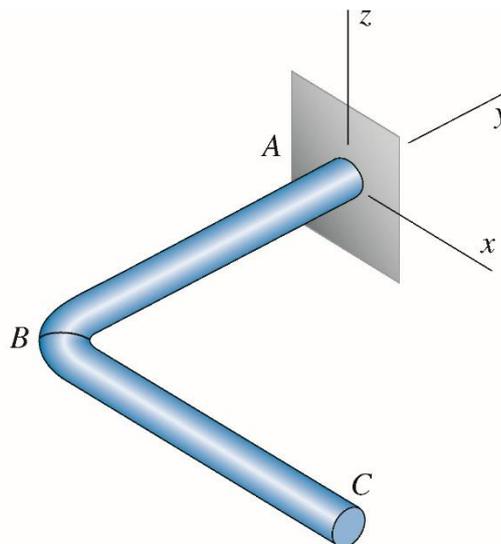
8.4-1. Uma viga engastada de seção transversal retangular está submetida a uma carga concentrada  $P = 70$  kN agindo na extremidade livre (vide figura). A viga tem largura  $b = 100$  mm e altura  $h = 250$  mm. O ponto A está localizado a uma distância  $c = 600$  mm a partir da extremidade livre e a uma distância  $d = 75$  mm da base da viga. Determine as tensões principais e a máxima tensão de cisalhamento no ponto A e mostre essas tensões em esboços de elementos orientados adequadamente.

Resp:  $\sigma_1 = 0,739$  MPa,  $\sigma_2 = 0$  MPa,  $\sigma_3 = -16,9$  MPa,  $\tau_{m\acute{a}x} = 8,8$  MPa,



8.5-13. Um braço ABC que se encontra em um plano horizontal está engastado em A e é feito de duas barras de aço sólidas idênticas AB e BC soldadas juntas em um ângulo reto. Cada barra possui 0,5 m de comprimento. Sabendo que a tensão de tração máxima no topo da barra no suporte A, devida somente ao peso próprio das barras é de 6,5 MPa, determine o diâmetro  $d$  das barras.

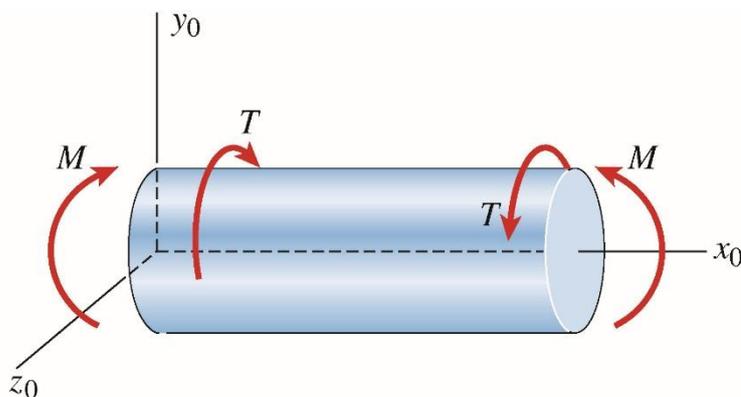
Resp.: 36,5 mm.



8.5-19. Um vaso de pressão cilíndrico com extremidades planas está submetido a um torque  $T = 90$  kN.m e a um momento fletor  $M = 100$  kN.m (vide figura). A pressão interna vale  $p = 6,25$  MPa. O raio externo é de 300 mm e a espessura da parede é de 25 mm. Determine:

