



***PME-3211 – Mecânica dos Sólidos II***

**1ª Lista de Exercícios: Estruturas Reticuladas Isostáticas**

**Resumo:** Esta lista de exercícios trata da determinação dos diagramas de esforços solicitantes em estruturas reticuladas isostáticas.

**Observações:**

Estruturas reticuladas isostáticas: estruturas formadas por barras, em condições de equilíbrio estático, submetidas a carregamentos externos genéricos (forças concentradas ou distribuídas e momentos concentrados ou distribuídos), de tal forma que a determinação dos esforços solicitantes internos (forças normais e cortantes, momentos fletores e torçores), em qualquer seção transversal de qualquer membro da estrutura, pode ser feita simplesmente com o uso das equações de equilíbrio estático.

**Hipóteses admitidas:**

- Linearidade Geométrica (L.G.): a hipótese de L.G. pressupõe que as deformações (alongamento ou distorções) em qualquer ponto da estrutura sejam muito pequenas quando comparadas à unidade ( $\varepsilon \ll 1$  e  $\gamma \ll 1$ ) e que os deslocamentos (lineares ou angulares) sejam muito pequenos ( $\delta/L \ll 1$  e  $\theta \ll 1$ ) de tal forma que a geometria da estrutura na configuração deformada (após a aplicação dos carregamentos) seja muito próxima da geometria da estrutura na configuração inicial (também chamada configuração de referência ou não-deformada), o que faz com que o equilíbrio de forças e momentos possa ser feito na configuração inicial da estrutura;
- Nos problemas apresentadas, admitiremos que o polo de redução de forças (em cada seção transversal) seja sempre o centroide da seção transversal, o que é válido, por exemplo, para seções transversais duplamente simétricas, comumente empregadas na construção mecânica.

**Estruturas Reticuladas Planas submetidas a carregamentos no próprio plano:**

1) Considere a estrutura formada pelas barras AB, BC e CD, todas de mesmo material e com mesma seção transversal (seção transversal uniforme). São dados:

$F$ , força concentrada (em N) aplicada no ponto D da estrutura;

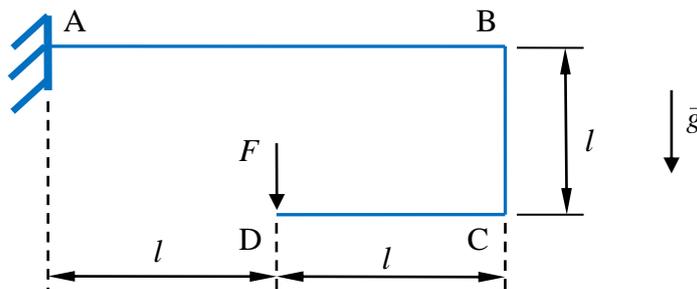
$l$ , comprimento característico (em m), utilizado para facilitar a análise;

$A$ , área da seção transversal (em  $m^2$ ) das barras;

$\gamma = \mu.g$ , peso específico (em  $N/m^3$ ) do material das barras;

$\mu$ , massa específica (em  $kg/m^3$ ) do material das barras;

$g$ , aceleração da gravidade local (em  $m/s^2$ ).



Pede-se determinar os diagramas de esforços solicitantes (N, V e M) para a estrutura dada, em função dos parâmetros fornecidos.

2) A estrutura em arco indicada na figura abaixo é feita de um mesmo material e a seção transversal da barra é uniforme. Considerando a ação do peso próprio (distribuído ao longo da barra) do material e de uma única força concentrada de intensidade  $F$  aplicada no ponto B, determine os diagramas de esforços solicitantes (N, V e M). Sugestão: determine, inicialmente, as funções  $N = N(\theta)$ ,  $V = V(\theta)$ , e  $M = M(\theta)$  que fornecem os esforços solicitantes em função do ângulo  $\theta$ , medido a partir da extremidade B da barra, no sentido anti-horário ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ). São dados:

$F$ , força concentrada (em N) aplicada no ponto B da estrutura;

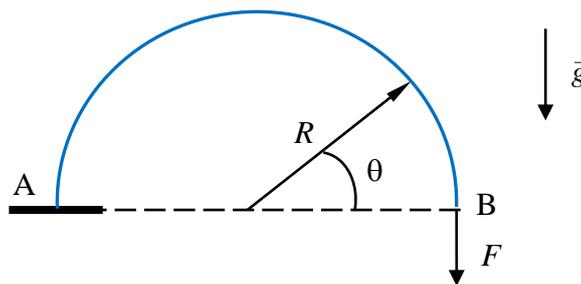
$R$ , raio de curvatura (em m) do eixo central da barra;

$A$ , área da seção transversal (em  $m^2$ ) da barra;

$\gamma = \mu.g$ , peso específico (em  $N/m^3$ ) do material da barra;

$\mu$ , massa específica (em  $kg/m^3$ ) do material da barra;

$g$ , aceleração da gravidade local (em  $m/s^2$ ).



