



*Escola Politécnica da Universidade de São Paulo*  
*Departamento de Engenharia Mecânica*

*PME-3211 – Mecânica dos Sólidos II*

*Aula #13*

*Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins*

*03/10/2023*



**Escola Politécnica da Universidade de São Paulo**  
**Departamento de Engenharia Mecânica**

**Extensômetro**



*Função:*

Medir o alongamento em uma direção

*Princípio de funcionamento:*

Resistência elétrica que varia com o alongamento

Aplica-se uma diferença de potencial e mede-se a variação de resistência causada pelo alongamento usando o princípio da ponte de *Wheatstone*

Por meio de uma curva de calibração obtém-se o valor do alongamento

*O extensômetro deve ser colado rigidamente à superfície, para que o alongamento do extensômetro seja o mesmo da superfície*



## ***Escola Politécnica da Universidade de São Paulo*** ***Departamento de Engenharia Mecânica***

### ***Extensômetro***

#### ***Diversos tipos***



Strain Gauge Bf350-3aa Extensômetro  
Transdutor + Fio

R\$ 19<sup>90</sup>  
em 4x R\$ 5<sup>56</sup>

**Chegará hoje**



**KFH-D17 Series**

**R\$ 3.300,00**

**| Saiba mais**

Strain Gages com Fios  
Soldados, Lineares,  
Rosetas Planas X-Y  
(Roseta T), Rosetas  
Planas 0°/45°/90°

Escolha depende de:

- Precisão requerida
- Nível de alongamento
- Temperatura



***Escola Politécnica da Universidade de São Paulo***  
***Departamento de Engenharia Mecânica***

***Extensômetro***

*Exemplo de aplicação*



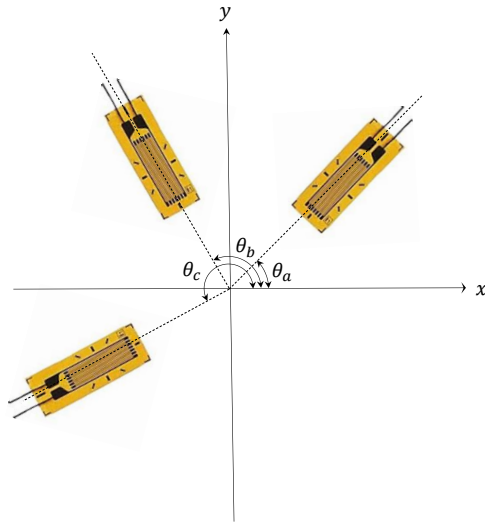
Medição do alongamento em tensões da armadura de tração de um tubo flexível para produção de petróleo *offshore*



## Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

### Departamento de Engenharia Mecânica

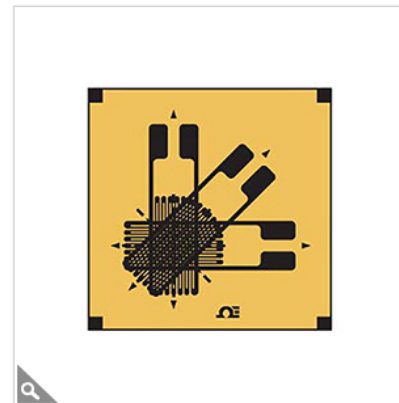
#### Roseta



Três extensômetros não-alinhados

Compra-se, no mercado a roseta já integrada:

SGD-2/350-RY51



Rectangular Stacked Grid 3-element Strain Gage Rosette

**R\$2.480,00** SGD-2/350-RY51

[VER MODELOS E PREÇOS](#)

- Conveniently Priced per Pack of 5
- Very Flexible, Mechanically Strong
- Small Bending Radius
- Broad Temperature Range
- Affix with Cold or Hot Curing Adhesives

**Medidores de Deformação Mecânica - Ver Produtos Relacionados**



***Escola Politécnica da Universidade de São Paulo***  
***Departamento de Engenharia Mecânica***

***Roseta***

*Exemplo de aplicação:*



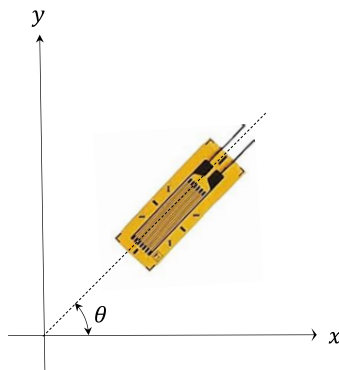
Medição do estado de deformação em uma mangueira em aço duplex de um cabo umbilical para controle eletro-hidráulico de poços de produção de petróleo *offshore*



## Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

### Departamento de Engenharia Mecânica

Extensômetro colado a um ângulo  $\theta$ :