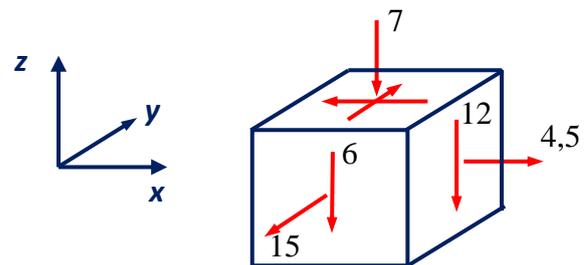
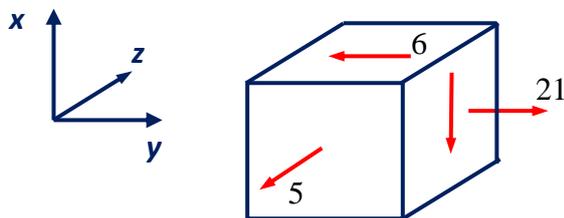
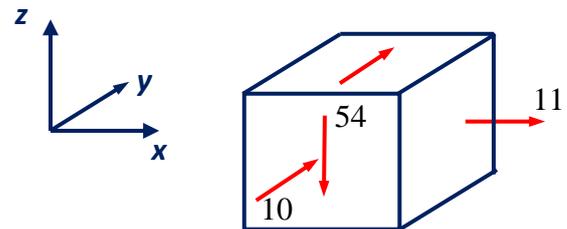
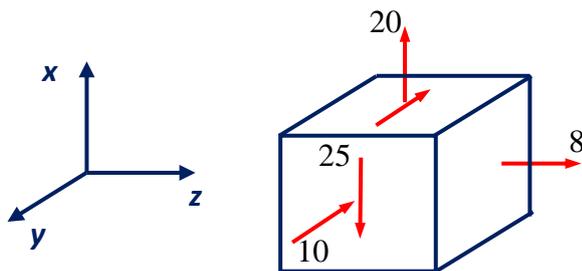
- a) a tensão de tração máxima;
- b) a tensão de compressão máxima;
- c) a tensão de cisalhamento máxima.

Resp.: a) 74,2 MPa, b) não há tensões de compressão, c) 37,1 MPa.



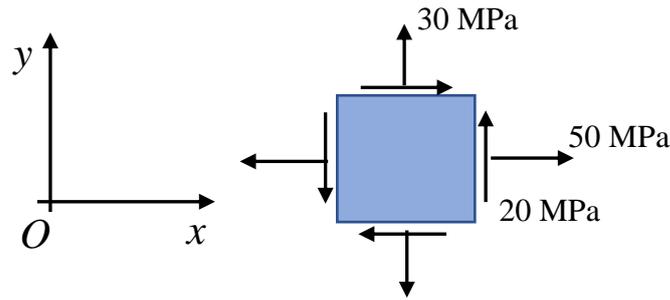
**Exercícios Complementares**

1) Os estados de tensão indicados abaixo são os mesmos presentes no exercício complementar nº 1 da 3ª Lista de Exercícios de PME-3211. Determine, em cada caso, as tensões principais, os círculos de Mohr das tensões e a máxima tensão de cisalhamento. Notas: 1) as tensões indicadas estão em valores absolutos e expressas em MPa, 2) as tensões nas faces não visíveis não estão indicadas, apesar de existirem, para não sobrecarregar a figura.



2) Utilizando a base canônica  $b = (\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  associada aos sistemas de coordenadas indicados junto aos estados de tensão do exercício 1 acima, determine os versores normais aos planos de máxima tensão de cisalhamento em cada caso. Em seguida, verifique que as tensões de cisalhamento atuantes nestes planos são, de fato, as tensões máximas indicadas nos respectivos círculos de Mohr das tensões.

3) Um elemento em estado plano de tensões está submetido às tensões indicadas na figura a seguir. Determine as tensões principais, os círculos de Mohr das tensões e a máxima tensão de cisalhamento no ponto. Em seguida, indique o estado de tensões, segundo os planos principais de tensão, em um elemento adequadamente orientado utilizando o sistema de eixos  $Oxy$ .

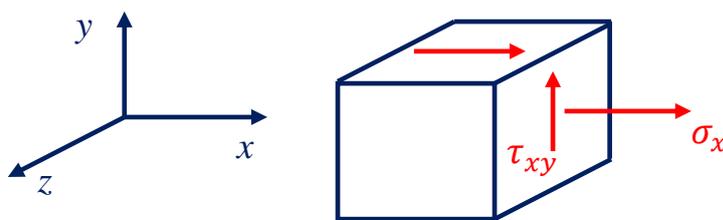


4) Determine os círculos de Mohr e o valor da máxima tensão de cisalhamento para cada um dos pontos indicados no exercício complementar nº 3 da 3ª Lista de Exercícios de PME-3211. Com relação aos valores calculados de máxima tensão cisalhante, responda:

- a) quais são os pontos mais solicitados (dentre os indicados)?
- b) qual é o ponto menos solicitado (dentre os indicados)?