**Estruturas Reticuladas Planas submetidas a carregamentos fora do plano:**

3) Considere novamente a estrutura formada pelas barras AB, BC e CD, todas de mesmo material e com mesma seção transversal (seção transversal uniforme), apresentada no exercício 1, porém disposta agora em um plano horizontal (conforme ilustra a figura a seguir). São dados:

$F$ , força concentrada (em N) aplicada no ponto D da estrutura;

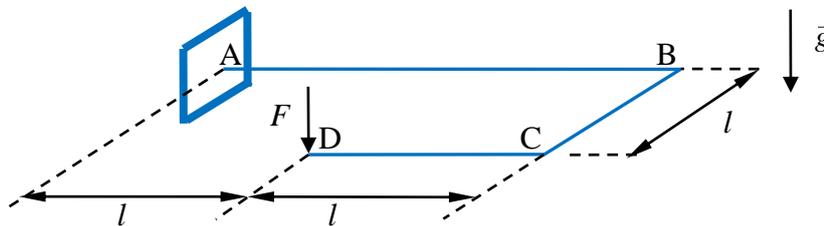
$l$ , comprimento característico (em m), utilizado para facilitar a análise;

$A$ , área da seção transversal (em  $m^2$ ) das barras;

$\gamma = \mu g$ , peso específico (em  $N/m^3$ ) do material das barras;

$\mu$ , massa específica (em  $kg/m^3$ ) do material das barras;

$g$ , aceleração da gravidade local (em  $m/s^2$ ).

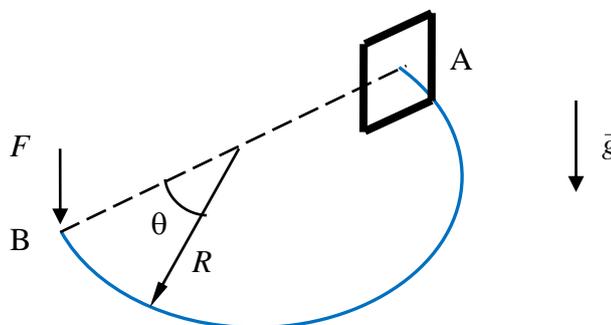


Pede-se determinar os diagramas de esforços solicitantes ( $V$ ,  $M$  e  $T$ ) para a estrutura dada, em função dos parâmetros fornecidos.

4) Considere novamente a estrutura em arco apresentada no exercício 2, porém disposta em um plano horizontal, conforme mostra a figura abaixo. Considerando, por ora, apenas a ação de uma única força concentrada de intensidade  $F$  aplicada no ponto B, determine os diagramas de esforços solicitantes ( $V$ ,  $M$  e  $T$ ). Sugestão: determine, inicialmente, as funções  $V = V(\theta)$ ,  $M = M(\theta)$ , e  $T = T(\theta)$  que fornecem os esforços solicitantes em função do ângulo  $\theta$ , medido a partir da extremidade B da barra ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ). São dados:

$F$ , força concentrada (em N) aplicada no ponto B da estrutura;

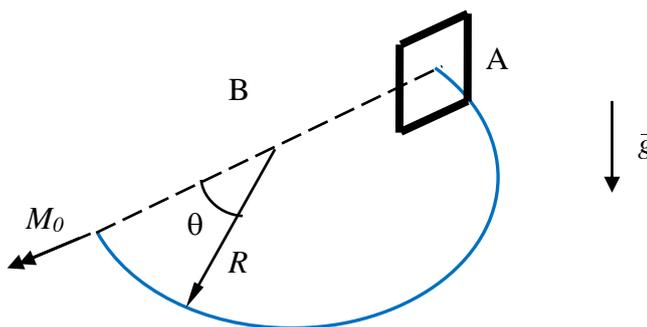
$R$ , raio de curvatura (em m) do eixo central da barra;



5) Considere novamente a estrutura em arco apresentada no exercício 4, submetida agora apenas a ação de um binário de intensidade  $M_0$  aplicado no ponto B, conforme ilustra a figura a seguir (desconsidere, por ora, a ação do peso próprio da barra). Determine os diagramas de esforços solicitantes (M e T). Sugestão: determine, inicialmente, as funções  $M = M(\theta)$ , e  $T = T(\theta)$  que fornecem os esforços solicitantes em função do ângulo  $\theta$ , medido a partir da extremidade B da barra ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ). São dados:

$M_0$ , intensidade do binário concentrado (em N.m) aplicado no ponto B da estrutura;

$R$ , raio de curvatura (em m) do eixo central da barra.



