Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica

PME-3211 – Mecânica dos Sólidos II

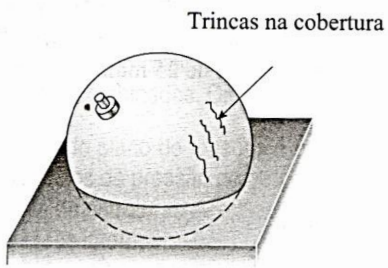
Aula #12

Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins

27/09/2023

8.2-6 Um vaso de pressão esférico de aço (diâmetro de 480 mm e espessura de 8,0 mm) é coberto com verniz frágil que trinca quando a deformação excede 150×10^{-6} (veja a figura).

Qual o valor da pressão interna que faz o verniz desenvolver trincas? (Assuma $E = 205$ GPa e $\nu = 0{,}30$.)



$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{pr}{2t}$$

$$\sigma_3 = 0$$

$$\varepsilon_{máx} = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_2) = \frac{1-\nu}{E}\frac{pr}{2t}$$

$$\Rightarrow p = \frac{2tE\varepsilon_{máx}}{(1-\nu)r} = 2{,}93\ MPa$$

8.3-5 Um extensômetro é instalado na direção longitudinal na superfície de uma lata de alumínio (veja a figura). A razão entre raio e espessura da lata é de 200. Quando a tampa da lata é aberta, a deformação varia $\varepsilon_0 = 170 \times 10^{-6}$.

Qual era a pressão interna p na lata? (Assuma $E = 70$ GPa e $\nu = 0{,}33$.)

$$\sigma_1 = \frac{pr}{t} \qquad \sigma_2 = \frac{pr}{2t} \qquad \sigma_3 = 0$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu\sigma_1) = \frac{pr}{2tE}(1 - 2\nu) = \varepsilon_0$$

$$\Rightarrow p = \frac{2tE\varepsilon_0}{(1 - 2\nu)r} = 350\ KPa$$

Exercício

Uma placa quadrada tem lado a=200 mm e espessura t=10 mm. Esta placa foi submetida a um estado biaxial de tensão, com $\sigma_x = 40\ MPa$ e $\sigma_y = 20\ MPa$. Com a aplicação desse carregamento, as deformações medidas foram $\varepsilon_x = 200\mu$, $\varepsilon_y = 0$. Pede-se:
a) determinar o módulo de elasticidade E e o coeficiente de Poisson ν do material da placa;
b) obter as deformações principais;
c) calcular a máxima distorção;
d) calcular a variação que houve na espessura da placa com a aplicação do carregamento;
e) calcular a variação que houve no volume da placa com a aplicação do carregamento.

a) $$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left(\sigma_x - \nu\sigma_y\right) \qquad \varepsilon_y = \frac{1}{E}\left(\sigma_y - \nu\sigma_x\right)$$

$$\Rightarrow E = 150GPa$$

$$\Rightarrow \nu = 0,5$$

b) $$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{E}\left(\sigma_x + \sigma_y\right) = -200\mu$$

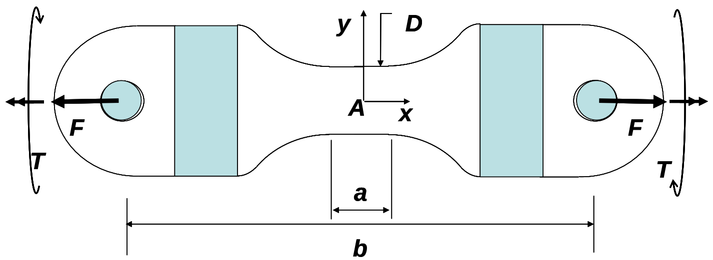
$$\varepsilon_1 = 200\mu \quad \varepsilon_2 = 0 \quad \varepsilon_3 = -200\mu$$

c) $$\gamma_{max} = \varepsilon_1 - \varepsilon_3 \ \Rightarrow \gamma_{max} = 400\mu$$

d) $$\Delta t = \varepsilon_z\, t = -0,002\ mm$$

e) $\Delta V = 0$ (material incompressível)