5) A figura a seguir mostra o estado de tensão no ponto mais solicitado de uma estrutura. Determine:

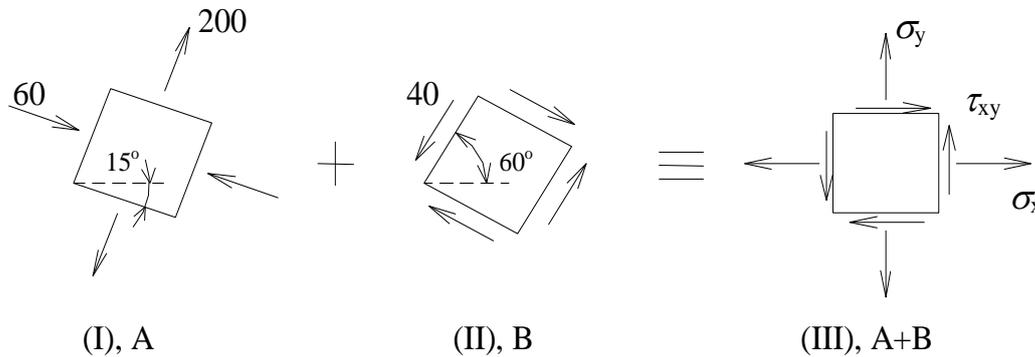
- a) a relação que deve existir entre a tensão normal  $\sigma_x$  e a tensão de cisalhamento  $\tau_{xy}$  para que a máxima tensão de cisalhamento neste mesmo ponto não exceda um dado valor admissível ( $\tau_{ad}$ );
- b) as orientações dos planos de máxima tensão cisalhante, segundo o sistema de eixos  $Oxyz$  indicado na figura, para o caso particular em que  $\tau_{xy} = \sigma_x \sqrt{2}$ , com  $\sigma_x > 0$ .



6) Os estados de tensão representados a seguir referem-se a estados de tensão em um mesmo ponto de uma estrutura submetida a dois carregamentos distintos: o estado de tensão (I) está associado a um carregamento A, enquanto o estado de tensão (II) está associado a um carregamento B. O estado de tensão (III), para o mesmo ponto estudado, está associado à superposição dos carregamentos A e B, aplicados simultaneamente à estrutura. Determine:

- a) os valores das tensões  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$  devidas à superposição dos estados (I) e (II);
- b) os valores das máximas tensões de cisalhamento para cada um dos estados de tensão indicados;

c) com base no resultado obtido em (b), responda: vale o princípio da superposição na determinação da máxima tensão de cisalhamento? Isto é, podemos dizer que  $\tau_{máx,I} + \tau_{máx,II} = \tau_{máx,III}$ ? Justifique.

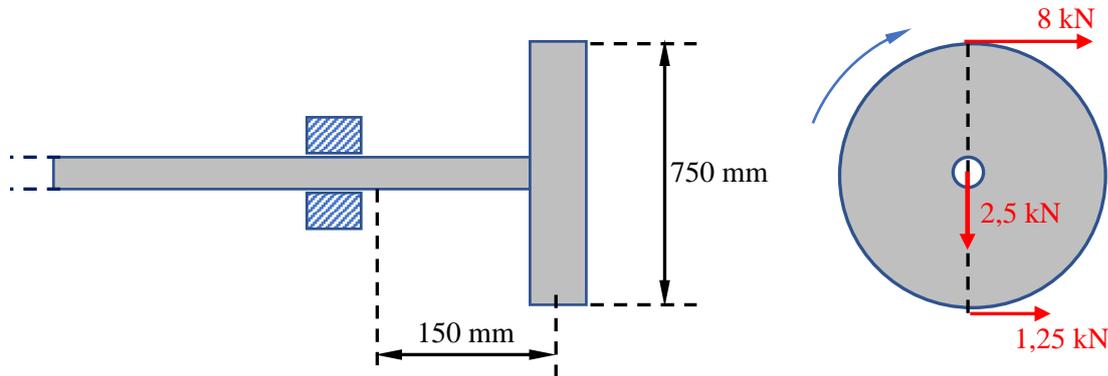


7) Um vaso de pressão esférico com raio  $R = 3,0$  m e espessura  $t = 25$  mm será utilizado para armazenamento de GLP. Admitindo-se que a máxima tensão de cisalhamento nos pontos do vaso, devido à pressão interna, não deva alcançar o valor admissível  $\tau_{adm} = 100$  MPa, determine a máxima pressão que pode ser aplicada ao vaso nessa situação.

8) Um eixo de 65 mm de diâmetro suporta uma polia de 750 mm de diâmetro pesando 2,5 kN. As forças atuantes na correia são iguais a 8 kN e 1,25 kN (vide figura). Determine:

- os círculos de Mohr das tensões no ponto mais crítico da seção transversal do eixo, próxima ao mancal, que está localizado a 150 mm da polia (escolha o ponto submetido à maior tensão de tração e desconsidere efeitos de concentração de tensão);
- calcule os coeficientes de segurança, com relação ao início de escoamento no ponto, utilizando os critérios da máxima tensão cisalhante e da máxima energia de distorção. Dado:  $\sigma_e = 424$  MPa.