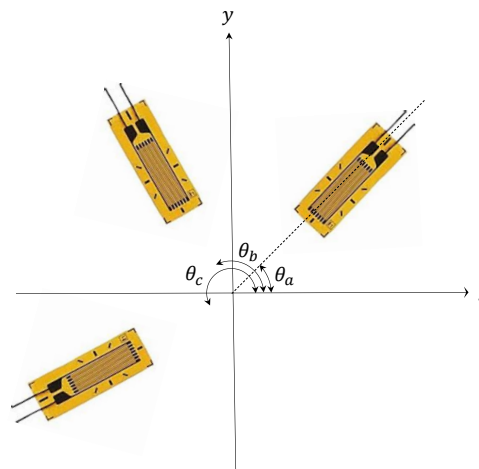


$$[E] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_y \end{bmatrix} \quad \vec{n} = \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{Bmatrix}$$

$$\varepsilon(\vec{n}) = E[\vec{n}] \cdot \vec{n}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_x \cos^2 \theta + \varepsilon_y \sin^2 \theta + \gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta$$

Roseta:



$$\begin{cases} \varepsilon_a = \varepsilon_x \cos^2 \theta_a + \varepsilon_y \sin^2 \theta_a + \gamma_{xy} \sin \theta_a \cos \theta_a \\ \varepsilon_b = \varepsilon_x \cos^2 \theta_b + \varepsilon_y \sin^2 \theta_b + \gamma_{xy} \sin \theta_b \cos \theta_b \\ \varepsilon_c = \varepsilon_x \cos^2 \theta_c + \varepsilon_y \sin^2 \theta_c + \gamma_{xy} \sin \theta_c \cos \theta_c \end{cases}$$

A partir das leituras dos extensômetros calculamos as componentes do tensor das pequenas deformações no plano

Se os extensômetros não forem alinhados este sistema de equações algébricas lineares terá solução única.



**Escola Politécnica da Universidade de São Paulo**  
**Departamento de Engenharia Mecânica**

$$\begin{cases} \varepsilon_a = \varepsilon_x \cos^2 \theta_a + \varepsilon_y \sin^2 \theta_a + \gamma_{xy} \sin \theta_a \cos \theta_a \\ \varepsilon_b = \varepsilon_x \cos^2 \theta_b + \varepsilon_y \sin^2 \theta_b + \gamma_{xy} \sin \theta_b \cos \theta_b \\ \varepsilon_c = \varepsilon_x \cos^2 \theta_c + \varepsilon_y \sin^2 \theta_c + \gamma_{xy} \sin \theta_c \cos \theta_c \end{cases}$$

**Exercício 1:** Resolver o sistema para uma roseta a  $45^\circ$

$$\begin{array}{ll} \theta_a = 0^\circ & \varepsilon_x = \varepsilon_a \\ \theta_b = 45^\circ & \varepsilon_y = \varepsilon_c \\ \theta_c = 90^\circ & \gamma_{xy} = 2\varepsilon_b - (\varepsilon_a + \varepsilon_c) \end{array}$$

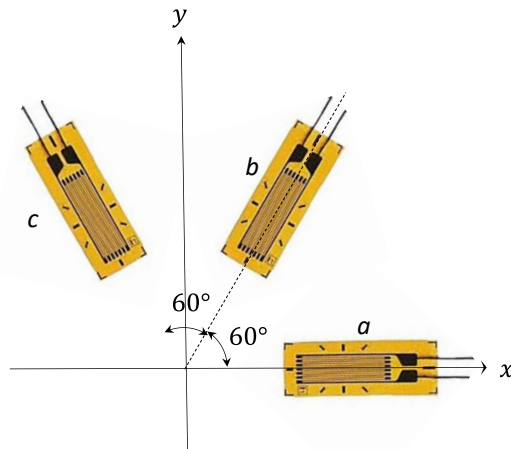
**Exercício 2:** Resolver o sistema para uma roseta a  $60^\circ$

$$\begin{array}{ll} \theta_a = 0^\circ & \varepsilon_x = \varepsilon_a \\ \theta_b = 60^\circ & \\ \theta_c = 120^\circ & \varepsilon_y = \frac{1}{3}(2\varepsilon_b + 2\varepsilon_c - \varepsilon_a) \\ & \gamma_{xy} = \frac{2\sqrt{3}}{3}(\varepsilon_b - \varepsilon_c) \end{array}$$



**Escola Politécnica da Universidade de São Paulo**  
**Departamento de Engenharia Mecânica**

**Exercício**



O estado de tensão de uma peça é medido com o auxílio de uma roseta a  $60^\circ$ . Devido às cargas aplicadas, as leituras obtidas são:

$$\varepsilon_a = 60\mu \quad \varepsilon_b = 135\mu \quad \varepsilon_c = 264\mu$$

Determinar as deformações principais no plano da roseta e as direções que elas atuam.

$$\varepsilon_x = 60\mu$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{3}(2 \times 135 + 2 \times 264 - 60)\mu = 246\mu$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2}{\sqrt{3}}(135 - 264)\mu = -149\mu$$

$$[E] = \begin{bmatrix} 60 & -74 \\ -74 & 246 \end{bmatrix} \mu$$

$$\varepsilon_1 = 271\mu$$

$$\varepsilon_2 = 35\mu$$

$$\vec{n}_1 = \begin{Bmatrix} 0,33 \\ -0,94 \end{Bmatrix}$$

$$\vec{n}_2 = \begin{Bmatrix} 0,94 \\ 0,33 \end{Bmatrix}$$



***Escola Politécnica da Universidade de São Paulo***  
***Departamento de Engenharia Mecânica***

***Referência***

Martins, C.A. *Introdução ao Estudo das Deformações*. Disponível no Moodle