Exercício



Determinar para o ponto A:

a) ***a tensão normal à seção, σ_x, associada à tração F;***
b) ***a tensão de cisalhamento, τ_{xy}, associada ao torque T;***
c) ***o tensor das tensões $[T]$, segundo os eixos (x, y, z);***
d) ***as tensões principais;***
e) ***a máxima tensão de cisalhamento correspondente;***
f) ***as deformações principais.***

a)

$$\sigma_x = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi R^2} = \frac{4F}{\pi D^2}$$

b)

$$\tau_{xy} = \frac{TR}{J_p} = \frac{T\,D/2}{\pi D^4/32} = \frac{16T}{\pi D^3}$$

c)

$$[\boldsymbol{T}] = \begin{bmatrix} \sigma_{\mathbf{x}} & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4F/\pi D^2 & 16T/\pi D^3 & 0 \\ 16T/\pi D^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

d)

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + {\tau_{xy}}^2}$$

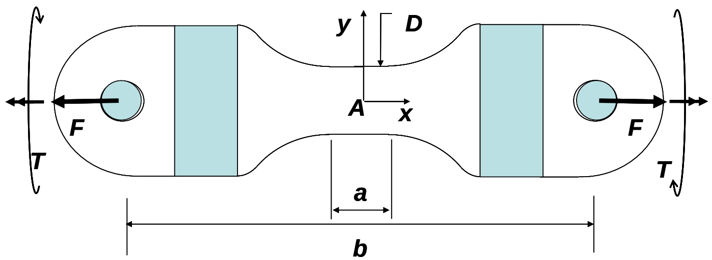
$$\Rightarrow \sigma_1 = \frac{2F}{\pi D^2}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{64T^2}{F^2 D^2}}\right]$$

$$\sigma_2 = 0$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + {\tau_{xy}}^2}$$

$$\Rightarrow \sigma_3 = \frac{2F}{\pi D^2}\left[1 - \sqrt{1 + \frac{64T^2}{F^2 D^2}}\right]$$

Exercício



Determinar para o ponto A:

a) ***a tensão normal à seção, σ_x, associada à tração F;***

b) ***a tensão de cisalhamento, τ_{xy}, associada ao torque T (residual);***

c) ***o tensor das tensões $[T]$, segundo os eixos (x, y, z);***

d) ***as tensões principais;***

e) ***a máxima tensão de cisalhamento correspondente;***

f) ***as deformações principais.***

e)

$$\tau_{máx} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{2F}{\pi D^2}\sqrt{1 + \frac{64T^2}{F^2D^2}}$$

f)

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left(\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)\right) = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_3)$$

$$\Rightarrow \varepsilon_1 = \frac{4F}{\pi D^2}\frac{1}{2E}\left((1-\nu) + (1+\nu)\sqrt{1 + \frac{64T^2}{F^2D^2}}\right)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}\left(\sigma_2 - \nu(\sigma_3 + \sigma_1)\right) = -\frac{1}{E}\nu(\sigma_1 + \sigma_3)$$

$$\Rightarrow \varepsilon_2 = -\frac{4F}{\pi D^2}\frac{\nu}{E}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}\left(\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)\right) = \frac{1}{E}(\sigma_3 - \nu\sigma_1)$$

$$\Rightarrow \varepsilon_3 = \frac{4F}{\pi D^2}\frac{1}{2E}\left((1-\nu) - (1+\nu)\sqrt{1 + \frac{64T^2}{F^2D^2}}\right)$$

Referência

Martins, C.A. *Introdução ao Estudo das Deformações.* Disponível no Moodle

Gere, J.M. & Goodno, B.J. *Mecânica dos Materiais* – 7ª edição – Capítulos 8