Sugestões: i) combinar as cargas horizontal e vertical em uma única força resultante, agindo em direção inclinada; ii) utilize uma base de versores adequada, de tal modo que a força cortante resultante tenha a direção de um dos versores da base escolhida; iii) determine o estado de tensões nos pontos críticos da seção indicando as tensões atuantes em um elemento com lados paralelos aos eixos escolhidos; iv) determine os círculos de Mohr das tensões por meio do cálculo dos autovalores do tensor das tensões no ponto crítico ou pelo método gráfico (note que isto é possível pois uma das direções principais de tensão é conhecida).



Respostas (parciais) dos Exercícios Complementares

4) Para  $P_1$ :  $\sigma_1 = 2,0$  MPa,  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$  MPa,  $\tau_{m\acute{a}x} = 1,0$  MPa

Para  $P_2$ :  $\sigma_1 = 5,71$  MPa,  $\sigma_2 = 0$  MPa,  $\sigma_3 = -1,19$  MPa,  $\tau_{m\acute{a}x} = 3,45$  MPa

Para  $P_3$ :  $\sigma_1 = 1,19$  MPa,  $\sigma_2 = 0$  MPa,  $\sigma_3 = -5,71$  MPa,  $\tau_{m\acute{a}x} = 3,45$  MPa

Para  $P_4$ :  $\sigma_1 = 14,374$  MPa,  $\sigma_2 = 0$  MPa,  $\sigma_3 = -0,474$  MPa,  $\tau_{m\acute{a}x} = 7,42$  MPa

Para  $P_5$ :  $\sigma_1 = 3,37$  MPa,  $\sigma_2 = 0$  MPa,  $\sigma_3 = -3,37$  MPa,  $\tau_{m\acute{a}x} = 3,37$  MPa

Para  $P_6$ :  $\sigma_1 = 1,85$  MPa,  $\sigma_2 = 0$  MPa,  $\sigma_3 = -1,85$  MPa,  $\tau_{m\acute{a}x} = 1,85$  MPa

Verifica-se, portanto, que o ponto mais solicitado dentre os indicados é o ponto  $P_4$ , de coordenadas  $P_4 = \left(0, \frac{(d_i+2t)}{2}, 0\right)$ . É fácil mostrar que o ponto  $Q$ , de coordenadas  $Q = \left(0, -\frac{(d_i+2t)}{2}, 0\right)$  possui a mesma tensão de cisalhamento máxima, sendo também um ponto crítico da estrutura. Já o ponto menos solicitado, dentre os indicados, será o ponto  $P_1$ .

5) a) Deve-se ter:  $\sqrt{(\sigma_x)^2 + 4(\tau_{xy})^2} \leq 2\tau_{ad}$

b) Nesse caso, as orientações das normais aos planos de máxima tensão de cisalhamento são:

$$\vec{\eta} = \pm(0,985599 ; -0,169102 ; 0)$$

$$\vec{\xi} = \pm(0,169102 ; 0,985599 ; 0)$$

E a máxima tensão de cisalhamento vale:  $\tau_{m\acute{a}x} = 3\sigma_x/2$ .

6) a)  $\sigma_x = -7,942$  MPa,  $\sigma_y = 147,942$  MPa,  $\tau_{xy} = 85$  MPa

b) as tensões de cisalhamento máximas em cada estado de tensão são:

Para o estado I:  $\tau_{m\acute{a}x} = 130$  MPa

Para o estado II:  $\tau_{m\acute{a}x} = 40$  MPa

Para o estado III:  $\tau_{m\acute{a}x} = 115,33$  MPa

c) É fácil perceber que o princípio da superposição não pode ser aplicado neste caso (isto é:  $\tau_{m\acute{a}x,I} + \tau_{m\acute{a}x,II} \neq \tau_{m\acute{a}x,III}$ ). A razão disto é que os planos de máxima tensão de cisalhamento não são os mesmos para os estados de tensão I e II (se fossem, o princípio poderia ser aplicado, ressalvadas as condições necessárias para a aplicação do Princípio da Superposição).

8) As tensões principais são  $\sigma_1 = 80,6$  MPa,  $\sigma_2 = 0$  MPa e  $\sigma_3 = -27,3$  MPa. Os coeficientes de segurança serão de 4,0 e de 4,45 respectivamente.