6) Considere novamente a estrutura em arco apresentada no exercício 4, disposta em um plano horizontal e submetida a ação da força concentrada de intensidade  $F$  aplicada no ponto B, já considerada anteriormente, e do peso próprio da barra. Determine os diagramas de esforços solicitantes (V, M e T). Sugestão: determine, inicialmente, as funções  $V = V(\theta)$ ,  $M = M(\theta)$ , e  $T = T(\theta)$  que fornecem os esforços solicitantes em função do ângulo  $\theta$ , medido a partir da extremidade B da barra ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ). São dados:

$F$ , força concentrada (em N) aplicada no ponto B da estrutura;

$R$ , raio de curvatura (em m) do eixo central da barra;

$A$ , área da seção transversal (em  $m^2$ ) das barras;

$\gamma = \mu.g$ , peso específico (em  $N/m^3$ ) do material das barras;

$\mu$ , massa específica (em  $kg/m^3$ ) do material das barras;

$g$ , aceleração da gravidade local (em  $m/s^2$ ).

**Estruturas Reticuladas Espaciais:**

7) Considere a estrutura formada pelas barras AB, BC e CD, todas de mesmo material, mesma seção transversal (seção transversal uniforme) e com mesmo comprimento  $l$ , sendo AB // eixo Ay, BC // eixo Az e CD // eixo Ax. Admitindo que o único carregamento atuante na estrutura seja o devido ao peso próprio das barras, determine os diagramas de esforços solicitantes (N, V, M e T) para a estrutura dada, em função dos parâmetros fornecidos. São dados:

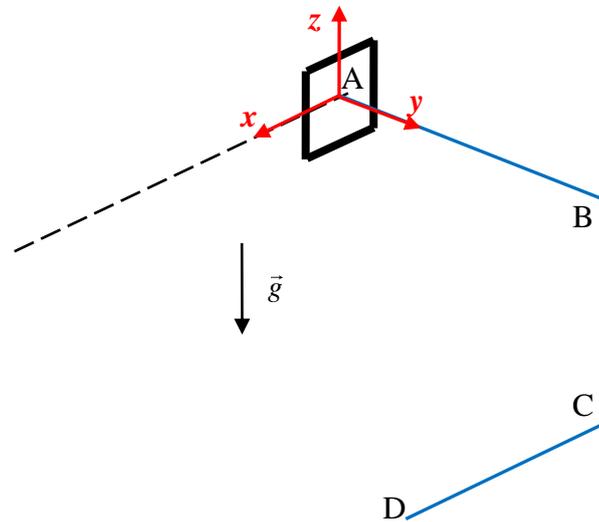
$l$ , comprimento característico (em m) das barras;

$A$ , área da seção transversal (em  $m^2$ ) das barras;

$\gamma = \mu \cdot g$ , peso específico (em  $N/m^3$ ) do material das barras;

$\mu$ , massa específica (em  $kg/m^3$ ) do material das barras;

$g$ , aceleração da gravidade local (em  $m/s^2$ ).



8) Considere a estrutura formada pelo arco AB (disposto no plano vertical Ayz) e pela barra BC, ambos de mesmo material e mesma seção transversal (seção transversal uniforme). O comprimento da barra BC é tal que  $l = R$  (sendo  $R$  o raio de curvatura, constante, do arco AB). Admitindo que os únicos carregamentos atuantes na estrutura sejam uma força concentrada de intensidade  $F$  atuante no ponto C e o peso próprio das barras, determine os diagramas de esforços solicitantes (N, V, M e T) para a estrutura dada, em função dos parâmetros fornecidos. São dados:

$F$ , força concentrada (em N) aplicada no ponto C da estrutura;

$R$ , raio de curvatura (em m) do eixo central da barra AB;

$l = R$ , comprimento da barra CD (em m);

$A$ , área da seção transversal (em  $m^2$ ) das barras;

$\gamma = \mu \cdot g$ , peso específico (em  $N/m^3$ ) do material das barras;

$\mu$ , massa específica (em  $kg/m^3$ ) do material das barras;

$g$ , aceleração da gravidade local (em  $m/s^2$ ).

